В. О. Шангин

Московский государственный университет,

shangin@philos.msu.ru

СИСТЕМЫ НАТУРАЛЬНОГО ВЫВОДА ДЛЯ ПАРАНЕПРОТИВОРЕЧИВЫХ ЛОГИК, РОДСТВЕННЫХ ЛОГИКЕ, ИНДУЦИРОВАННОЙ ИСЧИСЛЕНИЕМ V1 А. АРРУДА

В [1] построено исчисление V1 гильбертовского типа, являющееся одной из возможных экспликаций логических идей Н.А. Васильева. В [2] построена строго убывающая по включению последовательность $V_{1,1}$, $V_{1,2}$, $V_{1,3}, \dots$ $V_{1,\omega}$ паранепротиворечивых логик, в которой $V_{1,1}$ равна логике, индуцированной исчислением V1 А. Арруда. В предлагаемой работе строится система натурального вывода $NV_{1,\alpha}$ для логики $V_{1,\alpha}$, где $\alpha \in \{1, 2, 3, \dots \omega\}$. Язык L всех рассматриваемых здесь исчислений есть стандартно определяемый пропозициональный язык, алфавиту которого принадлежат только символы $\&, \vee, \supset, \neg, (,), p_1, s_1, p_2, s_2, p_3, s_3, \dots$. Вместо “формула языка L” используем “формула”. В качестве переменных для формул выбираем буквы $C, C_1, \dots$. Васильевской квазиэлементарной формулой вслед за [2] называем формулу, в которую не входит ни одна из связок $\&, \vee, \supset$ и ни одна из пропозициональных букв $p_1, p_2, p_3 \dots$. Длиной васильевской квазиэлементарной формулы называем число всех вхождений $\neg$ в эту формулу. Буквы Γ, $\Gamma_1, \dots$ обозначают произвольные конечные множества формул языка L. Мы используем исчисления гильбертовского типа $HV_{1,1}$, $HV_{1,2}$, $HV_{1,3}, \dots$ $HV_{1,\omega}$ для логик $V_{1,1}$, $V_{1,2}$, $V_{1,3}, \dots$ $V_{1,\omega}$ соответственно, предложенные в [2].

Система натурального вывода $NV_{1,\alpha}$. Задаются следующие $NV_{1,\alpha}$-правила:

$\wedge_{\text{и}_1}: C \wedge C_1/C$;

$\wedge_{\text{и}_2}: C \wedge C_1/C_1$;

$\wedge_{\text{в}}: C, C_1/C \wedge C_1$;

$\vee_{\text{в}_1}: C/C \vee C_1$;

$\vee_{\text{в}_2}: C_1/C \vee C_1$;

$\vee_{\text{и}}: C \vee C_1, [C]C_2, [C_1]C_2/C_2$;

$\supset_{\text{и}}: C \supset C_1, C/C_1$;

$\supset_{\text{в}}: [C]C_1/C \supset C1$;

$\neg_{\text{в}_1}: [C]C_1, \neg C_1/\neg C$;

$\neg_{\text{в}_2}: [C \supset \neg(C_2 \supset C_2)]C_1, \neg C_1/C$.

В правиле $\neg_{\text{в}_2}$ формула C_1 не есть васильевская квазиэлементарная формула, длина которой меньше α.

Выводом в системе $NV_{1,\alpha}$ ($NV_{1,\alpha}$-выводом) называется непустая конечная последовательность формул, удовлетворяющая следующим условиям: каждая формула есть либо посылка, либо получена из предыдущих по одному из $NV_{1,\alpha}$-правил; при применении правила $\vee_{\text{и}}$ все формулы, начиная с посылки C и вплоть до формулы C_2, а также все формулы, начиная с посылки C_1 и вплоть до формулы C_2, исключаются из дальнейших шагов вывода; при применении правила $\supset_{\text{в}}$ / $\neg_{\text{в}_1}$ / $\neg_{\text{в}_2}$ все формулы, начиная с последней неисключенной посылки $C/C/C \supset \neg(C_2 \supset C_2)$, соответственно, и вплоть до результата применения данного правила, исключаются из дальнейших шагов вывода. Понятия $NV_{1,\alpha}$-вывода, $V_{1,\alpha}$-доказательства и $V_{1,\alpha}$-теоремы обычны.

Теорема. $\Gamma \vdash_{HV_{1,\alpha}} C \Leftrightarrow \Gamma \vdash_{NV_{1,\alpha}} C$.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РГНФ в рамках научно-исследовательского проекта РГНФ

("Логики с истинностными провалами и логики с пресыщенными оценками: семантики обобщенных оценок и аксиоматизации посредством исчислений с правилами оперирования комплексами логических связок"), проект № 10-03-00570а.

ЛИТЕРАТУРА

1. Арруда А. *Воображаемая логика Васильева.* Васильев Н. А. Воображаемая логика. Избранные труды (под ред. Смирнова В. А.). – М.: Наука, 1989.

2. Попов В. М. *О логиках, родственных логике, индуцированной исчислением V1 А. Арруда* // Материалы Межд. конф. «Воображаемая логика» Н. А. Васильева и современные неклассические логики», Казань, 11 – 15 октября 2010 (в настоящем сборнике).

А. А. Шиян, Т. А. Шиян

Центр феноменологической философии философского фак-та РГГУ, taras_a_shiyan@mail.ru

РАЗЛИЧЕНИЕ "ТЕМАТИЧЕСКИХ" И "ОПЕРАТИВНЫХ" ПОНЯТИЙ В ИСТОРИКО-ФИЛОСОФСКОЙ МЕТОДОЛОГИИ ОЙГЕНА ФИНКА

Одним из основных логико-методологических принципов традиционной теории определения является запрет на определение через неизвестное. Но чтобы нечто стало известным, его нужно предварительно прояснить с помощью чего-то уже известного, а то — с помощью третьего и т. д. С появлением символической логики эта проблема была поставлена в связи со "строгим" построением семантики формальных языков