М. Ю. Денисова (Казань)

РЕШЕНИЕ ГРАНИЧНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ $B-m$–ГАРМОНИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Пусть E_{n+1}^{++} — пересечение полупространств $x_n > 0$ и $y > 0$ евклидова пространства точек $z = (x, y)$, $x = (x_1, ..., x_n)$, D^+ — область, расположенная в E_{n+1}^{++}, ограниченная частями Γ_1 и Γ_2 соответственно гиперплоскостей $x_n = 0$ и $y = 0$ и гиперповерхностью Γ^+.

В данной работе рассматривается краевая задача об отыскании четного по y решения уравнения

$$\Delta_B^m u = 0 \tag{1}$$

в области D^+, удовлетворяющего граничным условиям

$$\lim_{x_n \to +0} H(\frac{\partial}{\partial n}, \Delta_B)u = f(x), \tag{2}$$

где $\Delta_B = \sum\limits_{i=1}^{n} \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} + B_y$, $B_y = \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{k}{y}\frac{\partial}{\partial y}$ — оператор Бесселя, $m > 2$, k — любое положительное число, n — внешняя нормаль к Γ^+, $H(\alpha)$ — функциональный столбец, j-элемент которого — $H_j(\alpha)$ — оператор степени m_j, $m_j < 2m$, $f(x)$ — функциональный столбец, определенный в E_n^{++}, j-элемент которого — $f_j(x)$ является функцией, непрерывно дифференцируемой $(m - m_j)$ раз, четной по y и не превышающей $\frac{c}{|x|^{m_j+\varepsilon}}$, ($c, \varepsilon$ — некоторые положительные постоянные, $j = \overline{1, m}$).

Теорема. *Если для любой действительной ненулевой точки* $\alpha' = (\alpha_1, ..., \alpha_n)$

$$rg \int\limits_{+} \frac{H(\alpha)(1, \alpha_{n+1}, \alpha_{n+1}^2, \cdots, \alpha_{n+1}^{2m-1})}{|\alpha|^{2m}} d\alpha_{n+1} = m, \tag{3}$$

то задача (1) – (2) *в пространстве* E_{n+1}^{++} *разрешима и решение может быть представлено в виде*

$$u(x) = \sum_{j=1}^{m} \int\limits_{E_{n+1}^{++}} T_x^{y'} g_j(z) f_j(y') y_{n+1}^k dy',$$

где $g_j = \int\limits_{|\alpha'|=1} |\alpha'|^k d_{\alpha'} T \int\limits_{+} \Phi_B^{(2m-m_j-1)}(z,\alpha)|\alpha|^{-2m}(1,\alpha_{n+1},\cdots,$
$\cdots\alpha_{n+1}^{2m-1})R_j(\alpha')d\alpha_{n+1}$, $\Phi_B(z,\alpha)$ — *ядро Пуассона,*
$\gamma = n+1+k$, $(z,\alpha)_B^\lambda = \int\limits_0^\pi \left(\sum\limits_{i=1}^n x_i\alpha_i + y\alpha_{n+1}\cos\varphi\right)^\lambda \sin^{k-1}\varphi d\varphi$,
$R_j(\alpha')$ — *некоторая правая обратная для матрицы* (3).

В. В. Дмитриева (Уфа)

ТОЧЕЧНО-ИНВАРИАНТНЫЕ КЛАССЫ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

Рассмотрим класс обыкновенных дифференциальных уравнений третьего порядка, разрешенных относительно старшей производной

$$y''' = f(x, y, y', y''). \tag{1}$$

Точечные преобразования общего вида $\tilde{x} = \tilde{x}(x,y)$, $\tilde{y} = \tilde{y}(x,y)$ переводят уравнение (1) в новое уравнение

$$\tilde{y}''' = g(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{y}', \tilde{y}''). \tag{2}$$

Выберем специальный класс уравнений (1), у которых правая часть содержится в некотором множестве функций $f \in F$.

Определение. *Если для всех функций $f \in F$ правая часть g преобразованного уравнения (2) также содержится в F, то данный класс уравнений называется инвариантным или замкнутым классом относительно точечных преобразований.*

Примеры замкнутых классов уравнений второго порядка:

1. $y'' = P(x,y) + 3\,Q(x,y)y' + 3\,R(x,y)y'^2 + S(x,y)y'^3.$

2. $y'' = \frac{P(x,y)+4\,Q(x,y)\,y'+6\,R(x,y)\,(y')^2+4S(x,y)\,(y')^3+L(x,y)(y')^4}{Y(x,y)-X(x,y)y'}.$

3. $(y'')^2 = P_5(y'; x, y),$