4) для элементов $a, b \in B$ выполняются условия $a \wedge a = a$ и $a \vee a = a$;

5) для элемента $a \in B$ и каждой пары a, b, удовлетворяющей аксиоме 4), существует операция дополнения "$\sim$" такая, что $a \vee \sim a = b$ и $a \vee \sim a = a$.

Дистрибутивность умножения относительно сложения удовлетворяет логике обычной алгебры, но дистрибутивность дизъюнкции относительно конъюнкции выступает истинным суждением лишь при $a = 0$, и ложным – при любых значениях a, отличных от нуля, т. е. $0 \vee (b \wedge c) = (0 \vee b) \wedge (0 \vee c) \Rightarrow b \wedge c = b \wedge c$. В алгебре Буля нуль выражает класс дезавуированных истин – противоречий ("из противоречия следует все, что угодно"), а значения "ложь" в булевой алгебре нет. Точнее говоря, оно всегда уничтожается формальной логической операцией: $И \wedge Л = 0$.

В. Г. Попов

Санкт-Петербург, prometeo@mail.wplus.net

ЗАКОН ТОЖДЕСТВА КАК КРИТЕРИЙ КЛАССИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ

Согласно В. фон Гумбольдту, функция языка состоит в "превращении мира в мысли". Это означает, что язык – не только результат деятельности субъекта, но и форма этой деятельности, т. е. язык и логика неотделимы. Факты, восприятия и впечатления упорядочиваются в процессе их индуктивного обобщения, в результате чего устанавливаются отношения между понятиями, и в этом смысле естественный язык выступает как первичная интерпретация мира, лингвистически моделируемого посредством синтаксических форм и связываемых с помощью грамматики данного языка в предложения и тексты. Установление порядка основывается на введении главного закона логики для данного языка, который является историческим обобщением определенной эмпирической деятельности. Например, обобщением такого рода деятельности в геометрии (землемерии) выступает постулат о единственности прямой, проходящей через данную точку и параллельной фиксированной прямой. Благодаря этому критерию стала возможна первая в истории человечества *классическая* математическая система – евклидово-архимедова геометрия. Классический характер этой системы состоит в том, что параллельная прямая *единственна*, а наклонных прямых, проходящих через эту же точку и пересекающихся с фиксированной прямой, может быть *много*. Если параллельную прямую идентифицировать с понятием *истины*, то она в геометрии для каждой точки и фиксированной прямой одна, а непараллельных прямых – неисчислимое множество, и все они относительно данной параллельной прямой выступают ее отрицанием, т. е. аналогом в логике понятия "*ложь*".

Обратимся к примеру неклассической логической системы, базирующейся на аксиоме Лобачевского. Вот эта аксиома: "Существуют такие прямая a и точка A, не лежащая на ней, что через точку A проходит бесчисленное множество прямых, не пересекающих прямую a и лежащих с ней в одной плоскости" (Цит. по: Ефимов Н.В., 1971, С. 90). Этой аксиомой отрицается *единственность истины*, на чем зиждется логика евклидовой геометрии, и вводится релятивистский постулат, утверждающий о существовании *множества истин*. Так, классическая система геометрии превращается в *неклассическую*, и, по мнению Лобачевского, новая система геометрии столь же *непротиворечива*, как и евклидово-архимедова логическая система, если непротиворечивость последней будет доказана. Предварительный вывод таков: *непротиворечивость* системы не входит в число критериев ее классического или неклассического происхождения.

Аристотелеву формальную логику принято считать классической логической системой. Отсюда "аристотелева логика" и "классическая логика" – синонимы. Идеи о возможности создания неаристотелевых логик появились в начале прошлого века: сначала в работе Л. Брауэра (1908) об ограниченности в математике закона исключенного третьего; в 1910 г. в работах Н.А. Васильева и Я. Лукасевича, которые независимо один от другого пришли к выводу, что пересмотр некоторых положений аристотелевой логики, таких, как a) закон непротиворечия и b) закон исключенного третьего, приводит к построению неаристотелевой логики. При этом оба они ссылались на пример геометрии Лобачевского. Чтобы лучше понять, какова роль положений a) и b) в аристотелевой логике, рассмотрим основополагающее начало его логики – закон тождества, согласно которому каждая наша мысль, выражаемая простым суждением, при повторении в рамках данного дискурса должна иметь одно и то же устойчивое значение. Мы подчеркиваем: мысль, выраженная *простым суждением, состоящая из отношения между одним субъектом и одним предикатом*, ибо в логике Аристотеля *сложные суждения* не рассматриваются, потому что к ним не может быть применен *закон исключенного третьего.*

В аристотелевой логике закон тождества излагается посредством двух тавтологий: положительной – А есть А и отрицательной – не-А есть не-А. Символ А выражает здесь *абстрактное понятие*, и таким понятием выступает *истина* (обозначим ее буквой И). Тогда не-А как результат операции отрицания, примененной к истине, есть *ложь* (обозначим ее буквой Л). Поскольку И и Л, рассматриваемые вместе, определяют бивалентность (двузначность) данной системы логики, то отсюда следует, что всякая наша мысль либо *единственно истинна*, либо *единственно ложна*. Аристотелев закон тождества устанавливает характер отношения И и Л с самими собой, и это отношение есть отношение рефлексивности: И = И и Л = Л, но при этом остается неясным, в каком отношении И и Л состоят между собою. Это отношение регламентирует дополнительная аксиома: Les tertium non datur. Итак, аристотелева логика – это *классическая простая логика*, для которой закон исключенного третьего столь же необходим, как “кулаки для боксера” (Гильберт). По сути, это логика “машины Тьюринга”, в которой бивалентность ее языка – символы 0 и 1.

Но что же тогда есть “воображаемая” логика Васильева? Это первая попытка построения *классической сложной логики*, в которой аристотелев закон непротиворечия (Les identitatis) дополняется *аксиомой противоречия*, а закон исключенного третьего в такой логике автоматически принимает форму *проблематической дизъюнкции*. Например: “Я завтра пойду (или не пойду) в зоопарк”. Здесь истина одна (“пойду”), а не-истин (“не пойду”) – много, и закон исключенного третьего напрямую не действует, но он возможен, если ввести соответствующие *ограничения* в систему отсчета (“завтра”), а затем построить *алгоритм* для возможных альтернатив, рассматривающих все “не пойду”.