

УДК 532.545

**ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ УСТОЙЧИВОСТИ  
ДНА НАПОРНОГО КАНАЛА**

*Ю.Г. Крат, И.И. Потапов*

**Аннотация**

В работе сформулирована и решена задача устойчивости дна напорного канала. Для линеаризованной постановки сформулированной задачи получена аналитическая зависимость, позволяющая определить длину донной волны для быстрорастущих волн. Выполнен анализ полученной аналитической зависимости. Сравнение полученного решения с экспериментальными данными показало его хорошее качественное и количественное согласование.

**Ключевые слова:** напорный канал, донные возмущения, устойчивость донной поверхности

В работе [1] авторами, на основе оригинальной формулы движения влекомых наносов [2], построена одномерная модель движения руслового потока, на основе которой получено новое уравнение русловых деформаций

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + A \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t \partial x} + B \frac{\partial \zeta}{\partial x} - C \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} - D \frac{\partial^3 \zeta}{\partial x^3} = 0, \quad (1)$$

где

$$A = cSFr^2h, \quad B = 3SFr(a + cFr\lambda_g)U,$$

$$C = (b - c(1 + Fr))SFrhU, \quad D = cSFr^2\nu_t h,$$

$$a = 1 - \chi, \quad b = e + c, \quad e = \frac{1}{tg\varphi} \left(1 - \frac{\chi}{2}\right), \quad c = \frac{1 - \chi}{stg\varphi},$$

$$S = \frac{4}{3} \frac{\sqrt{\lambda_g} \lambda_g}{\kappa(1 - \varepsilon)tg\varphi\rho_b}, \quad \rho_b = \frac{\rho_s - \rho_w}{\rho_w}, \quad s = f\rho_b,$$

$$T = \rho_w \lambda_g U^2, \quad T_0 = \frac{9}{8} \frac{\kappa^2 tg\varphi (\rho_s - \rho_w)}{c_x} dg,$$

$$\chi = \sqrt{\frac{T_0}{T}} = \chi_0 \frac{1}{\sqrt{Fr}}, \quad \chi_0 = \sqrt{\frac{9}{8} \frac{\kappa^2 tg\varphi \rho_b}{c_x \lambda_g} \frac{d}{h}}, \quad Fr = \frac{U^2}{gh}.$$

Здесь  $\zeta$  – отметка дна;  $t$  – время;  $x$  – координатная ось, направленная по потоку;  $h$  – средняя глубина напорного канала;  $U$  – средняя скорость потока;  $\rho_w$  – плотность жидкости;  $\rho_s$  – плотность частиц песка;  $g$  – ускорение свободного падения;  $\nu_t$  – турбулентная вязкость потока;  $\lambda_g$  – коэффициент гидравлического сопротивления определен, согласно работе [3], как  $\lambda_g = n \left(\frac{d}{h}\right)^{1/3}$ ,  $n=0.08991$ ;  $d$  – диаметр

донных частиц;  $\varepsilon$  – коэффициент пористости песчаного дна;  $T$  – придонное касательное напряжение;  $T_0$  – напряжение, определяющее момент начала движения донных частиц;  $c_x$  – коэффициент лобового сопротивления частиц;  $s$  – параметр стратификации активного придонного слоя, в котором переносятся частицы;  $f$  – концентрация влекаемых частиц в активном придонном слое;  $\varphi$  – угол внутреннего трения донных частиц;  $\kappa$  – постоянная Кармана;  $Fr$  – число Фруда.

Для линеаризованной постановки сформулированной задачи получена аналитическая зависимость, позволяющая определить длину донной волны для различных физико-механических и гранулометрических характеристик донного материала

$$\lambda = \frac{2\pi c S Fr^2}{\sqrt{\sqrt{1 + S Re Fr [c Fr - e - 3 S Fr^2 c (a + c \lambda_g Fr)]} - 1}} h, \quad (2)$$

где  $Re = \frac{Uh}{\nu_t}$  – число Рейнольдса.

Полученная аналитическая зависимость (2) представлена на рис.1 кривыми 1 – 5. Анализ полученной зависимости (2) и ее сравнение с результатами численных

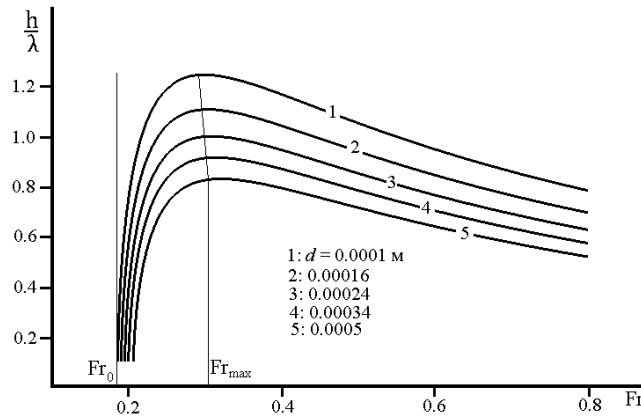


Рис. 1. Зависимость длины волны донных возмущений от числа Фруда для различных значений диаметра донных частиц

исследований [4], представленных на рис. 2, объясняет, почему феноменологические зависимости, предложенные в работах [5,6] не учитывают гидродинамических характеристик потока (зависимость длины волны донных возмущений от числа Фруда). Причиной невозможности построения таких зависимостей является то, что стохастичность процесса формирования донных волн (рис. 2) обладает существенной дисперсией, приводящей к значительному разбросу экспериментальных данных. Погрешность экспериментальных данных не позволяет получить детерминированную зависимость между длиной волны донных возмущений и числом Фруда.

Выводы:

Процесс генерации донных волн существенно зависит от гидродинамического потока, характеризуемого числом Фруда.

Структура зависимости (2) указывает на существование двух гидродинамических режимов, характеризуемых числом Фруда, при которых рост донных возмущений может сильно или слабо зависеть от чисел Фруда.

Стохастичность процесса движения донных волн может приводить к получению экспериментальных данных, имеющих существенную дисперсию. Показано,

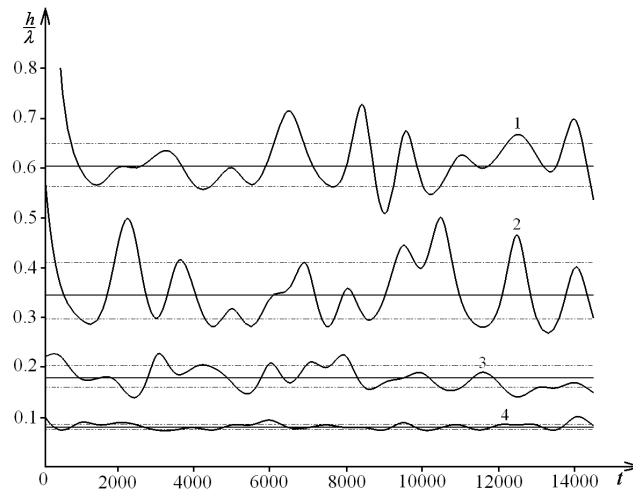


Рис. 2. Рост длин волн донных возмущений  
 1:  $H = 0.3$  м, 2:  $H = 0.2$  м, 3:  $H = 0.1$  м, 4:  $H = 0.05$  м  
 ——— средняя длина волны    - - - - среднеквадратичное отклонение

что значительная дисперсия экспериментальных данных не позволяет получить однозначную детерминированную зависимость между длиной волны донных возмущений и числом Фруда.

Работа выполнена при финансовой поддержке фонда фундаментальных исследований ДВО РАН, грант 12-III-A-03-034.

### Summary

*Yu. G. Krat, I. I. Potapov.* Formulation and solution of the problem of stability bottom for closed conduit.

In this paper we formulated and solved the problem of stability bottom for closed conduit. For linearized formulation of the problem was received analytical dependence determining of the wavelength for fast-growing bottom perturbation. The analysis of obtained analytical dependence was performed. Comparison of the received results with natural data has shown their good qualitative and quantitative agreement.

**Key words:** closed conduit, bottom perturbation, bottom stability

### Литература

1. *Крат Ю.Г., Потанов И.И.* Об устойчивости песчаного дна напорного канала: препринт №197. – Хабаровск: Вычислительный центр ДВО РАН, 2014. – 12 с.
2. *Потанов И.И.* Об уравнении удельного массового расхода влекомых наносов: препринт №188. – Хабаровск: Вычислительный центр ДВО РАН, 2013. – 11 с.
3. *Гришанин К.В.* Гидравлическое сопротивление естественных русел. – СПб.: Гидрометеоздат, 1992. – 181 с.
4. *Крат Ю.Г., Потанов И.И.* Модель стохастического развития донных волн // Вестн. Удмуртск. ун-та. Матем. Мех. Компьют. науки. -2013. – № 2. – с. 85–91.

5. *Stephen E. Coleman, Juan J. Fedele, Marchelo H. Garcia.* Closed-conduit bed-forms initiation and development // *Journal of Hydraulic Engineering.* – 2003. – V. 129, No 12. – P. 956–965.
6. *Шуляк Б.А.* Физика волн на поверхности сыпучей среды и жидкости. – М.: Наука, 1971.

---

**Крат, Юлия Георгиевна** – младший научный сотрудник, лаборатория "Вычислительная механика (ВЦ ДВО РАН) Вычислительный центр, Дальневосточное отделение Российской академии наук

E-mail: *kratyuliya@mail.ru*

**Потапов, Игорь Иванович** – д. ф.-м. н., заведующий лабораторией вычислительной механики, (ВЦ ДВО РАН) Вычислительный центр, Дальневосточное отделение Российской академии наук

E-mail: *potapovii@rambler.ru*