



Рис. 4

ЛИТЕРАТУРА

1. Rauzy G. *Nombres algebriques et substitutions* // Bull. Soc. Math. France. – 1982. – V.110. – No 2. – P. 147-178.

В. Г. Демиденко

*Институт вычислительных технологий СО РАН,
demidenko.v@ngs.ru*

О ЗАДАЧАХ ИДЕНТИФИКАЦИИ ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ РАЗНОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ

В работах [1] – [3] мы проводили исследования задачи о восстановлении коэффициентов системы линейных разностных уравнений

$$\mathbf{G}(k+1) = W\mathbf{G}(k), \quad k = 1, \dots, M-1, \quad (1)$$

где $\mathbf{G}(k) = (G_1(k), \dots, G_N(k))^T$, а $W = (w_{ij})$ – искомая числовая матрица размера $N \times N$, такая, что решения системы (1) наиболее точно аппроксимируют векторы наблюдений

$$\mathbf{y}(k) = \begin{pmatrix} y_1(k) \\ \vdots \\ y_N(k) \end{pmatrix}, \quad k = 1, \dots, M. \quad (2)$$

Элементы матрицы W определяются при минимизации функционала

$$\sum_{k=1}^M \|y(k) - G(k)\|^2 \rightarrow \min_{W, G}. \quad (3)$$

В частности, в работах [1], [2] изучалась задача идентификации для общих систем вида (1) при произвольном числе векторов наблюдения. В этих работах при некоторых условиях на векторы наблюдения (2) были доказаны теоремы о разрешимости. При доказательстве использовался вариант метода ВИ [4], при этом впервые была установлена сходимость метода и получены оценки скорости сходимости. В работе [2] впервые получено также описание множества решений задачи идентификации при произвольном числе векторов наблюдения. На основе результатов [1], [2] в работе [3] была установлена непрерывная зависимость решений задачи идентификации коэффициентов системы (1) от векторов наблюдений и получены новые априорные оценки, характеризующие погрешность идентификации при малых возмущениях векторов наблюдения.

В настоящей работе мы укажем ряд задач, для решения которых можно применить полученные результаты, а также схему рассуждений, проведенных в [1] – [3].

1. Рассмотрим задачу о восстановлении матрицы коэффициентов W и вектора F системы линейных неоднородных разностных уравнений

$$G(k+1) = WG(k) + F, \quad k = 1, \dots, M-1. \quad (4)$$

Как и выше, предполагается, что заданы векторы наблюдений (2), а матрица W и вектор F определяются при минимизации функционала

$$\sum_{k=1}^M \|y(k) - G(k)\|^2 \rightarrow \min_{W, F, G}. \quad (5)$$

Иными словами, W и F должны быть такими, чтобы решения системы (4) наиболее точно аппроксимировали векторы наблюдения.

Решения этой задачи можно получить, доказав аналоги теорем 1, 2 из работы [2].

2. Получить оценки устойчивости в задаче идентификации (4), (5) при малых возмущениях векторов наблюдения

$$\hat{y}(k) = y(k) + \Delta y(k). \quad (6)$$

Решения этой задачи можно получить, доказав аналог теоремы 3 из работы [3].

3. Для задачи идентификации (1) – (3) выделить системы разностных уравнений

$$G(k+1) = WG(k), \quad k = 1, 2, \dots,$$

нулевые решения которых асимптотически устойчивы. При этом определить величины возможных возмущений векторов наблюдения (6), позволяющих для задачи идентификации выделить системы разностных уравнений

$$\hat{G}(k+1) = \hat{W}\hat{G}(k), \quad k = 1, 2, \dots,$$

нулевые решения которых также асимптотически устойчивы.

Решения этой задачи основано на использовании теорем 1, 2 из работы [2] и теоремы 3 из [3], а также на анализе свойств решений дискретного уравнения Ляпунова

$$H - (W + \Delta W)^* H (W + \Delta W) = C, \quad C = C^*.$$

4. Рассмотрим задачу о восстановлении коэффициентов системы линейных разностных уравнений, используемых в задачах управления:

$$A_1 \mathbf{V}(k+1) + A_0 \mathbf{V}(k) = B_1 \mathbf{U}(k+1) + B_0 \mathbf{U}(k), \quad (7)$$

$$k = 1, \dots, M-1,$$

где

$$\mathbf{V}(k) = (V_1(k), \dots, V_N(k))^T,$$

$$\mathbf{U}(k) = (U_1(k), \dots, U_m(k))^T,$$

а искомые матрицы A_0 , A_1 размера $N \times N$, B_0 , B_1 размера $N \times m$, таковы, что решения системы (7)

$$\mathbf{Z}(k) = \begin{pmatrix} \mathbf{V}(k) \\ \mathbf{U}(k) \end{pmatrix} \in R^{N+m}, \quad k = 1, \dots, M,$$

наиболее точно аппроксимируют векторы наблюдений

$$\mathbf{X}(k) \in R^{N+m}, \quad k = 1, \dots, M.$$

Элементы матриц A_0 , A_1 , B_0 , B_1 определяются при минимизации функционала

$$\sum_{k=1}^M \|\mathbf{X}(k) - \mathbf{Z}(k)\|^2 \rightarrow \min_{A_0, A_1, B_0, B_1, \mathbf{Z}}. \quad (8)$$

5. Получить оценки устойчивости в задаче идентификации коэффициентов (7), (8) при малых возмущениях векторов наблюдения

$$\hat{X}(k) = X(k) + \Delta X(k).$$

Решения задач 4 и 5 можно получить, доказав аналоги теорем из [1] – [3].

Автор выражает благодарность научному руководителю чл.-корр. РАН А. М. Федотову за полезные обсуждения работы.

Работа выполнена при финансовой поддержке Сибирского отделения Российской академии наук (междисциплинарный интеграционный проект 107).

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Демиденко В. Г. *Восстановление параметров однородной линейной модели динамики генной сети* // Вестник НГУ. Серия: Математика, механика, информатика. – 2008. – Т. 8. – Вып. 3. – С. 51-59.

2. Демиденко В. Г. *Восстановление коэффициентов систем линейных разностных уравнений* // Вестник НГУ. Серия: Математика, механика, информатика. – 2010. – Т. 10. – Вып. 2 – С. 45-54.

3. Demidenko V. G. *Stability estimates in the problem on removal of coefficients of linear difference equations* // Proc. IASTED Int. Conf. on Automation, Control and Information Technology (ACIT 2010). – Novosibirsk, 2010. – P. 280-286.

4. Егоршин А. О. *Метод наименьших квадратов и быстрые алгоритмы в вариационных задачах идентификации и фильтрации (метод ВИ)* // Автометрия. – 1988. – Т. 1. – С. 30-42.