

алгебраически порождается своими проекторами// См. настоящий сборник.

3. Pearcy C. and Topping D. *Sums of small numbers of idempotents*// Michigan Math. J. - 1967. - V. 14. - P. 453-465.

Р. Ф. Билялов (Казань)

## СПИНОРЫ НА РИМАНОВЫХ МНОГООБРАЗИЯХ

У ортогональных групп  $O(p, q)$  существуют тензорные и спинорные представления, причем последние не допускают расширения до представления объемлющей полной линейной группы  $GL(n)$ ,  $n = p + q$ . Поэтому для задания спиноров на римановых многообразиях вводятся поля ортогональных реперов, при переходе от одного поля ортогонального репера к другому с помощью некоторого поля ортогональных преобразований спиноры преобразуются с помощью соответствующего поля спин-преобразований. Эта необходимость использовать только ортогональные реперы при рассмотрении спиноров на римановых многообразиях приводит к трудностям уже при построении производной Ли спиноров. При переносе с помощью точечного бесконечно малого преобразования  $x' = x + t\xi$  ортогонального репера  $e_a^\alpha$  из точки  $x - t\xi$  в точку  $x$  перенесенный репер  $\bar{e}_a^\alpha(x)$  перестает быть ортогональным репером, следовательно, переход от этого репера к реперу  $e_a^\alpha(x)$  описывается неортогональным преобразованием, и возникает проблема расширения спинорного представления группы  $O(p, q)$  до представления объемлющей группы  $GL(n)$ . В дальнейшем для простоты рассуждений положим  $q = 0$ , т.е. ограничимся рассмотрением только собственно римановых пространств.

**Лемма 1.** Для произвольной симметрической матрицы  $g = (g_{\alpha\beta})$ , задающей положительно определенную квадратичную форму, существует единственное положительное симметрическое преобразование  $S(g)$ , удовлетворяющее условию  $S(g)gS(g) = (\delta_{\alpha\beta})$ .

**Лемма 2.** Пусть  $G = \{g\}$ , где  $g$  задает положительно определенную квадратичную форму. Существует множество

однозначных функций  $S$ , определенных на всем  $G = \{g\}$ , удовлетворяющих условию  $S(g)gS(g) = (\delta_{\alpha\beta})$ . Если даны две такие функции  $S_1$  и  $S_2$ , то  $\forall g \in G S_1^{-1}(g)S_2(g) \in O(n)$ .

**Теорема.** Пусть задано спинорное представление группы  $O(n)$  в пространстве  $\Psi = \{\psi\}$ :  $L \in O(n) \rightarrow \Lambda(L) : \psi' = \Lambda(L)\psi$ . Расширение спинорного представления группы  $O(n)$  до представления  $GL(n)$  на пространстве  $G \times \Psi$  задается преобразованиями:  $\forall A \in GL(n) : g' = A^{-1T}gA^{-1}$ ;  $\psi' = \Lambda(S^{-1}(A^{-1T}gA^{-1})AS(g))\psi$ .

Эта теорема позволяет рассматривать спиноры в произвольных реперах, в частности в натуральных, а это означает, что спиноры, как и тензоры, допускают описание в координатах.

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Билялов Р.Ф. *Симметрический тензор энергии-импульса спинорных полей*// Теор. и матем. физика. - 1996. - Т. 108. - No 2. - С. 306-314.

2. Билялов Р.Ф. *Спиноры в координатах*// Изв. вузов. Физика. - 1998. - No 6. - С. 116-119.

С. А. Бронникова (Казань)

### СЛАБЫЙ ЗАКОН БОЛЬШИХ ЧИСЕЛ ДЛЯ СЛУЧАЙНЫХ СУММ СЛУЧАЙНО ВЗВЕШЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В БАНАХОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ МАРТИНГАЛЬНОГО ТИПА

Рассмотрим схему серий  $\{V_{nj}, j \geq 1, n \geq 1\}$  случайных элементов, определённых на вероятностном пространстве  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  и принимающих значения в сепарабельном вещественном банаховом пространстве  $\mathcal{X}$  мартингального типа  $p$  ( $1 \leq p \leq 2$ ) с нормой  $\|\cdot\|$  (см. [2]). Пусть  $\{A_{nj}, j \geq 1, n \geq 1\}$  — схема серий (вещественнозначных) случайных величин (называемых случайными взвесями) и пусть  $\{T_n, n \geq 1\}$  — последовательность целочисленных случайных величин, (называемых случай-