

УДК 37.031.1

К ВОПРОСУ О РЕШЕНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ПОСТРОЕНИЯ - УДВОЕНИЕ МЕДИАНЫ

К.А. Лыхина¹

¹ kseniy_9.09.95@mail.ru; Лесосибирский педагогический институт - филиал Сибирского федерального университета; научный руководитель - к.п.н., доцент Захарова Т.В.

Рассмотрение одного из видов стандартного дополнительного построения - удвоение медианы, который довольно часто фигурирует при решении геометрических задач.

Ключевые слова: геометрическая задача, дополнительное построение, медиана.

Согласно ФГОС ООО, целью школы становятся не только знания, но и «умение их добывать и ими пользоваться» [ФГОС ООО приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от «17» декабря 2010 г. № 1897 // Минобрнауки.рф/документы]. Следовательно, современная школа должна подготовить выпускника, обладающего необходимым набором знаний, умений и качеств, позволяющих ему уверенно чувствовать себя в самостоятельной жизни в условиях информационного технологического мира.

Стандарт устанавливает требования к результатам освоения обучающимися основной образовательной программы основного общего образования:

личностным, включающим готовность и способность обучающихся к саморазвитию и личностному самоопределению, сформированность их мотивации к обучению и целенаправленной познавательной деятельности, системы значимых социальных и межличностных отношений, ценностно-смысловых установок, отражающих личностные и гражданские позиции в деятельности, социальные компетенции, правосознание, способность ставить цели и строить жизненные планы, способность к осознанию российской идентичности в поликультурном социуме;

метапредметным, включающим освоенные обучающимися межпредметные понятия и универсальные учебные действия (регулятивные, познавательные, коммуникативные), способность их использования в учебной, познавательной и социальной практике, самостоятельность планирования и осуществления учебной деятельности и организации учебного сотрудничества с педагогами и сверстниками, построение индивидуальной образовательной траектории;

предметным, включающим освоенные обучающимися в ходе изучения учебного предмета умения специфические для данной предметной области, виды деятельности по получению нового знания в рамках учебного предмета, его преобразованию и применению в учебных, учебно-проектных и социально-проектных ситуациях, формирование научного типа мышления, научных представлений о ключевых теориях, типах и видах отношений, владение научной терминологией, ключевыми понятиями, методами и приемами.

В составе основных предметных умений, можно выделить геометрические умения учащихся:

- овладение геометрическим языком; развитие умения использовать его для описания предметов окружающего мира; развитие пространственных представлений, изобразительных умений, навыков геометрических построений;

- формирование систематических знаний о плоских фигурах и их свойствах, представлений о простейших пространственных телах; развитие умений моделирования реальных ситуаций на языке геометрии, исследования построенной модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, решения геометрических и практических задач;

- развитие умений применять изученные понятия, результаты, методы для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин с использованием при необходимости справочных материалов, компьютера, пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчётах.

При доказательстве теорем элементарной геометрии и решении задач часто используются дополнительные построения. Они являются достаточно мощным методом решения как стандартных, так и олимпиадных задач. Суть метода дополнительных построений заключается в том, что чертеж к задаче, на котором трудно заметить связи между данными и искомыми величинами, дополняется новыми элементами, после чего эти связи становятся более ощутимыми или даже очевидными.

В рамках нашей статьи мы рассмотрим один из видов стандартного дополнительного построения - удвоение медианы, который довольно часто фигурирует при решении геометрических задач. Если в условии задачи дана медиана треугольника, то продолжение медианы на такое же расстояние приводит к построению параллелограмма, стороны и одна диагональ которого равны сторонам треугольника, а вторая диагональ равна удвоенной медиане (рис.1). Это дает возможность использовать свойства параллелограмма [5]. Вместе с тем получается треугольник, определенный по трем сторонам.

Рассмотрим примеры решения задач.

Задача 1. Дан треугольник ABC , в котором сторона AB равна 10, сторона $AC = 16$, а медиана $AM = 5$. Найти площадь треугольника ABC [2].

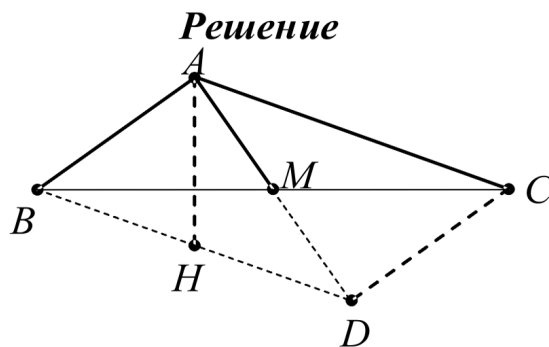


Рис. 1.

На продолжении AM за точку M отложим отрезок MD , равный AM (рис.1). В параллелограмме $BACD$ известны стороны $AB = CD = 10$, $AC = BD = 16$.

В равнобедренном треугольнике BAD известны три стороны: 10, 10 и 16. Проведем высоту AH . По теореме Пифагора $AH = 6$.

$$S_{\triangle BAD} = \frac{1}{2} \cdot BD \cdot AH = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 6 = 48.$$

$$S_{ABCD} - 2 \cdot S_{\triangle ABD} - 2 \cdot S_{\triangle ABC}.$$

Следовательно,

$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABD} = 48.$$

Задача 2. Медиана AM треугольника ABC равна m и образует со сторонами AB и AC углы α и β соответственно. Найти эти стороны [2].

Решение

На продолжении AM за точку M отложим отрезок MD , равный AM (рис.1). Тогда четырёхугольник $ABDC$ - параллелограмм, поэтому $\angle AKC = \angle BAM = \alpha$. Рассмотрим треугольник ACD .

По теореме синусов

$$\frac{D}{\sin \beta} = \frac{AD}{\sin(180^\circ - \alpha - \beta)},$$

откуда

$$AB = CD = \frac{AD \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{2m \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}.$$

Аналогично

$$AC = \frac{AD \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{2m \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}.$$

Задачи, решаемые с помощью дополнительных построений, традиционно считаются задачами повышенного уровня сложности. Для их решения требуются изобретательность и геометрическая интуиция. Стандартные приемы таких построений рассматриваются чаще всего на конкретных примерах и запоминаются, а нестандартные - приобретаются с опытом [2].

Литература

1. Амелькин В. В. Геометрия на плоскости: Теория, задачи, решения: учеб. пособие по математике / В. В. Амелькин. - Минск: ООО «Асар», 2003. - 592 с.
2. Гордин Р. К. ЕГЭ 2012. Математика. Решение задачи С4 / Р. К. Гордин. - Москва: МЦНМО, 2012. -- 328 с.
3. Полонский В. Б. Учимся решать задачи по геометрии / В. Б. Полонский, Е. М. Рябинович, М. С. Якир. - Киев, 1996. -- 253 с.
4. Сенников Г. П. Наглядно-конструктивное изучение школьной планиметрии / Г. П. Сенников. - Горький: Волго-Вятское книжное издательство, 1970. - 276 с.
5. Шарыгин И. Ф. Факультативный курс по математике. Решение задач: учеб. пособие для 10 кл. сред. шк. / И. Ф. Шарыгин. - Москва: Просвещение, 1989. - 252 с.

THE QUESTION OF THE DECISION GEOMETRICHESKIH PROBLEMS WITH THE USE OF
ADDITIONAL BUILD - DOUBLING OF THE MEDIAN.

K.A. Lykhina

Consideration of one of the types of standard additional build – a doubling of the median, which is often used in solving geometric problems.

Keywords: geometric task, additional construction, the median.