О. А. Данилов

Новосибирск, odanilov@ngs.ru

ФОРМУЛА ТЕЙЛОРА ДЛЯ ДИСКРЕТНОЙ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ, ЗАДАННОЙ НА КВАДРАТЕ

Целью настоящей работы является установление теорем существования и единственности разложения Тейлора для дискретной аналитической функции, определенной на конечном квадрате гауссовой плоскости.

Пусть $U_R = \{z \in \mathbb{C} : |z| < R\}$ и $Q_R = (\mathbb{Z}^+ + i\,\mathbb{Z}^+) \cap U_R$. Обозначим через $\mathcal{A}(U_R)$ и $\mathcal{D}(Q_R)$ пространства аналитических и дискретных аналитических функций, определенных в U_R и Q_R соответственно. Следуя Д. Зайбергеру [3], определим в $\mathcal{D}(Q_R)$ систему псевдостепеней $\{\pi_k(z)\}$.

Следующая теорема доказана автором в [1].

Теорема. *Пусть $f \in \mathcal{D}(Q_R)$. Тогда существует*

$$F(\xi) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k \left(\frac{\xi}{1+i}\right)^k \in \mathcal{A}(U_R),$$

такая, что

$$f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k \pi_k(z)$$

и ряд абсолютно сходится для всех $z \in Q_R$. В этом случае для каждого $z = x + iy \in Q_R$

$$f(z) = \sum_{s=-y}^{x} c(x, y, s) F(s),$$

где

$$c(x, y, s) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{[(1+i)\xi - i]^x [(1-i)\xi^{-1} + i]^y}{\xi^{s+1}} d\xi,$$

а Γ *— любой контур, содержащий внутри* 0. *Более того, для всех целых* s, $0 \leqslant s < R$, *справедливы равенства*

$$F(s) = (1-i)^{-s} \sum_{k=0}^{s} \binom{s}{k} (-i)^k f(k),$$

$$F(-s) = (1+i)^{-s} \sum_{k=0}^{s} \binom{s}{k} i^k f(ik).$$

В работе [2] теорема доказана для случая $R = +\infty$.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта APVV SK-RU-0007-07.

ЛИТЕРАТУРА

1. Данилов О. А. *Интерполяционная формула Лагранжа для дискретной аналитической функции* // Вестн. НГУ. Сер.: Матем., мех., информ. – 2008. – Т. 8. – Вып. 4. – С. 23–29.

2. Медных А. Д. *Дискретные аналитические функции и ряд Тейлора* // Теория отображений, ее обобщения и приложения. Сб. науч. тр. – Киев: Наукова думка, 1982. – С. 137–144.

3. Zeilberger D. *A new basis for discrete analytic polynomials* // J. Austral. Math. Soc. – 1977. – V. 23 (Series A). – P. 95–104.