ация ещё сложнее: в ряде случае не удается найти даже первый дифференциальный инвариант (он может и не существовать). Это означает, что для редукции уравнений 2-го порядка такие операторы вообще бесполезны.

3. Хорошо известно, что локальные операторы, допускаемые дифференциальными уравнениями, образуют алгебру Ли. Для нелокальных операторов их множества не образуют алгебру Ли, так как в них не выполняется тождество Якоби.

4. Всякая допускаемая локальная группа переводит решение уравнения снова в решение того же уравнения. Для нелокальных операторов мы не можем найти преобразования группы, и это полезное свойство тоже теряется.

Можно констатировать выраженное "расслоение" симметричных методов: с одной стороны, это классический групповой анализ — законченная и продуктивная область математики, основанная на свойствах *локальных* непрерывных групп преобразований, с другой — новое развивающееся направление, ориентированное на приложения и базирующееся на общих свойствах декомпозируемых объектов. По существу, факторизация уравнений может быть найдена и без привлечения понятия инфинитезимального оператора.

Р. Р. Замалиев

Казань, zamrr@yandex.ru

ОБ ОДНОМ АППРОКСИМИРУЮЩЕМ ОПЕРАТОРЕ

Пусть $C \equiv C[-1,1]$ — пространство непрерывных на $[-1,1]$ функций с обычной max-нормой и $m \in \mathbb{N}$. Следуя [1], скажем что функция $f \in C$ принадлежит классу $C\{m;0\}$, если в точке

$t = 0$ существует тейлоровская производная $f^{\{m\}}(0)$ порядка m. При $p \in \mathbb{R}^+$ и $g \in C$, следуя также [1], будем говорить, что $g \in C\{p;1\}$, если существуют левые тейлоровские производные $g^{\{j\}}(1)$ $(j = \overline{1,[p]})$ в точке $t = 1$, причем при $p \neq [p]$ ($[\cdot]$ — целая часть) существует

$$\lim_{t\to 1-}\left\{\left[g(t) - \sum_{j=0}^{[p]} g^{\{j\}}(1)\frac{(t-1)^j}{j!}\right](1-t)^{-p}\right\}.$$

Теперь образуем основное пространство $Y \equiv \{y \in C\{m;0\} \mid Ty \in C\{p;1\}\}$, где $T : C\{m;0\} \to C$ — "характеристический" оператор класса $C\{m;0\}$ (см., например, [2]). В качестве нормы в нем выберем величину

$$\|y\|_Y \equiv \|Ty\|_{C\{p;1\}} + \sum_{i=0}^{m-1} |y^{\{i\}}(0)| \ (y \in Y).$$

Пусть $Y_n \equiv UV(\Pi_{n-1}) \oplus \Pi_{m+\lambda}$, где

$$\Pi_l \equiv \operatorname{span}\{t^i\}_0^l, \quad \lambda = \lambda(p) \equiv [p] - (1 + \operatorname{sign}([p] - p)),$$

$$Uf \equiv t^m f(t), \quad Vf \equiv (1-t)^p f(t).$$

Введем линейный оператор $\Gamma_n \equiv \Gamma_{n+m+\lambda} : Y \to Y_n$, ставящий в соответствие любой функции $y \in Y$ элемент

$$\Gamma_n y \equiv \Gamma_{n+m+\lambda}(y;t) \equiv$$
$$\equiv (UV\Phi_n STy)(t) + \sum_{j=0}^{\lambda}(Ty)^{\{j\}}(1)t^m\frac{(t-1)^j}{j!} + \sum_{i=0}^{m-1} y^{\{i\}}(0)\frac{t^i}{i!},$$

где $S : C\{p;1\} \to C$ — "характеристический" оператор класса $C\{p;1\}$ (см., например, [2]), а $\Phi_n : C \to \Pi_{n-1}$ — оператор Фурье по системе полиномов Чебышева первого рода.

Теорема. *Справедливы следующие утверждения:*

(i) $\Gamma_n^2 = \Gamma_n$;

(ii) *для любой функции* $y \in Y$ *верна оценка*

$$\|y - \Gamma_n y\|_Y = O\left\{E_{n-1}(STy)\ln n\right\} \quad (n = 2, 3, \ldots),$$

где $E_l(f)$ — *наилучшее равномерное приближение функции* $f \in C$ *полиномами из* Π_l.

Отметим, что установленные свойства "полиномиального" оператора Γ_n существенно применяются при разработке и обосновании специальных прямых методов решения интегральных уравнений третьего рода с фиксированными особенностями
в ядре.

ЛИТЕРАТУРА

1. Прессдорф З. *Сингулярные интегральные уравнения с символом, обращающимся в нуль в конечном числе точек* // Матем. исслед. – 1972. – Т. 7. – № 1. – С. 116–132.

2. Габбасов Н. С. *Методы решения интегральных уравнений Фредгольма в пространствах обобщенных функций.* – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2006. – 176 с.

В. К. Захаров, Е. С. Половинкин, Т. В. Родионов

Москва, zakharov_valeriy@list.ru,

polovinkin@mail.mipt.ru, rodionovtv@mail.ru

РАВНОМЕРНЫЕ ФУНКЦИИ И ТОНКАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ БОРЕЛЕВСКИХ ФУНКЦИЙ

Пусть $(T, \mathcal{G})$ — топологическое пространство с ансамблями $\mathcal{G}$, $\mathcal{F}$ и $\mathcal{B}$ открытых, замкнутых и борелевских множеств, соответственно.