В. В. Картак

Уфа, kvera@mail.ru

АЛГОРИТМИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ПРОБЛЕМЫ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ПЕНЛЕВЕ

Шесть известных уравнений Пенлеве играют большую роль при исследовании задач математической физики в таких областях, как статистическая механика, физика плазмы, квантовая гравитация, квантовая теория поля, нелинейные волны, нелинейная оптика и др. Это обыкновенные дифференциальные уравнения второго порядка, разрешенные относительно второй производной, решения которых не имеют подвижных особенностей за исключением полюсов. Список уравнений Пенлеве в привычном "стандартном" виде содержится, например, в книге [1].

Известно, что в различных переменных вид одного и того же уравнения может существенно измениться. Пусть даны два обыкновенных дифференциальных уравнения (второго порядка). Существует ли точечная замена переменных $\tilde{x} = \tilde{x}(x, y)$, $\tilde{y} = \tilde{y}(x, y)$, сводящая одно из уравнений к другому? Эта задача известна как *проблема эквивалентности.* В случае положительного ответа уравнения называются *эквивалентными.*

Для уравнений Пенлеве в общем виде проблема эквивалентности до сих пор решена не была. В работе предлагается алгоритм ее решения, базирующийся на построении дифференциальных инвариантов уравнений.

Для всех шести уравнений Пенлеве решается проблема эквивалентности, а также явно находится искомая замена переменных.

ЛИТЕРАТУРА

1. Айнс Э. Л. *Обыкновенные дифференциальные уравнения.* – Харьков: ОНТИ, 1939. - 719 с.

В. В. Картак, Б. Н. Хабибуллин

Уфа, kvera@mail.ru, Khabib-Bulat@mail.ru

ДВОЙСТВЕННОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ФУНКЦИОНАЛОВ НА ПРОЕКТИВНЫХ ПРЕДЕЛАХ ВЕКТОРНЫХ РЕШЕТОК

Для подпространства $X_0 \subset X$ упорядоченного векторного пространства X над полем вещественных чисел $\mathbb{R}$ алгебраически сопряженное к X_0 пространство обозначаем через X_0^*. Функционал $q\colon X \to [-\infty, \infty]$ *допускает двойственное представление* (сверху) на $x \in X_0$ (относительно X_0), если

$$q(x) = \inf\{S(x)\colon S \in X_0^*,\ q(x') \leqslant S(x')\,\forall\, x' \in X_0\}.$$

Пусть (X_n) — последовательность векторных решеток над $\mathbb{R}$ с отношениями порядка $\leqslant_n$ на X_n, $n \in \mathbb{N} := \{1, 2, \ldots\}$. Для вектора $x = (x_n) \in \prod_n X_n$ через $\mathrm{pr}_n x := x_n$ обозначаем проекцию x на X_n. На $\prod_n X_n$ вводится отношение порядка $\leqslant$, а именно: $x \leqslant x'$ в $\prod_n X_n$, если $\mathrm{pr}_n x \leqslant_n \mathrm{pr}_n x'$ для всех $n \in \mathbb{N}$.

Пусть $p_n\colon X_{n+1} \to X_n$ — положительные отображения, сохраняющие точную верхнюю грань. Подпространство X в $\prod_n X_n$, векторы которого x удовлетворяют условию $\mathrm{pr}_n x = p_n(\mathrm{pr}_{n+1} x)$, $n \in \mathbb{N}$, снабженное индуцированным с $\prod_n X_n$ отношением порядка $\leqslant$, есть *проективный предел последовательности векторных решеток X_n относительно отображений p_n* (см. [1]). Для $n \in \mathbb{N}$ с функционалом $q\colon X \to [-\infty, +\infty]$