

ЛИТЕРАТУРА

1. Parsons J. D. *Nematic ordering in a system of rods*// Phys. Rev. A. - 1979. - V. 19. - No 3. - P. 1225-1230.
2. Вайнберг М. М., Треногин В. А. *Теория ветвления решений нелинейных уравнений*. - М.: Наука, 1969. - 528 с.

М. С. Беспалов (Владимир)

ОБОБЩЕНИЕ МУЛЬТИПЛИКАТИВНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

Мультипликативное преобразование Фурье $J[f](u) = \int_0^{+\infty} f(x)\overline{K(x,u)}dx$ можно определить (сравн. с [1]), задав ядро преобразования в виде скрещенного произведения системы Прайса $\{\phi_n(x)\}_{n=0}^{\infty}$: $K(x,u) = \phi_n(\{u\}) \cdot \phi_m(\{x\})$, где $n = [x]$, $m = [u]$ (целая часть числа), а $\{x\} = x - [x]$, $\{u\} = u - [u]$.

Частным случаем системы Прайса служат система Уолша в нумерации Пэли и система Крестенсона-Леви. В этих случаях мультипликативное преобразование Фурье превращается в преобразование Уолша и преобразование Крестенсона-Леви соответственно. Аналогично, систему Прайса можно заменить на любую полную ортонормированную в $L^2[0, 1]$ систему функций. В частности, выбрав в качестве таковой систему Хаара, получим преобразование, которое по аналогии можно было бы назвать преобразование Хаара.

Предлагается следующее обобщение мультипликативного преобразования Фурье, при котором ядро задается как бискрещенное произведение двух различных ортонормированных на $[0, 1)$ систем $\{\phi_n(x)\}_{n=0}^{\infty}$ и $\{\varphi_n(x)\}_{n=0}^{\infty}$: $K_{\phi, \varphi}(x, u) = \phi_n(\{u\}) \cdot \varphi_m(\{x\})$, где $n = [x]$, $m = [u]$.

Если полагать, что $\phi_n(x) \equiv 0$ и $\varphi_n(x) \equiv 0$ при $x \notin [0, 1)$, то ядро можно определить с помощью целочисленных сдвигов данных функций $\phi_{n,m}(x) = \phi_n(x - m)$, $\varphi_{n,m}(x) = \varphi_n(x - m)$: $K(x, u) = K_{\phi, \varphi}(x, u) = \sum_{n,m=0}^{\infty} \phi_{n,m}(x) \cdot \varphi_{m,n}(u)$. Вопрос о схо-

димости двойного ряда здесь не возникает, так как для любой фиксированной точки плоскости (x, u) только одно слагаемое отлично от нуля.

Утверждение 1. Система $\{\phi_{n,m}(x)\}_{n,m=0}^{\infty}$ образует ортонормированный базис пространства $L^2[0, \infty)$.

Утверждение 2. Для интегральных преобразований с ядром $K_{\phi, \varphi}(x, u)$ в виде бискрещенного произведения имеем $J[\phi_{n,m}] = \overline{\varphi_{m,n}}$.

Если в качестве исходных систем взяты упомянутые выше системы или их регулярные (то есть внутри пачек) перестановки, то справедливы, доказанные в [2,3] для мультипликативных преобразований Фурье, следствия утверждения о том, что при этих преобразованиях класс ступенчатых (с соответствующим выбором длин ступенек) функций переходит в финитные и, наоборот, финитные переходят в ступенчатые.

Работа поддержана РФФИ (проект 00-01-00342).

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Голубов Б. И., Ефимов А. В., Скворцов В. А. *Ряды и преобразования Уолша: Теория и применения.* – М.: Наука. 1987.
2. Беспалов М. С. *Исследование аппроксимативных свойств обобщенных мультипликативных систем функций в метриках L^p* / Дисс. канд. ф.-м. н. – Саратов: СГУ, 1983. – 94 с.
3. Беспалов М. С. *Об операторах мультипликативных преобразований Фурье*/ Деп. в ВИНТИ 25 окт. 1983. N 5826–83 ДЕП. 27с.

А. М. Бикчентаев (Казань)

УСЕЧЕННАЯ СВЕРТКА ФУНКЦИЙ ОРЛИЧА ЯВЛЯЕТСЯ N-ФУНКЦИЕЙ

Пусть $I = (0, +\infty)$ и Φ — класс функций Орлича, т.е. множество всех непрерывных строго возрастающих функций $f : I \rightarrow I$ таких, что