ЛИТЕРАТУРА

1. Сафин Э. М. *Обратная задача для уравнения параболо-гиперболического типа с граничными условиями третьего рода* // Труды Стерлитамакского филиала Академии наук Республики Башкортостан. Серия "Физико-математические и технические наук" – Уфа: Гилем, 2009. – Вып. 6.– С. 118–126.

2. Сабитов К. Б., Сафин Э. М. *Обратная задача для уравнения параболо-гиперболического типа в прямоугольной области* // ДАН. – 2009. – Т. 429. – № 4. – С. 451-454.

В. М. Свиркин

Омский филиал Института математики им. С. Л. Соболева СО РАН, v_svirkin@mail.ru

СПЕКТР ОПЕРАТОРА ЛАПЛАСА СВЯЗНЫХ КОМПАКТНЫХ ПРОСТЫХ ГРУПП ЛИ РАНГА ОДИН И ДВА

В работах [2] и [3] найден алгоритм вычисления спектра лапласиана для вещественных и комплексных функций на связной компактной односвязной простой группе Ли с биинвариантной римановой метрикой. Рассматривается обобщение этого алгоритма на неодносвязный случай, то есть на случай произвольной связной компактной простой группы Ли G с биинвариантной римановой метрикой.

Элементы матриц каждого неприводимого унитарного матричного комплексного представления $c(\Lambda)$ размерности $d(\Lambda)$ группы Ли G со старшим весом Λ являются линейно независимыми комплексными собственными функциями лапласиана, отвечающими одному и тому же собственному значению

$\lambda(\Lambda) < 0$. Вещественные и комплексные части всех таких функций с добавлением постоянной ненулевой функции образуют базис F всех собственных вещественных функций лапласиана в том смысле, что каждая собственная вещественная функция f лапласиана представляется единственным образом в виде конечной линейной комбинации функций из F с постоянными вещественными коэффициентами. Из теории представлений компактных простых групп Ли известны формулы, выражающие величины $d(\Lambda)$ и $\lambda(\Lambda)$ через старший вес Λ (см. [2]). Таким образом, вычисление спектра лапласиана группы Ли G сводится к поиску множества ее старших весов $\Lambda^+(G)$ всех ее неприводимых комплексных представлений. Поиск множества $\Lambda^+(G)$ сводится к поиску решетки $\Lambda(G)$ всех весов неприводимых комплексных представлений группы Ли G, которая называется характеристической решеткой группы Ли G. Характеристическая решетка подробно рассматривается в [4] и в добавлении А. Л. Онищика в книге [1].

Использование свойств характеристической решетки позволяет сформулировать алгоритм вычисления спектров операторов Лапласа всех связных компактных простых групп Ли с фиксированной простой алгеброй Ли $\mathfrak{g}$. Посредством этого алгоритма, таблиц корней и весов алгебр Ли вычисляются спектры лапласианов всех связных компактных простых групп Ли ранга один и два. Результаты вычислений для неодносвязных групп Ли приводятся ниже.

Рассмотрим группы Ли $\mathbf{SO(3)}$, $\mathbf{SU(3)}/C(\mathbf{SU(3)})$ и $\mathbf{SO(5)}$ с биинвариантной римановой метрикой μ, где $C(G)$ — центр группы G, $\mu(e) = -\gamma k$, k — форма Киллинга на соответствующей касательной алгебре Ли.

Группа SO(3). Все ненулевые собственные значения лапласиана вычисляются по формуле

$$\lambda(\nu) = -\frac{1}{8\gamma}(\nu^2 - 1),$$

где ν — произвольное нечетное натуральное число. При этом кратность каждого собственного значения λ равна $\sigma(\lambda) = 1 - 8\gamma\lambda$.

Наименьшее по модулю ненулевое собственное значение лапласиана равно $-1/\gamma$ и имеет кратность 9.

Группа SU(3)/C(SU(3)). Все ненулевые собственные значения лапласиана вычисляются по формуле

$$\lambda(\nu,\eta) = -\frac{1}{3\gamma}[(\nu^2 + \nu\eta + \eta^2) - 1],$$

где ν, η — произвольные неотрицательные целые числа, такие, что $\nu > \eta$. При этом кратность каждого собственного значения λ равна

$$\sigma(\lambda) = \sum_{\substack{\nu^2+\nu\eta+\eta^2=1-3\gamma\lambda;\\ \nu\in\mathbb{N},\, \eta\in\mathbb{N}\cup\{0\},\, \nu>\eta}} \frac{1}{(2!)^2}\big[(\nu + 2\eta)(\nu - \eta)(2\nu + \eta)\big]^2.$$

Наименьшее по модулю ненулевое собственное значение лапласиана равно $-1/\gamma$ и имеет кратность 64.

Группа SO(5). Все ненулевые собственные значения лапласиана вычисляются по формуле

$$\lambda(\nu,\eta) = -\frac{1}{12\gamma}(\nu^2 + \eta^2 - 5),$$

где ν, η — произвольные натуральные числа, такие, что $\nu > \eta$ и $\nu - \eta$ нечетно. При этом кратность каждого собственного значения равна

$$\sigma(\lambda) = \frac{1}{(3!)^2} \sum_{\substack{\nu^2+\eta^2=5-12\gamma\lambda;\\ \nu,\eta\in\mathbb{N},\ \nu>\eta,\\ \nu-\eta\equiv 1 (mod\, 2)}} \big[\nu\eta(\nu - \eta)(\nu + \eta)\big]^2.$$

Наименьшее по модулю ненулевое собственное значение лапласиана равно $-2/(3\gamma)$ и имеет кратность 25.

ЛИТЕРАТУРА

1. Адамс Дж. *Лекции по группам Ли.* – М.: Наука, 1979. – 144 с.

2. Берестовский В. Н., Свиркин В. М. *Оператор Лапласа на однородных нормальных римановых многообразиях* // Матем. труды. – 2009. – Т. 12. – № 2. – С. 3-40.

3. Берестовский В. Н., Свиркин В. М. *Спектр оператора Лапласа на компактных односвязных простых группах Ли ранга два* // Ученые записки Казан. гос. ун-та. – 2009. – Т. 151. – № 4. – С. 15-35.

4. Дынкин Е. Б., Онищик А. Л. *Компактные группы Ли в целом* // Усп. матем. наук. – 1955. – Т. 10. – № 4 (66). – С. 3-74.

С. В. Селиванова

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН,

s_seliv@yahoo.com

КАСАТЕЛЬНЫЙ КОНУС К СУБРИМАНОВУ ПРОСТРАНСТВУ В НЕРЕГУЛЯРНОЙ ТОЧКЕ, В УСЛОВИЯХ МИНИМАЛЬНОЙ ГЛАДКОСТИ ВЕКТОРНЫХ ПОЛЕЙ

Субриманова геометрия моделирует задачи неголономной механики подобно тому, как риманова геометрия моделирует задачи классической (голономной) механики. При линеаризации физических задач необходимо приблизить исходное пространство некоторым более простым объектом. В случае