С. К. Паймеров

Марийский государственный университет, г. Йошкар-Ола,
paymerov@mail.ru

О КОЭФФИЦИЕНТНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ДВУМЕРНОГО ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ В ОГРАНИЧЕННОЙ ОБЛАСТИ С УСЛОВИЕМ ТРЕТЬЕГО РОДА НА ГРАНИЦЕ

Исследуется нелинейная обратная задача определения скорости звука в неоднородности, локализованной в пределах двумерной ограниченной области, по данным о рассеянном этой неоднородностью скалярном акустическом поле. Акустические колебания в области $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ описываются волновым уравнением

$$\frac{1}{c^2(x)}u_{tt}(x,t) = \Delta u(x,t) - f(x,t), \quad x \in \Omega, \quad t \geqslant 0, \tag{1}$$

с начальным условием

$$u(x,0) = u_t(x,0) = 0, \quad x \in \Omega, \tag{2}$$

и условием третьего рода на границе $\Sigma = \partial\Omega$:

$$\frac{\partial u}{\partial n}(x,t) + \sigma(x)u(x,t) = 0, \quad x \in \Sigma, \quad t \geqslant 0. \tag{3}$$

Здесь $u(x,t)$ – акустическое давление в точке $x \in \Omega$ в момент времени t, величина $c(x) > 0$ определяет скорость звука в этой точке; $\partial/\partial n$ – производная по внешней нормали n к границе Σ, вычисленная со стороны области Ω; $\sigma \in C^1(\Sigma)$, $\sigma(x) > 0$ $\forall x \in \Sigma$. Предполагается, что среда, заполняющая область Ω, однородна вне некоторой априори заданной подобласти R, $\overline{R} \subset \Omega$, так что $c(x) = c_0$ при $x \in \overline{\Omega} \setminus R$, где константа c_0 известна, а функция $c = c(x)$ при $x \in R$ подлежит определению; $\overline{\Omega} = \Omega \cup \Sigma$. Зондируемая неоднородность облучается волновыми полями, источники которых описываются функциями $f(x,t) = f(x,t;q) = \delta(x-q)g(t)$, $q \in X$; δ – дельта-функция Дирака. Гладкий замкнутый контур $X \subset \subset \Omega$, $X \in C^2$, описывает семейство источников рассеиваемых волн; $X \cap \overline{R} = \emptyset$. Наблюдение рассеянного поля проводится в точках гладкого замкнутого контура $Y \subset \Omega$, $Y \cap \overline{R} = \emptyset$. Отыскание $c(x)$, $x \in R$, эквивалентно нахождению функции $\xi(x) = c^{-2}(x) - c_0^{-2}$, $x \in R$. Обозначим через $u(x,t;q) = u(x,t)$ решение задачи (1) – (3). Предполагается, что для наблюдения доступны значения $u(x,t;q)$ при $t \geqslant 0$, $x \in Y$, $q \in X$. По этим данным требуется определить функцию $\xi(x)$, $x \in R$.

Обозначим через $G(x,x';p)$ функцию Грина краевой задачи третьего рода

$$\begin{cases} \Delta h(x) - p^2 c_0^{-2} h(x) = f(x), & x \in \Omega, \\ \frac{\partial h(x)}{\partial n} + \sigma(x) h(x) = 0, & x \in \Sigma. \end{cases}$$

По определению, $h(x) = \int\limits_{\Omega} G(x,x';p) f(x')\,dx'$, $x \in \Omega$. Пусть $\widetilde{u}(x,p;q)$ – преобразование Лапласа функции $u(x,t;q)$ по переменной t; $v(x,p;q)$ – аналитическое продолжение функции $\widetilde{u}(x,p;q)$ в открытую окрестность точки $p = 0$.

Теорема 1. *Функция $\xi = \xi(x)$ является решением линей-*

ного интегрального уравнения первого рода

$$\int\limits_R G(x,x';0)G(x';q,0)\xi(x')\,dx' =$$

$$= \left(\int\limits_0^\infty g(t)\,dt\right)^{-1}\left(\frac{1}{2}v_{pp}(x,0;q) - \frac{1}{2}G_{pp}(x,q;0)\int\limits_0^\infty g(t)\,dt+\right.$$

$$\left.+G_p(x,q;0)\int\limits_0^\infty tg(t)dt - \frac{1}{2}G(x,q;0)\int\limits_0^\infty t^2g(t)dt\right), \quad x \in Y,\ q \in X. \tag{4}$$

Теорема 2. *Уравнение (4) имеет в классе $C(\overline{R})$ единственное решение $\xi = \xi(x)$.*

О. С. Переворочаева

Горно-Алтайский государственный университет

САМОПОДОБНЫЕ ЖОРДАНОВЫЕ ДУГИ, ПОРОЖДЕННЫЕ ГОМОТЕТИЯМИ

Пусть $\mathcal{S} = \{\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2 ... \mathcal{S}_m\}$ – система сжимающих подобий в $\mathbb{R}^n$. Непустое компактное множество K называется *инвариантным* множеством или *аттрактором* системы $\mathcal{S}$, если $K = \bigcup \mathcal{S}_i(K)$.

Согласно теореме Хатчинсона [1], такое множество существует и однозначно определяется системой $\mathcal{S}$.

Одной из задач фрактальной геометрии является описание проекций самоподобных множеств. Мы же исследуем свойство жордановых дуг, допускающих взаимооднозначное проектирование на отрезок прямой. Для плоского случая получены следующие утверждения.