

УДК 532.546:534.1

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ, НАСЫЩЕННОЙ ПУЗЫРЬКОВОЙ ЖИДКОСТЬЮ

А.А. Губайдуллин, О.Ю. Болдырева, Д.Н. Дудко

Аннотация

Численно исследованы волновые процессы в пористой среде, насыщенной пузырьковой жидкостью, с учетом нелинейности колебаний пузырьков. Изучено влияние параметров среды и исходного импульса на эволюцию волн в пористой среде, содержащей пузырьковую жидкость. Результаты расчетов показывают хорошее согласование с экспериментальными данными других авторов.

Ключевые слова: пористая среда, пузырьковая жидкость, волны

В настоящее время в научной литературе представлен ряд экспериментальных исследований по распространению волн в пористых средах, насыщенных жидкостью с пузырьками газа. В теоретических исследованиях в основном изучались дисперсионные зависимости для волн в таких средах и распространение возмущений в рамках линейной теории. Недостаточно исследованной остается задача об эволюции возмущений в пористой среде, насыщенной пузырьковой жидкостью. В данной работе численно исследуются волновые процессы в пористой среде, насыщенной пузырьковой жидкостью, с учетом нелинейности колебаний пузырьков. Для исследования распространения волн в пористой среде, содержащей пузырьковую жидкость, выбрана двухскоростная модель насыщенной пористой среды [1, 2]. Поровое пространство заполнено двухфазной смесью – жидкостью с пузырьками газа, изменение размера пузырьков учитывается с помощью уравнения Рэлея-Ламба для газового пузырька в пористой среде.

Уравнения баланса масс, числа пузырьков и импульсов имеют вид:

$$\frac{\partial \rho_{l+g}}{\partial t} + \nabla^i(\rho_{l+g} v_l^i) = 0, \quad \frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \nabla^i(\rho_s v_s^i) = 0, \quad \frac{\partial n_b}{\partial t} + \nabla^i(n_b v_l^i) = 0$$

$$\rho_{l+g} \frac{d_l v_l^i}{dt} = -\alpha_{l+g} \nabla^i p_l - F^i$$

$$\rho_s \frac{d_s v_s^i}{dt} = -\alpha_s \nabla^i p_l + \nabla^j \sigma_{s*}^{ji} + F^i$$

где ρ_j , v_j , α_j – приведенная плотность, скорость, объемное содержание j -ой фазы, нижние индексы $j = s, l, l+g$ относятся к скелету пористой среды, жидкости или к смеси жидкости и пузырьков; σ_{s*} , p_l – приведенное напряжение в скелете и давление в жидкости соответственно, n_b – число пузырьков в единице объема.

Скелет пористой среды предполагается упругим с модулями упругости λ_{s*} , μ_{s*} :

$$\sigma_{s*}^{ij} = \alpha_s (\lambda_{s*} \delta^{ij} \epsilon_s^{mm} + 2\mu_{s*} \epsilon_s^{ij} + \nu_{s*} \delta^{ij} p_l), \quad \nu_{s*} = \beta_s (\lambda_{s*} + \frac{2}{3} \mu_{s*})$$

$$\frac{d_s \epsilon_s^{ij}}{dt} = \frac{1}{2} (\nabla^i v_s^j + \nabla^j v_s^i),$$

где ϵ_s – деформации твердой фазы.

Для твердой и жидкой фаз принято линейное уравнение состояния в акустическом приближении:

$$\frac{\rho_s^\circ}{\rho_{s0}^\circ} = 1 + \beta_s(p_s - p_{s0}), \quad \frac{\rho_l^\circ}{\rho_{l0}^\circ} = 1 + \beta_l(p_l - p_{l0})$$

здесь нижний индекс 0 означает невозмущенное значение величины, ρ_j° – истинные плотности, β_j – сжимаемости фаз. Межфазное взаимодействие включает силы вязкого трения F_μ и присоединенной массы F_m :

$$F = F_m + F_\mu, \quad F_m = \frac{1}{2} \eta_m \alpha_s \rho_{l+g} \left(\frac{d_l v_l}{dt} - \frac{d_s v_s}{dt} \right), \quad F_\mu = \eta_\mu \alpha_s \alpha_{l+g} \mu_l a_{s*}^{-2} (v_l - v_s)$$

где a_{s*} – характерный размер зерен скелета, μ_l – вязкость жидкости, η_m, η_μ – безразмерные коэффициенты взаимодействия фаз, зависящие от структуры среды.

Газ в пузырьках сжимается адиабатически (γ – показатель адиабаты):

$$\frac{p_g}{p_{g0}} = \left(\frac{\rho_g^\circ}{\rho_{g0}^\circ} \right)^\gamma = \left(\frac{a_{b0}}{a_b} \right)^{3\gamma}$$

Изменение радиуса пузырька a_b подчиняется уравнению Рэлея-Ламба для пузырька в пористой среде с пористостью m и проницаемостью K [3]. Сжимаемость жидкости учитывается слагаемым w_A [4].

$$\begin{aligned} \dot{a} &= w_R + w_A, \quad w_A = \frac{p_g - p_l - \frac{2\Sigma}{a_b}}{\rho_{l0}^\circ C_l x_{g0}^{1/3}}, \\ \rho_{l0}^\circ \left(a_b \dot{w}_R + \frac{3}{2} w_R^2 \right) &= p_g - p_l - \frac{2\Sigma}{a_b} - 4\mu_l \frac{w_R}{a_b} \left(1 + \frac{m a_b^2}{4K} \right), \\ m &= 1 - \alpha_s, \quad K = \frac{m a_{s*}^2}{(1-m)\eta_\mu} \end{aligned}$$

здесь C_l – скорость звука в жидкости, x_{g0} – объемная доля газа в пузырьковой жидкости, Σ – коэффициент поверхностного натяжения на границе жидкости и газа.

Для замыкания системы уравнений используются соотношения между истинными давлениями в фазах и эффективным давлением в скелете пористой среды

$$\begin{aligned} \rho_s &= \alpha_s \rho_s^\circ, \quad \rho_{l+g} = \alpha_l \rho_l^\circ + \alpha_g \rho_g^\circ, \quad \alpha_s + \alpha_l + \alpha_g = 1, \quad \alpha_g = \frac{4}{3} \pi a_b^3 n_b, \\ p_{s*} &= \alpha_s (p_s - p_f), \quad p_{s*} = -\frac{1}{3} \sigma_{s*}^{mm}. \end{aligned}$$

На основе метода Лакса – Вендроффа была разработана методика расчета движения пористой среды, содержащей жидкость с пузырьками газа, и проведено численное исследование распространения волн давления в такой среде. Возмущение в пористой среде, занимающей область $x > 0$ создается волной, падающей из чистой жидкости ($x < 0$).

Было изучено влияние параметров среды и исходного импульса на эволюцию волн в пористой среде, содержащей пузырьковую жидкость.

На Рис.1, 2 показано изменение давления в жидкости p и полного напряжения $\sigma = -p_l + \sigma_s$ при прохождении волны ступенчатого профиля амплитуды 0.1 бар (Рис.1) и 0.5 бар (Рис.2) из жидкости в пористую среду на расстоянии 3 см и 6 см от границы. Материал скелета - кварц, жидкость - вода, газ - воздух, основные параметры пористой среды следующие: $\alpha_f = 0.4$, $p_0 = 0.1$ Мпа, $a_{s*} = 0.1$ мм, доля газа в пузырьковой смеси 0.01, $a_b = 1$ мм. При вхождении в пористую среду начальный импульс разделяется на быструю (деформационную) и медленную (фильтрационную) волны. Прохождение быстрой волны отмечено скачкообразным повышением полного напряжения σ , а приход медленной волны характеризуется постепенным нарастанием порового давления и последующими затухающими колебаниями, связанными с пульсациями пузырьков. Наблюдаемый период колебаний совпадает с периодом собственных колебаний пузырьков, в данном случае около 0.3 мс. При увеличении амплитуды исходной падающей волны колебания давления становятся менее регулярными. Результаты расчетов показывают хорошее согласование с экспериментальными данными [3, 5].

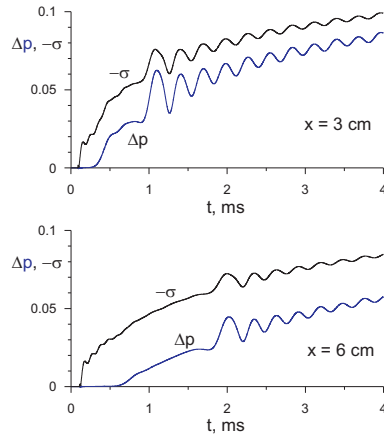


Рис. 1.

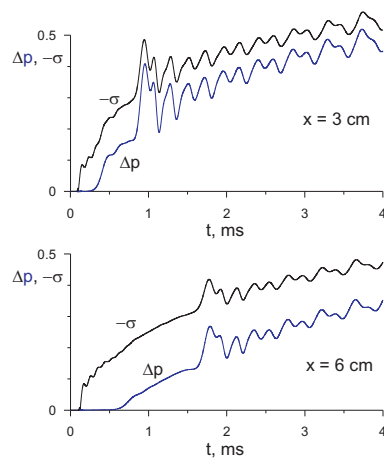


Рис. 2.

Работа выполнена при финансовом содействии Совета по грантам Президента Российской Федерации для государственной поддержки ведущих научных школ РФ (НШ-2669.2014.1).

Summary

A.A. Gubaidullin, O.Yu. Boldyreva, D.N. Dudko . Wave propagation in porous medium saturated with bubbly liquid . Wave processes in porous medium saturated with bubbly liquid are numerically investigated. The nonlinearity of bubble oscillation is taken into account. The influence of the medium and initial pulse parameters on wave evolution is studied. The calculation results are in good agreement with experimental data of the other authors.

Key words: porous medium, bubbly liquid, waves

Литература

1. *Нигматуллин Р.И.* Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978. 336с.
2. *Нигматуллин Р.И.* Динамика многофазных сред. Ч.1. М.: Наука, 1987. 464с.
3. *Донцов В. Е., Кузнецов В.В., Накоряков В. Е.* Волны давления в пористой среде, насыщенной жидкостью с пузырьками газа // Изв. АН СССР, МЖГ, 1987, № 4, С.85-92.
4. *Нигматуллин Р.И., Шагапов В.Ш., Вахитова Н.К.* Проявление сжимаемости несущей фазы при распространении волн в пузырьковой среде // ДАН СССР, 1989, Т.304, № 35, С.1077-1081.
5. *Grinten, Josephus Georgius Maria van der.* An experimental study of shock-induced wave propagation in dry, water-saturated, and partially saturated porous media I Josephus Georgius Maria van der Grinten. 1987. - [S.l.: s.n.], - 111. Proefschrift Eindhoven. – Met lit. org. ISBN 90-9001914-6 SISO 539. 3 UDC 534. 28<043.3) Trefw.: akoestiek.

Сведения о каждом из авторов статьи

Губайдуллин Амир Анварович – д.ф.-м.н, профессор, директор, Тюменский филиал ИТПМ им. С. А. Христиановича СО РАН

E-mail: *timms@ikz.ru, gubai@tmn.ru*

Болдырева Ольга Юрьевна – к.ф.-м.н, с.н.с., Тюменский филиал ИТПМ им. С. А. Христиановича СО РАН

E-mail: *timms@ikz.ru*

Дудко Дина Николаевна – к.ф.-м.н, н.с., Тюменский филиал ИТПМ им. С. А. Христиановича СО РАН

E-mail: *timms@ikz.ru*