

*integration technique in general analysis of plates and shells // Int. J. Num. Meth. Eng.* – 1971. – V. 3. – P. 275–290.

14. Голованов А. И., Песочин А. В., Тюленева О. Н. *Современные конечно-элементные модели и методы исследования тонкостенных конструкций.* – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2005. – 442 с.

15. Голованов А. И., Тюленева О. Н., Шигабутдинов А. Ф. *Метод конечных элементов в статике и динамике тонкостенных конструкций.* – М.: Физматлит, 2006. – 392 с.

16. Голованов А. И., Бережной Д. В. *Метод конечных элементов в механике деформируемых твердых тел.* – Казань: Изд-во “ДАС”, 2001. – 301 с.

17. Попов Б. Г. *Расчет многослойных конструкций вариационно-матричными методами: Учебное пособие.* – М.: Изд-во МГТУ, 1993. – 294 с.

18. Хечумов Р. А., Кеплер Х., Прокопьев В. И. *Применение метода конечных элементов к расчету конструкций: Учебное пособие для технических вузов.* – М.: Изд-во Ассоциации строительных вузов, 1994. – 353 с.

**Т. Р. Самерханов**

*Казанский (Приволжский) федеральный университет,  
timerbulat1987@mail.ru*

## **ПОДЪЁМНАЯ СИЛА КРУГОВОГО ПРОФИЛЯ ВБЛИЗИ ЭКРАНА**

Пусть в физической плоскости  $\zeta$  непроницаемый крыловой профиль в форме круга единичного радиуса обтекается установившимся плоскопараллельным потенциальным потоком идеальной несжимаемой жидкости с известной скоростью на бес-

конечности вблизи горизонтального экрана на высоте  $H$ . Требуется найти подъёмную силу и провести исследование влияния высоты  $H$  над экраном на её величину при условии, что точки разветвления и схода потока фиксированы.

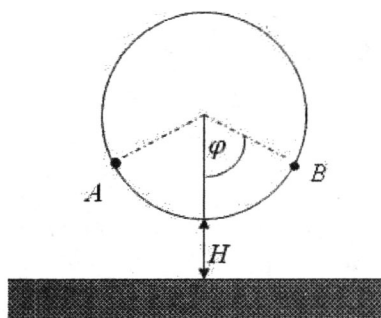


Рис. 1

Задача решается методом сопоставления плоскостей. Введём в рассмотрение область течения  $D_\zeta$  в плоскости  $\zeta$ , которая является правой половиной области течения в физической плоскости (рис. 1 и 2). В силу принципа симметрии этой области в плоскости комплексного потенциала соответствует область  $D_w$  (рис. 3).

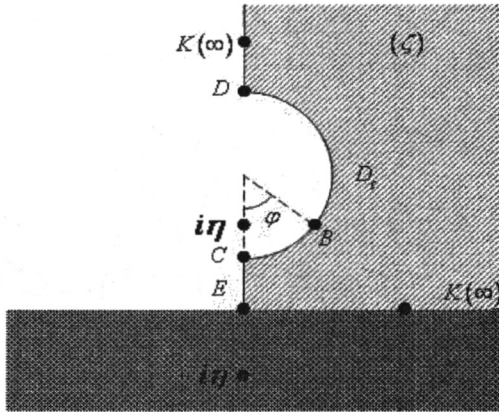


Рис. 2

Отобразим верхнюю полуплоскость (рис. 4) в плоскости  $\tau$  на правую половину области течения в физической плоскости с помощью конформного отображения

$$\zeta(\tau) = i\sqrt{H(H+2)} \cdot \frac{1+e^s}{1-e^s},$$

где

$$s = s(\phi) = -i\phi - i\pi/2 - \ln \left( H + 1 + \sqrt{H(H+2)} \right),$$

$$\phi = \phi(\tau) = C_1 \int_0^\tau \frac{d\xi}{\sqrt{\xi^2 - 1/k^2} \sqrt{\xi^2 - 1}}, \quad C_1 = \frac{\pi}{2kE(k)}.$$

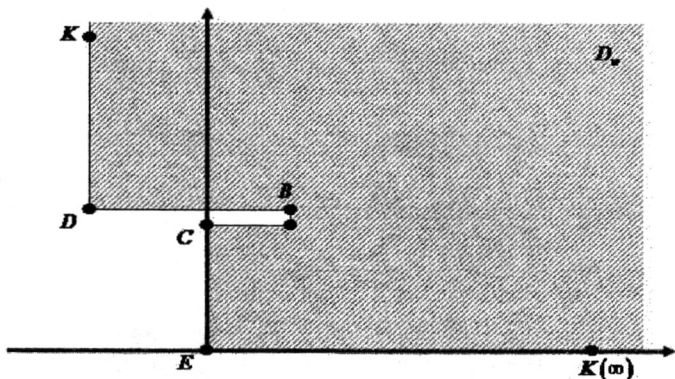


Рис. 3

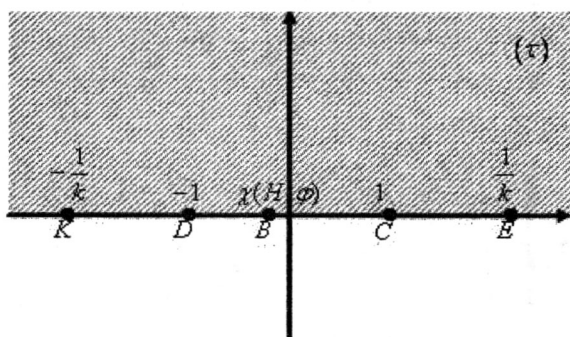


Рис. 4

Интеграл  $\int_0^1 \frac{d\tau}{\sqrt{(1-k^2\tau^2)(1-\tau^2)}}$  обозначим через  $E(k)$ . Величина параметра  $k \in (0, 1)$  находится из соотношения:

$$\frac{\ln(H+1+\sqrt{H(H+2)})}{\pi/2} = E^{-1}(k) \int_1^{1/k} \frac{dx}{\sqrt{(1-k^2x^2)(x^2-1)}}$$

Функция, конформно отображающая верхнюю полуплоскость в плоскости  $\tau$  (рис. 4) на область  $D_w$  (рис. 3), имеет вид

$$w(\tau) = C_2 \int_{1/k}^{\tau} \frac{(\tau - \chi) d\tau}{\sqrt{(\tau + 1/k)^3 (\tau - 1/k) (\tau^2 - 1)}},$$

где

$$C_2 = \frac{2V_{\infty}(1 - k^2)}{k\pi(1 + \chi k)} \sqrt{H(H + 2)} E(k)$$

и  $\chi \in [-1; 1]$ .

Формула для нахождения подъёмной силы выглядит следующим образом:

$$C_y = \frac{1}{V_{\infty}^2} \Re \int_{-1}^1 \frac{(w'(\tau))^2}{\zeta'(\tau)} d\tau.$$

После подстановки в неё выражений для производных получим

$$C_y = \frac{8\sqrt{H(H + 2)}}{\pi^3(1 + \chi k)^2} \int_{-1}^1 (\tau - \chi)^2 F(\tau, k) E^3(k) (-\sin \phi(\tau)(H + 1) - 1) d\tau,$$

где

$$F(\tau, k) = \frac{(1 - k^2)^2}{k(\tau + \frac{1}{k})^{\frac{5}{2}} (\tau - \frac{1}{k})^{\frac{1}{2}} (\tau^2 - 1)^{\frac{1}{2}}}.$$

Итак, с помощью принципа симметрии получена новая достаточно простая точная формула для вычисления подъёмной силы при обтекании круга вблизи горизонтального экрана. В будущем планируется исследовать зависимость подъёмной силы  $C_y$  от параметров  $H$  и  $\chi$  и сравнить результаты с другими работами, в частности, [1].

## ЛИТЕРАТУРА

1. Галяутдинов М. И. *Проектирование и расчёт крыловых профилей вблизи экрана* // Дисс. ... канд. физ.-мат. наук. – Казань: Казан. гос. ун-т. – 2001. – 133 с.