Т. В. Никоненкова

Казанский (Приволжский) федеральный университет,

nikaatv@rambler.ru

ОБОБЩЕННАЯ ТЕОРЕМА МИЛН-ТОМСОНА ДЛЯ ПРЯМОУГОЛЬНОГО КЛИНА

Рассматривается задача о возмущении заданного комплексного потенциала $f(z)$ путем внесения в бесконечную изотропную среду S_2 инородного включения S_1 — прямоугольного клина ($\overline{S_1} = \{x \geqslant 0, y \geqslant 0\}$). Исследуется случай, когда у заданного комплексного потенциала имеется конечное число логарифмических особенностей в конечных точках включения S_1.

Задача сводится к отысканию кусочно-мероморфной функции (см. [1]) $v(z) = \{v_1(z) = F_1(z) + v_{10}(z),\ z \in S_1;\ v_2(z) = v_{20}(z),\ z \in S_2\}$ по краевым условиям

$$\begin{cases} v_1(x) = Av_2(x) - B\overline{v_2(x)}, & x > 0, \\ v_1(\mathrm{i}y) = Av_2(\mathrm{i}y) + B\overline{v_2(\mathrm{i}y)}, & y > 0, \end{cases}$$

где A, B — вещественные коэффициенты, v_{p0} — неизвестные регулярные части в S_p, $p = 1, 2$, а $F_1(z)$ — известная главная часть $v_1(z)$. У функций $v_{0p}(z)$, $v_{0p}(1/z)$, $p = 1, 2$, допускается наличие интегрируемых особенностей в начале координат.

Не уменьшая общности, достаточно исследовать случай потенциала с единственной особенностью в S_1, т. е. когда

$$f'(z) = F_1(z) = \frac{c_1}{z - a}.$$

В работе показывается, что решение поставленной задачи имеет вид:

$$v_1(z) = T(z) + F_1(z) + \Delta\overline{T(-\overline{z})} + \Delta\overline{F_1(-\overline{z})}, \quad z \in S_1$$
$$v_2(z) = T(z)/A + F_1(z)/A, \quad z \in S_2,$$

$$T(z) = \overline{F_1(-\overline{z})}K_1(z,-\overline{a}) + \overline{F_1(\overline{z})}K_2(z,\overline{a}) + F_1(-z)K_3(z,-a) + F_1(z)K_4(z,a),$$

где $K_r(z,s) = k_r G_1(z,s) - \overline{k_r} G_2(z,s)$, $r = \overline{1,4}$, $\Delta = B/A$, а

$$G_j(z,s) = -\frac{(1+\lambda_j)\Delta}{(\lambda_2-\lambda_1)^2\sqrt{\Delta^2-4}}\left(\frac{\chi_j(-z)}{\chi_j(-s)} - 1\right), \quad j = 1,2.$$

Здесь однозначные ветви аналитических функций $\chi_1(z) = z^\alpha$, $\chi_2(z) = z^{-\alpha}$ фиксированы в $\mathbb{C}\setminus(-\infty,0)$, $\alpha = \arg(\lambda_2)/\pi$, $\lambda_2 = \overline{\lambda_1} = (2-\Delta^2+\Delta\sqrt{\Delta^2-4})/2$. И, наконец, $k_1 = \Delta$, $k_2 = \Delta\lambda_2$, $k_3 = (1-\lambda_1)\lambda_2$, $k_4 = 1-\lambda_1$.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (госконтракт 02.740.11.0193) и РФФИ (проекты 09-01-97008-р_поволжье_а и 09-01-12188-офи_м).

ЛИТЕРАТУРА

1. Обносов Ю. В. *Краевые задачи теории гетерогенных сред. Многофазные среды, разделенные кривыми второго порядка.* – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2009. – 205 с.