Г. Н. Камышова (Саратов)

СИММЕТРИЗАЦИОННОЕ СВОЙСТВО МОДУЛЯ РОБЕНА

Пусть D — область в расширенной комплексной плоскости, содержащая точку ∞ и ограниченная аналитической жордановой кривой. Пусть граница области D разделена на два связных подмножества A и B, $C_r = \{z : |z| = r\}$ — достаточно большая окружность, содержащая внутри ∂D. Обозначим через D_r часть D, лежащую внутри C_r. Экстремальным расстоянием $\lambda(A, C_r)$ называется экстремальная длина семейства кривых, лежащих в D_r и соединяющих A и C_r. Емкость Робена A относительно D определяется формулой [1]

$$\delta(A; D) = e^{-\rho(A)}, \rho(A) = \lim_{r\to\infty}(2\pi\lambda(A, C_r) - \log r).$$

Четырехугольником Q называется жорданова область $D \subset \overline{C}$ с четырьмя отмеченными граничными точками z_1, z_2, z_3, z_4, которые называются вершинами Q. Модуль $m(Q)$ четырехугольника Q равен отношению длин сторон конформно эквивалентного ему прямоугольника. П.Дюреном и М.Шиффером [1] было введено понятие модуля Робена $\mu(Q)$ четырехугольника Q. Пусть A есть объединение двух дуг (z_1, z_2) и (z_3, z_4) границы ∂D четырехугольника Q, $B = \partial D \backslash A$. Тогда $\mu(Q) = \delta(A)/\delta(B)$. В представленной работе исследуется изменение модуля Робена четырехугольника при поляризации [2].

Теорема. *Пусть Q — четырехугольник с двумя отмеченными симметричными круговыми сторонами, Q' — результат его поляризации относительно положительной вещественной полуоси. Тогда*

$$\mu(Q) \le \mu(Q').$$

Равенство достигается тогда и только тогда, когда $Q' = Q$ или $Q' = Q^*$.

Работа поддержана РФФИ (проект 98-01-00842) и INTAS (проект 99-00089).

ЛИТЕРАТУРА

1. Duren P., Schiffer M. *Robin functions and energy functionals of multiply connected domains*// Pacific J. Math. – 1991. – V. 148. – P. 251–273.

2. Дубинин В. Н. *Симметризация в геометрической теории функций комплексного переменного*// Успехи мат. наук. – 1994. – Т. 49. – No 1. – С. 1–76.

О. В. Карабанова, М. Ю. Кокурин (Йошкар-Ола)

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ОДНОГО КЛАССА МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ОПЕРАТОРНЫХ УРАВНЕНИЙ БЕЗ СВОЙСТВА РЕГУЛЯРНОСТИ

Рассматривается нелинейное операторное уравнение $F(x) = 0$, где $F : H_1 \to H_2$, H_1, H_2 — гильбертовы пространства. Предполагается, что оператор F дважды дифференцируем по Гато, линейный оператор $F'(x^*)$ вполне непрерывен и $\|F'(x)\| \leq N_1$, $\|F''(x)\| \leq N_2\ \forall x \in \Omega_R$, где $\Omega_R = \{x \in H_1 : \|x - x^*\| \leq R\}$, а x^* — решение исходного уравнения. Зафиксируем семейство конечномерных подпространств $\{M_m\}$, $M_m \subset H_1$, и обозначим через Q_m проектор на M_m. Предположим, что $\lim_{m\to\infty} \|Q_m x - x\| = 0\ \ \forall x \in H_1$. В силу полной непрерывности $F'(x^*)$ существует такая последовательность $\{\omega_m\}$, что $\|(I - Q_m)F'(x^*)\| \leq \omega_m$, $\lim_{m\to\infty}\omega_m = 0$. Пусть вместо точного оператора F известно лишь его приближение $\tilde{F} : H_1 \to H_2$, удовлетворяющее вышеприведенным неравенствам и условию $\|\tilde{F}(x) - F(x)\| \leq \delta\ \ \forall x \in \Omega_R$. Исследуется группа итерационных методов отыскания решения x^*:

$$x_{n+1} = \xi - \Theta(\tilde{F}'^*(x_n)Q_m\tilde{F}'(x_n), \alpha_0)\tilde{F}'^*(x_n)Q_m(\tilde{F}(x_n) - \tilde{F}'(x_n)(x_n - \xi)). \tag{1}$$

Здесь $x_0 \in H_1, \alpha_0 > 0, \xi \in H_1$ — управляющий параметр, $\Theta(\lambda, \alpha)$ — семейство аналитических по λ порождающих функции. Сходимость метода (1) исследуется при условии приближенной ис-