ЛИТЕРАТУРА

1. Шурыгин В. В. *Расслоения струй как многообразия над алгебрами*// «Пробл. геометрии.» Т. 19 (Итоги науки и техн. ВИНИТИ АН СССР). - М., 1987. - С. 3–22.

Е. В. Владова, М. С. Матвейчук (Ульяновск)

УНИТАРНОПОРОЖДЕННАЯ БИЛИНЕЙНАЯ ФОРМА КАК АНАЛОГ ИНДЕФИНИТНОЙ МЕТРИКИ

В настоящем сообщении обсуждается задача о нахождении в гильбетовом простанстве H билинейных форм (б.ф.) наиболее общего вида, на которые возможен перенос теории операторов, известной *в пространствах с индефинитной метрикой* [1]. Идея состоит в выделении такой компоненты у унитарного оператора, которая воспринималась бы в качестве прямого интеграла канонических симметрий, умноженных на числовые множители.

Пусть U — унитарный опеатор в H, $\mathcal{A}$ — минимальная слабозамкнутая $*$–алгебра порожденная операторами U, U^*, $\mathcal{A}_+$ — множество всех положительных обратимых операторов из $\mathcal{A}$. Пусть W — множество всех частичных изометрий w, для которых $-w = UwU^*$ и $F := \bigvee\{w^*w : w \in W\}$. UF ($UF^{\perp}$) назовем *гиперболической* (*сферической*) частью U. Б.ф. $[.,.]_U := (U.,.)$ назовем *унитарнопорожденной*.

Нами вводится U-аналог J-положительных (J-равномерно положительных, J-отрицательных) подпространств β^+ (β^{++}, β^-) (см. [1]), U-аналоги несжимающих и плюс-операторов и определения U-строгого, нестрогого, фокусирующего, а также новые определения U-полустрогого, почти строгого, почти фокусирующего почти равномерно растягивающего оператора. Например, U-плюс-оператор V называется *полустрогим*, если существует $\lambda > 0$ такое, что $[Vx, Vx]_U \geq \lambda[x, x]_U$, $\forall x \in \beta^{++}$. Для любого U-плюс-оператора обозначим через Z^V (Z_V) наибольший (наименьший) неотрицательный (самосопряженный) оператор из $\mathcal{A}$, для которого

$$[Vx, Vx]_U \geq [Z^V x, x]_U \quad \forall x \in \beta^{++},$$

$$([Vx, Vx]_U \geq [Z^V x, x]_U \quad \forall x \in \beta^{--}).$$

Имеем $Z^V \geq Z_V$.

Теоремы 1 – 2 -- аналог теоремы 18 ([1], гл. III).

Теорема 1. *Пусть V — U-плюс-оператор и $Z \in \mathcal{A}_+$. Тогда следующие условия эквивалентны:*

а) $[Vx, Vx]_U - [Z^{-1}x, x]_U \geq \gamma\|x\|^2$ *для некоторого* $\gamma > 0$, $\forall x \in H$;

б) ZV*-равномерно растягивающий оператор;*

в) $Z^V \geq \gamma I + Z^{-2} > Z^{-2} - \gamma I \geq Z_V$ *для некорого* $\gamma > 0$.

Теорема 2. *Пусть V — U-плюс-оператор. Тогда следующие условия эквивалентны:*

1) *V с точностью до множителя из $\mathcal{A}_+$ равномерно растягивающий;*

2) *V фокусирующий полустрогий U-плюс-оператор.*

Из свойств унитарнопорожденных б.ф. следует

Теорема 3. *Пусть V — U-плюс-оператор. Следующие условия эквивалентны:*

i) V с точностью до множителя из $\mathcal{A}_+$ почти равномерно растягивающий оператор;

ii) V—полустрогий почти фокусирующий оператор;

iii) $Z^V \in \mathcal{A}_+$, *оператор* $Z^V - Z_V \bigvee 0$ *неотрицателен и не обратим;*

iv) существует оператор $Z \in \mathcal{A}_+$ *такой, что* $[Vx, Vx]_U - [Zx, x]_U > 0$, $\forall x \in H$, $x \neq 0$ *и* $\inf\{[Vx, Vx]_U - [Zx, x]_U : \|x\| = 1\} = 0$.

Здесь $Z_V \bigvee 0$ *понимается как верхняя грань операторов* Z_V *и* 0.

Работа поддержана РФФИ (проект 99-01-00441).

ЛИТЕРАТУРА

1. Азизов Т. Я., Иохвидов И. С. *Основы теории линейных операторов в пространствах с индефинитной метрикой.* – М.: Наука, 1986. – 352 с.