

## ЛИТЕРАТУРА

1. Айяс Э. Л. *Обыкновенные дифференциальные уравнения*.  
– Харьков: ОНТИ, 1939. – 719 с.

В. В. Картак, В. Н. Хабибуллин

Уфа, *kvera@mail.ru*, *Khabib-Bulat@mail.ru*

**ДВОЙСТВЕННОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ  
ФУНКЦИОНАЛОВ НА ПРОЕКТИВНЫХ  
ПРЕДЕЛАХ ВЕКТОРНЫХ РЕШЕТОК**

Для подпространства  $X_0 \subset X$  упорядоченного векторного пространства  $X$  над полем вещественных чисел  $\mathbb{R}$  алгебраически сопряженное к  $X_0$  пространство обозначаем через  $X_0^*$ . Функционал  $q: X \rightarrow [-\infty, \infty]$  допускает двойственное представление (сверху) на  $x \in X_0$  (относительно  $X_0$ ), если

$$q(x) = \inf\{S(x): S \in X_0^*, q(x') \leq S(x') \forall x' \in X_0\}.$$

Пусть  $(X_n)$  — последовательность векторных решеток над  $\mathbb{R}$  с отношениями порядка  $\leq_n$  на  $X_n$ ,  $n \in \mathbb{N} := \{1, 2, \dots\}$ . Для вектора  $x = (x_n) \in \prod_n X_n$  через  $\text{pr}_n x := x_n$  обозначаем проекцию  $x$  на  $X_n$ . На  $\prod_n X_n$  вводится отношение порядка  $\leq$ , а именно:  $x \leq x'$  в  $\prod_n X_n$ , если  $\text{pr}_n x \leq_n \text{pr}_n x'$  для всех  $n \in \mathbb{N}$ .

Пусть  $p_n: X_{n+1} \rightarrow X_n$  — положительные отображения, сохраняющие точную верхнюю грань. Подпространство  $X$  в  $\prod_n X_n$ , векторы которого  $x$  удовлетворяют условию  $\text{pr}_n x = p_n(\text{pr}_{n+1} x)$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , снабженное индуцированным с  $\prod_n X_n$  отношением порядка  $\leq$ , есть *проективный предел последовательности векторных решеток  $X_n$  относительно отображений  $p_n$*  (см. [1]). Для  $n \in \mathbb{N}$  с функционалом  $q: X \rightarrow [-\infty, +\infty]$

ассоциируются функционалы

$$q_n: X_n \rightarrow [-\infty, +\infty], \quad q_n(x_n) := \sup q(\text{pr}_n^{-1}(x_n)), \quad x_n \in X_n.$$

**Основная задача.** Пусть каждый ассоциированный функционал  $q_n$  допускает двойственное представление на всех векторах из  $X_n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ . Для подпространства  $X_0 \subset X$  и вектора  $x \in X_0$  дать условия, при которых функционал  $q$  допускает двойственное представление на векторе  $x \in X_0$ .

Эта задача возникла в связи с вопросами существования и построения наибольших минорант из конусов (плюри)субгармонических функций для различных функций и их многочисленными приложениями (см. [1] и сайт <http://math.bsunet.ru/khb>). В определенной степени она была решена в [1] для суперлинейных и специальных супремальных функционалов. Предлагаются обобщения этих результатов в нескольких направлениях: рассмотрение проективного предела по произвольному направленному вверх множеству; перенос на произвольные, в частности, и на выпуклые функционалы  $q$ ; распространение двойственного представления на векторы из конуса  $X_0^\perp$ , состоящего из точных нижних граней направленных вниз подмножеств из  $X_0 \subset X$ . Это расширяет сферу приложений предложенной двойственности в теории функций (например, к распределению нулей голоморфных и представлению мероморфных функций) и в теории (плюри)потенциала.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 09-01-00046 и 08-01-97023-р\_поволжье) и программы Президента "Ведущие научные школы РФ" (проект НШ-10052.2006.1).

## ЛИТЕРАТУРА

1. Хабибуллин Б. Н. *Двойственное представление суперлинейных функционалов и его применения в теории функций*. I, II // Изв. РАН. Сер. матем. – 2001. – Т. 65. – № 4. – С. 205–224; 2001. – Т. 65. – № 5. – С. 167–190.

**И. Н. Катковская, В. Г. Кротов**

*Минск, krotov@bsu.by*

**КРИТЕРИИ КОМПАКТНОСТИ  
В ПРОСТРАНСТВЕ ИЗМЕРИМЫХ ФУНКЦИЙ**

Пусть  $\Phi$  — множество всех четных, положительных и возрастающих на  $(0, +\infty)$  функций  $\varphi$ , удовлетворяющих условиям

$$\varphi(0) = \varphi(+0) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow +\infty} \varphi(t) = +\infty,$$

$\Phi_1$  — подкласс функций из  $\Phi$ , для которых  $\varphi(t)/t$  убывает.

Пусть  $(X, \mu)$  — пространство с конечной мерой  $\mu$ . Если  $\varphi \in \Phi$ , то через  $\varphi(L)$  будем обозначать множество (классов эквивалентности) измеримых функций  $f : X \rightarrow \mathbb{R}$ , для которых конечна величина  $\int_X \varphi(f) d\mu$ . Класс  $\varphi(L)$  снабжается естественной топологией (см. [1]), в частности, при  $\varphi \in \Phi_1$  он является полным метрическим пространством относительно метрики

$$d_\varphi(f, g) = \int_X \varphi(f - g) d\mu.$$

Множество  $L^0(X)$  классов эквивалентности измеримых функций на  $X$  также является полным метрическим пространством относительно метрики Фреше

$$d_{L^0}(f, g) = \int_X \frac{|f - g|}{1 + |f - g|} d\mu.$$