

**Теорема.** Пусть ограниченная область  $\Omega$  содержит гладкий кусок  $\Gamma$ ,  $f \in C^2(\Omega) \cap C^1(\Omega \cup \Gamma) \cap C(\bar{\Omega})$  — решение уравнения (1) и функция  $g \in C^2(\Omega) \cap C^1(\Omega \cup \Gamma) \cap C(\bar{\Omega})$  такова, что  $f = g$  на  $\partial\Omega \setminus \Gamma$ ,

$$\frac{\langle \nabla f, \vec{n} \rangle}{\sqrt{1 + |\nabla f|^2}} = \frac{\langle \nabla g, \vec{n} \rangle}{\sqrt{1 + |\nabla g|^2}} \quad \text{на } \Gamma.$$

Тогда справедливо равенство

$$\int_{\Omega} \sin^2 \frac{\alpha}{2} \sqrt{1 + |\nabla g|^2} dx = \frac{1}{2}(\sigma(g) - \sigma(f)),$$

где  $\alpha$  — угол между нормальными  $\nu_f$  и  $\nu_g$  к графикам функций  $f$  и  $g$  соответственно.

С использованием данного равенства при определенных условиях доказывается равномерная сходимость последовательности  $g_m$ , минимизирующей функционал площади, т. е. такой, что  $\sigma(g_m) \rightarrow \sigma(f)$  при  $m \rightarrow \infty$ .

**В. А. Клячин**

Волгоград, klchnv@mail.ru

## ОБ ОДНОМ СВОЙСТВЕ РЕШЕНИЙ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ

Пусть в ограниченной области  $\Omega \subset R^n$  задан набор функций  $a_{ij}(x)$  класса  $C^1(\Omega)$ . Для функции  $q(t) \in C^1(R)$  рассмотрим дифференциальный оператор

$$Lu = \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_j} \left( a_{ij}(x) \frac{\partial u(x)}{\partial x_i} \right) - \frac{\partial}{\partial t} \left( q(t) \frac{\partial u}{\partial t} \right).$$

Предполагаем, что в каждой точке  $x \in \Omega$  матрица  $\|a_{ij}(x)\|$  симметрична и положительно определена, а функция  $q(t)$  положительна. Через  $a^{ij}$  обозначим коэффициенты обратной матрицы. Введем обозначение

$$\Phi(x, \xi) = \sum_{i,j=1}^n a^{ij}(x) \xi_i \xi_j, \quad \xi \in R^n.$$

Пусть  $u(x, t)$  — решение уравнения  $Lu(x, t) = g(x, t)$  с краевым условием  $u(x, t) = 0$  при  $x \in \partial\Omega$ .

Обозначим

$$h(t) = \max_{\Omega} u(x, t),$$

считая при этом, что найдется  $C^1$ -гладкая кривая  $x(t)$ , такая, что  $h(t) = u(x(t), t)$ . Имеет место

**Теорема 1.** *Если точка максимума  $x(t)$  движется так, что  $\Phi(x(t), x'(t))q(t) \leq 1$ , то имеет место дифференциальное неравенство*

$$(q(t)h'(t))' \leq -g(x(t), t).$$

Рассмотрим в области  $\Omega$  дважды непрерывно дифференцируемую функцию  $v(x) > 0$ , такую, что

$$\sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x) \frac{\partial^2 v(x)}{\partial x_i \partial x_j} \leq -\lambda v(x)$$

для некоторой положительной постоянной  $\lambda$ . Обозначим

$$h(t) = \max_{\Omega} \frac{u(x, t)}{v(x)},$$

полагая при этом, что найдется  $C^1$ -гладкая кривая  $x(t)$ , такая, что  $h(t) = u(x(t), t)/v(x(t))$ . Имеет место

**Теорема 2.** Если точка максимума  $x(t)$  движется так, что  $\Phi(x(t), x'(t))q(t) \leq 1$ , то имеет место дифференциальное неравенство

$$(q(t)h'(t))' + \lambda h(t) \leq -\frac{g(x(t), t)}{v(x(t))}.$$

**Следствие.** Пусть выполнены условия теоремы 2 и неравенства  $0 < q_0 \leq q(t) \leq q_1$ . Тогда, если на отрезке  $[t_0, t_1]$  функция  $h(t)$  монотонна, то

$$|t_1 - t_0| \leq \frac{q_1^2 \pi}{q_0 \lambda}.$$

**В. А. Клячин, А. А. Широкий**

*Волгоград, klchnv@mail.ru, mhwide@hotmail.com*

## ТРИАНГУЛЯЦИЯ ДЕЛОНЕ МНОГОМЕРНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ И ЕЁ АППРОКСИМАЦИОННЫЕ СВОЙСТВА

Рассмотрим некоторую  $n$ -мерную поверхность  $F$  в пространстве  $\mathbf{R}^{n+1}$ , заданную графиком функции  $x_{n+1} = f(x_1, \dots, x_n) \equiv f(x)$ ,  $x \in D \subset \mathbf{R}^n$ . Определим отображение проекции  $\pi : F \rightarrow D$ ,  $\pi(x_1, \dots, x_{n+1}) = (x_1, \dots, x_n)$ . Множество точек вида  $(x_1, \dots, x_n, 0) \in \mathbf{R}^{n+1}$  обозначим через  $\Pi$ . Пусть  $P_i$ ,  $i = 1, \dots, N$ , — некоторый набор точек  $\mathbf{R}^{n+1}$ , лежащих на поверхности  $F$  и таких, что любой симплекс в вершинах из  $P_i$  является невырожденным. Обозначим через  $P'_i = \pi(P_i)$  проекцию точки  $P_i$  в область  $D$ . Будем рассматривать триангуляцию поверхности  $F$   $n$ -мерными симплексами, построенными на множестве  $P_i$ .