2. Воскресенский Е. В. *Методы сравнения в нелинейном анализе.* – Саратов: Изд-во Саратовского ун-та, 1990. – 224 с.

А. Ю. Долгоносова

Нижегородский национальный исследовательский университет им. Н. И. Лобачевского, dolgonosova@rambler.ru

О ПСЕВДОРИМАНОВЫХ СЛОЕНИЯХ

Пусть (M, F) — слоение, заданное T-коциклом $\{U_i, f_i, \{\gamma_{ij}\}\}$, где $i, j \in J$, а T — многообразие размерности q. Это означает, что U_i, $i \in J$, — открытое покрытие M; $f_i : U_i \to T$ — субмерсии со связными слоями; если $U_i \cap U_j \neq \emptyset$, то определены такие биекции $\gamma_{ij} : f_j(U_i \cap U_j) \to f_i(U_i \cap U_j)$, что $f_i = \gamma_{ij} \circ f_j$ на $U_i \cap U_j$.

Если на многообразии T существует такая псевдориманова метрика, что каждое локальное преобразование γ_{ij} является изоморфизмом псевдоримановых многообразий, индуцированных на соответствующих открытых подмножествах, то слоение (M, F) называется псевдоримановым. Подчеркнем, что лоренцевы и римановы слоения образуют подклассы псевдоримановых слоений.

Нами доказан следующий критерий псевдоримановости гладкого слоения произвольной коразмерности.

Теорема 1. *Для того чтобы произвольное гладкое слоение (M, F) было псевдоримановым, необходимо и достаточно, чтобы на многообразии M существовала такая псевдориманова метрика g, что любая геодезическая псевдориманова многообразия (M, g), ортогональная слоению (M, F) в одной точке, оставалась ортогональной этому слоению в каждой своей точке.*

Для римановых слоений утверждение теоремы 1 принадлежит Рейнхарту [1], в этом случае оно также доказано Молино [2], причем доказательство существенно использует положительную определенность римановой метрики и, в частности, то, что геодезические риманова многообразия являются локально кратчайшими.

Теорема 1 доказана другим способом, основанным на применении слоеных расслоений над (M, F) и их редукций.

Псевдориманова метрика g, удовлетворяющая теореме 1, существование которой характеризует псевдориманово слоение (M, F), является трансверсально проектируемой относительно (M, F), т. е. производная Ли $L_X g$ вдоль любого векторного поля X, касательного к этому слоению, равна нулю. Пусть ∇ — связность Леви-Чивиты псевдориманова многообразия (M, g), т. е. ∇ не имеет кручения и $\nabla g = 0$. Если каждый слой слоения (M, F) является вполне геодезическим подмногообразием в (M, ∇), то (M, F) называется вполне геодезическим псевдоримановым слоением.

Через ∇^* обозначается линейная связность Вранчиану. Эта связность трансверсально проектируемая относительно псевдориманова слоения (M, F) и, вообще говоря, отлична от ∇.

Теорема 2. *Пусть (M, F) — вполне геодезическое псевдориманово слоение произвольной коразмерности q и g — трансверсально проектируемая относительно (M, F) псевдориманова метрика на многообразии M. Тогда для того чтобы связность Леви-Чивиты ∇ на (M, g) совпадала со связностью Вранчиану ∇^*, необходимо и достаточно выполнения одного из следующих двух эквивалентных условий:*

1) *q-мерное распределение $\mathfrak{M}$, ортогональное к (M, F), интегрируемо;*

2) *слоение (M, F) параллельно.*

В случае, когда (M, F) — вполне геодезическое риманово слоение, из теоремы 1 вытекает теорема 2 статьи [3].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 10-01-00457-а) и ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России" на 2009 – 2013 годы (госконтракт П945).

ЛИТЕРАТУРА

1. Reinhardt B. *Foliated manifolds with bundle-like metrics* // Ann. of Math. – 1959. – V. 69 – P. 119-132.

2. Molino P. *Riemannian foliations* // Progress in Math. of Math. – Boston – Basel: Birkhauser, 1988. – V. 73. – 335 p.

3. Нарманов А. Я. *О геометрии вполне геодезических римановых слоений* // Изв. вузов. Матем. – 1999. – № 9. – С. 26-31.

А. В. Дюжева

Самарский государственный университет,

aduzheva@rambler.ru

О НЕКОТОРЫХ НЕЛОКАЛЬНЫХ ЗАДАЧАХ С ИНТЕГРАЛЬНЫМИ УСЛОВИЯМИ ПЕРВОГО РОДА

Рассмотрим в области $Q = (0, l) \times (0, T)$ уравнение

$$u_{tt} - u_{xx} + cu = f(x, t) \tag{1}$$