и $X = W^p_{2,q}[-1,1]$, где $q = q(t)$ — произвольная весовая функция, для которой $1/q(t)$ также является весовой. Доказано, что в паре пространств (X, Y) исходная задача ставится корректно. Для ее приближенного решения предлагаются полиномиальные методы Галеркина, коллокации, подобластей и механических квадратур. На примере задачи Коши для уравнения (1) обсуждаются также вопросы, связанные с решением проблемы оптимизации [3] прямых методов для указанной задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Агачев Ю. Р. *Сходимость полиномиального проекционного метода решения некорректных интегро-дифференциальных уравнений* // Изв. вузов. Матем. – 2007. – № 8. – С. 3–15.

2. Агачев Ю. Р. *Об одном сплайн-проекционном методе для некорректных интегро-дифференциальных уравнений* // Изв. вузов. Матем. – 2008. – № 9. – С. 3–10.

3. Габдулхаев Б. Г. *Оптимальные аппроксимации решений линейных задач.* – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1980. – 232 с.

Ю. Р. Агачев, А. И. Леонов, И. П. Семенов

Казань, jagachev@ksu.ru

К ПРИБЛИЖЕННОМУ РЕШЕНИЮ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ФИКСИРОВАННОЙ ИНТЕГРИРУЕМОЙ ОСОБЕННОСТЬЮ В ЯДРЕ

При решении ряда прикладных задач и исследовании некоторых классов интегральных уравнений третьего рода возникают интегральные уравнения с фиксированной особенностью в ядре вида

$$x(t) + \int_a^{\sigma(t)} h(t,s)x(s)ds = y(t), \quad -\infty < a \leqslant t \leqslant b < \infty, \tag{1}$$

где $\sigma(t) \equiv b$ (соответствует уравнению Фредгольма) или $\sigma(t) = t$ (соответствует уравнению Вольтерра), $x(t)$ – искомая, а $y(t)$ и $h(t,s)$ — известные функции, причем ядро $h(t,s)$ имеет фиксированные интегрируемые особенности по внутренней (переменной интегрирования) или внешней переменной. Здесь для определенности $h(t,s)$ считается функцией одного из следующих видов:

$$h(t,s) = \frac{\ln^m |s - \bar{t}|}{|s - \bar{t}|^\alpha}\bar{h}(t,s); \tag{2}$$

$$h(t,s) = \frac{\ln^m |t - \bar{t}|}{|t - \bar{t}|^\alpha}\bar{h}(t,s), \tag{3}$$

где $m \geqslant 0$ — целое, $0 \leqslant \alpha < 1$, точка $\bar{t} \in [a,b]$ — фиксированная, а $\bar{h}(t,s)$ подчиняется определенным условиям.

Обозначим через H оператор, определяемый интегральным слагаемым в уравнении (1). В работе изучаются свойства этого оператора в весовом пространстве Лебега $L_{2,\rho}(a,b)$, где весовая функция $\rho(t)$ выбирается в зависимости от ядра. Показано, что оператор H в пространстве $L_{2,\rho}(a,b)$ вполне непрерывен, если, например, функция $\bar{h} \in L_{2,q}((a,b)^2)$, где $q = q(t,s) = \rho(t)\rho(s)$, а весовая функция $\rho(t)$ задается следующим образом:

$$\rho(t) = |\ln^m |t - \bar{t}||/|t - \bar{t}|^\alpha \quad \text{для ядра} \quad (2);$$

$$\rho(t) = |t - \bar{t}|^\alpha/|\ln^m |t - \bar{t}|| \quad \text{для ядра} \quad (3).$$

Таким образом, уравнение (1) можно рассматривать в соответствующем пространстве $L_{2,\rho}(a,b)$ и эффективно применять для его решения известные прямые методы.

В работе проведено обоснование таких прямых методов, как: полиномиальные и сплайновые методы Галеркина, подобластей, коллокации и метод механических квадратур. В частности, оценка погрешности приближенных решений по сравнению с точным решением уравнения (1) в метрике пространства $L_{2,\rho}(a,b)$ дана в универсальных терминах теории приближений.

Следует отметить, что исследование указанных методов для уравнения (1) с ядрами (2) и (3) можно проводить и в традиционном пространстве $L_1(a,b)$ суммируемых по Лебегу функций (в случае ядра (2) также и в пространстве $C[a,b]$ непрерывных функций). Однако тогда приходится накладывать жесткие условия на функцию $\overline{h}(t,s)$; в частности, она не может иметь подвижных интегрируемых особенностей.

Г. А. Акишев

Караганда, akishev@ksu.kz

ОБ ОЦЕНКАХ M-ЧЛЕННОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ В ПРОСТРАНСТВАХ С АНИЗОТРОПНЫМИ НОРМАМИ

Пусть $\bar{p} = (p_1, \ldots, p_m)$, $\bar{\theta} = (\theta_1, \ldots, \theta_m)$, $p_j, \theta_j \in [1, \infty)$, $j = 1, 2, \ldots, m$, $L^*_{\bar{p},\bar{\theta}}(I^m)$ — пространство Лоренца с анизотропной метрикой всех 2π-периодических функций (см. [1]). Положим

$$\delta_{\overline{s}}(f, \overline{x}) = \sum_{\overline{n} \in \rho(\overline{s})} a_{\overline{n}}(f)\, e^{i\langle \overline{n}, \overline{x} \rangle},$$