2. Николаев М. Л., Софронов Г. Ю., Полушина Т. В. *Задача последовательного выбора нескольких объектов с заданными рангами* // Изв. вузов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки. – 2007. – Т. 4. – С. 11-15.

3. Софронов Г. Ю., Кроуз Д. П., Киф Д. М., Николаев М. Л. *Об одном способе моделирования порогов в задаче многократного наилучшего выбора* // Обозр. прикл. и промышл. математ. – 2006. — Т. 13, Вып. 6. – С. 975-983.

4. Goldberg D. *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning.* – Massachusetts: Addison-Wesley, 1989. – 414 p.

5. Larranaga P., Lozano J. *Estimation of distribution algorithm. A new tool for evolutionary computation.* – Basue: University of the Basue Country, 2002. – 416 p.

6. Rubinstein R., Kroese D. *The cross-entropy method.* – N. Y.: Springer-Verlag, 2004. – 318 p.

А. В. Решетников

Московский институт электронной техники,

resheton@mail.ru

О СИЛЬНЫХ И СЛАБЫХ КОНГРУЭНЦИЯХ ЧАСТИЧНОГО ГРУППОИДА

Отображение $f : A \to B$ называется *частичной n-арной операцией* на множестве B, если $A \subseteq B^n$. Множество с одной частичной n-арной операцией называется *частичным n-арным группоидом.* Пусть G — частичный n-арный группоид. Отношение эквивалентности $\sigma \in G^2$ называется (слабой) *конгруэнцией*, если для любых элементов $a_1, \ldots, a_n, b_1, \ldots, b_n \in \in G$ из того, что $(a_1, b_1) \in \sigma, \ldots, (a_n, b_n) \in \sigma$, следует, что либо $f(a_1, \ldots, a_n)$ не определено, либо $f(b_1, \ldots, b_n)$ не определено, либо $(f(a_1, \ldots, a_n), f(b_1, \ldots, b_n)) \in \sigma$. Слабая конгруэнция $\sigma \in G^2$ называется *сильной конгруэнцией*, если для любых элементов $a_1, \ldots, a_n, b_1, \ldots, b_n \in G$, таких, что $(a_1, b_1), \ldots, (a_n, b_n) \in \sigma$, выполняется следующее условие: $f(a_1, \ldots, a_n) \in \in G \Rightarrow f(b_1, \ldots, b_n) \in G$.

Доказано, что для произвольного частичного n-арного группоида G множество всех его слабых конгруэнций и множество всех его сильных конгруэний являются решётками, причём решётка слабых конгруэнций частичного n-арного группоида G не обязательно является подрешёткой решётки отношений эквивалентности на G, а решётка сильных конгруэнций частичного n-арного группоида G изоморфно вкладывается в решётку конгруэнций полного n-арного группоида $G \cup \{\theta\}$, полученного присоединением внешнего нуля θ к G.

Понятия слабой и сильной конгруэнции частичного n-арного группоида естественно обобщают понятия слабой и сильной конгруэнции, определённые в монографии [1] для частичных бинарных группоидов. В работе [2] исследовались полные бинарные группоиды, у которых каждое отношение эквивалентности является конгруэнцией. Возникает интерес обобщить результаты работы [2] на случай частиных n-арных группоидов, используя введённые понятия слабой и сильной конгруэнции. В этом направлении были получены некоторые результаты.

Пусть G — частичный n-арный группоид. Для произвольного $\alpha \in G^{n-1}$ определим частичную n-арную операцию $\varphi_\alpha(x)$ следующим образом: $\varphi_{(a_1, \ldots, a_{i-1}, a_{i+1}, \ldots, a_n)}(x) = f(a_1, \ldots, a_{i-1}, x, a_{i+1}, \ldots, a_n)$. Назовём набор $\alpha \in G^{n-1}$ ***единицей на i-й позиции***, если соответствующая ему операция $\varphi_\alpha(x)$ удовлетворяет условию $\varphi_\alpha(x) = x$ для всех $x \in G$. Назовём набор $\alpha \in G^{n-1}$ *обобщённым нулём на i-й позиции*, если, соответствующая ему операция $\varphi_\alpha(x)$ удовлетворяет условию $\varphi_\alpha(y) = \varphi_\alpha(z)$ для любых $y, z \in G$. Назовём отношение эквивалентности $\sigma \in G^2$ *конугруэнцией на i-й позиции*, если каким бы ни был набор $\alpha \in G^{n-1}$, σ является конгруэнцией частичного унарного группоида (G, φ_α). Заметим, что эти определения обобщают понятия, используемые в [2]. Наконец, будем говорить, что частичная унарная операция ψ является *ограничением транспозиции*, если для некоторых x, $y \in G$ выполняются условия $\psi(x) = y$ и $\psi(y) = x$, а для других аргументов значение частичной операции ψ не определено.

Теорема. *Пусть $1 \leqslant i \leqslant n$, G — частичный n-арный группоид. Тогда каждое отношение эквивалентности на G является конгруэнцией в том и только в том случае, если для любого набора $\alpha \in G^{n-1}$ выполняется одно из следующих условий:*

1) α является единицей на i-й позиции;

2) α является обобщённым нулём на i-й позиции;

3) φ_α является ограничением транспозиции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ляпин Е. С., Евсеев А. Е. *Частичные алгебраические действия.* – СПб: Всероссийский Государственный Педагогический Университет им. А. И. Герцена: Образование, 1991. – 163 с.

2. Кожухов И. Б., Решетников А. В. *Алгебры, у которых все отношения эквивалентности являются конгруэнциями* // Фундаментальная и прикладная математика (в печати).