2. Медных И. А. *О нерегулярных голоморфных отображениях римановой поверхности рода четыре на риманову поверхность рода два* // Вестн. НГУ. Сер.: Матем., мех., информ. – 2009. – Т. 9. – Вып. 2. – С. 73–80.

3. Kato T. *On Riemann surfaces of genus four with non-trivial automorphisms* // Kodai Math. J. – 2009. – No 9. – P. 443–456.

В. П. Микка, Е. В. Петрова

Йошкар-Ола, mikkaav@marsu.ru

О p-ЛИСТНЫХ ВЫПУКЛЫХ МЕРОМОРФНЫХ ФУНКЦИЯХ ИЗ КЛАССА ТИПА БЕККЕРА

Достаточное условие p-листности мероморфных в $E = \{\zeta : |\zeta| < 1\}$ функций, обоснованное в монографии [1], для мероморфных в $E^- = \{z : |z| > 1\}$ функций может быть переписано в виде

$$A_2(p) = \Big\{F(z) = a_p z^p + a_{p-1} z^{p-1} + \cdots + a_0 + \frac{a_{-1}}{z} + \cdots : \left|z\frac{F''(z)}{F'(z)} + 1 - p\right| \leqslant \frac{p}{|z|^{2p} - 1}\Big\}.$$

Отметим, что $A_2(1)$ совпадает с множеством однолистных в E^- функций Беккера [2].

Здесь ставится задача о выделении подклассов

$$\Sigma^0_{p,n;\alpha,\beta} = \Big\{F_{p,n}(z) = a_p z^p + a_{p-n} z^{p-n} + \cdots : z\frac{F''_{p,n}(z)}{F'_{p,n}(z)} + 1 \prec p\frac{z+\beta}{z-\alpha}\Big\},$$

где $\alpha + i\beta \in \Delta = \{(\alpha, \beta) \in (-1, 1] \times (-1, 1] : \alpha + \beta > 0\}$, принадлежащих $A_2(p)$.

Обратим внимание на то, что необходимым условием принадлежности функции $F_{p,n}(z) \in A_2(p)$ является выполнение неравенства $n \geqslant 2p$.

Теорема. *Пусть функции* $F_{p,n}(z) \in \Sigma^0_{p,n;\alpha,\beta}$ *при* $p \geqslant 1$ *и* $n-2p \geqslant 0$. *Семейство* $\Sigma^0_{p,n;\alpha,\beta} \subset A_2(p)$, *если*

$$\alpha + i\beta \in \nabla^2_{p,n} = \Big\{(\alpha,\beta) \in \Delta : \\ (\alpha+\beta)\frac{r^{n-2p}(1-r^{2p})}{1-\alpha r^n} = (\alpha+\beta)\frac{2p}{n}r^{n-2p} \leqslant 1\Big\},$$

где $r = r(\alpha) \in [0,1)$ *является единственным корнем уравнения*

$$2p\alpha r^n - nr^{2p} + n - 2p = 0.$$

Выпуклые множества $\nabla^2_{p,n}$ *нельзя расширить из-за экстремальных* p*-листных выпуклых мероморфных функций*

$$F_{p,n}(z) = pa_p \int z^{p-1}\Big(1 - \frac{\alpha}{z^n}\Big)^{\frac{p(\alpha+\beta)}{\alpha n}} dz + C.$$

Можно указать явные уравнения границы множества $\nabla^2_{p,n}$.

Следствие. *Если* $n = 2p$, *то* $\partial\nabla^2_{p,2p}$ *совпадает с границей трапеции с вершинами в точках* 1, $1-i$, $-1+i$, i. *Если* $2p < n < 4p$, *то граница*

$$\partial\nabla^2_{p.n} = \Big[1+\Big(\frac{n}{2p}-1\Big)i, 1-i\Big) \cup (1-i, -1+i) \cup (-1+i, \alpha_{p,n}+i) \cup L^+_{2;p,n},$$

где выпуклая, монотонно убывающая по α *кривая*

$$L^+_{2;p,n} = \Big\{(\alpha,\beta) : 2p\alpha\Big(\frac{n}{2p(\alpha+\beta)}\Big)^{\frac{n}{n-2p}} - \\ - n\Big(\frac{n}{2p(\alpha+\beta)}\Big)^{\frac{2p}{n-2p}} + n - 2p = 0,\ \alpha \in [\alpha_{p,n}, 1]\Big\}$$

и $\alpha_{p,n}+i$ *является точкой пересечения кривой* $L^{+}_{2;p,n}$ *с прямой* $\beta = 1$. *Если* $n \geqslant 4p$, *то* $\nabla^2_{p,n} = \Delta$, *т. е. все выпуклые в* E^- *мероморфные* p*-листные функции принадлежат* $A_2(p)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Авхадиев Ф. Г. *Конформные отображения и краевые задачи.* – Казань: Казанский фонд "Математика", 1996. – 216 с.

2. Becker J., Pommerenke Ch. *Schlichtheitskriterien und Jordangebiete* // J. Reine und Angew. Math. – 1984. – Bd. 354. – S. 74–94.

А. Н. Миронов

Елабуга, lbmironova@yandex.ru

ОБ ОДНОМ ФАКТОРИЗОВАННОМ УРАВНЕНИИ В n-МЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Рассматривается уравнение

$$\left(\frac{\partial}{\partial x_1} + \frac{\partial}{\partial x_2} + \cdots + \frac{\partial}{\partial x_n}\right) Lu = 0, \tag{1}$$

$$Lu \equiv D^{\tilde\alpha}u + \sum_{\alpha<\tilde\alpha} a_\alpha(x_1, x_2, \ldots, x_n) D^\alpha u,$$

где мультииндексы имеют n компонент, $\tilde\alpha = (1, 1, \ldots, 1)$, отношение подчиненности $\alpha < \tilde\alpha$ означает, что α получен из $\tilde\alpha$ уменьшением по меньшей мере одной компоненты.

Решение уравнения (1) будем называть регулярным, если все входящие в него производные искомой функции непрерывны. Через e_i обозначим единичный мультииндекс $(\gamma_1, \ldots, \gamma_n)$, $\gamma_i = 1$, $\gamma_j = 0$, $i \neq j$, $C^{(k_1,\ldots,k_n)}$ есть класс функций, имеющих непрерывные производные $\partial^{s_1+\cdots+s_n}/\partial x_1^{s_1} \ldots \partial x_n^{s_n}$ для всех значений $s_r \leqslant k_r$, $r = \overline{1,n}$.