информация. – М.: Мир, 2006. – 824 с.

2. Svore K., Cross A., Aho A., Chuang I., Markov I. *Toward a software architecture for quantum computing design tools* // Proc. of Quantum Programming Languages (QPL). – July 2004. – P. 127–144.

А. Н. Нуриев

Казанский (Приволжский) федеральный университет, Artem.Nuriev@ksu.ru

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДОВ БИФУРКАЦИОННОГО АНАЛИЗА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ГИДРОДИНАМИКИ

В работе представлены методы бифуркационного анализа для систем большой размерности, возникающих при дискретизации стационарных уравнений Навье – Стокса для несжимаемой жидкости.

Бифуркационный анализ проводится в рамках классического подхода (описанного, например, в [1]) для анализа однопараметрических нелинейных систем. Он состоит из следующих этапов: 1. выбор исследуемого диапазона изменения параметра; 2. локализация решений при фиксированном значении параметра; 3. построение ветвей решения; 4. анализ устойчивости и исследование точек бифферкации.

На первом этапе выбор исследуемого диапазона изменения параметра системы (числа Рейнольдса) полностью зависит от рассматриваемой задачи и целей исследования. Следует отметить, что небольшой диапазон в области умеренных чисел Рейнольдса может содержать большое количество различных ветвей решения.

Локализация ветвей заключается в поиске возможных вещественных решений системы при фиксированном значении параметра из исследуемого диапазона. Для этих целей в настоящей работе был использован FPN (Fixed-Point Newton) метод гомотопии [2]. Метод объединяет в себе преимущества методов гомотопии Ньютона и гомотопии фиксированной точки и позволяет свести задачу локализации к задаче продолжения по параметру гомотопии. Таким образом, множество различных решений задачи может быть найдено с одного начального приближения.

Построение ветвей решения на третьем этапе осуществляется с помощью метода продолжения по параметру [1]. Суть метода заключается в построении последовательностей решений, аппроксимирующих ветви, которым они принадлежат, в выбранном диапазоне изменения параметра. Начальными решениями для таких последовательностей служат локализованные на втором этапе решения. Основные компоненты метода продолжения: предиктор и корректор. В качестве первого в данной работе использовался метод касательной, в качестве второго - метод Мура – Пенроуза. Такая связка позволяет эффективно строить решения задачи даже вблизи точек бифуркаций.

Метод Мура – Пенроуза, как модификация метода Ньютона, на каждом шаге требует решения линейных задач. Они решались с помощью метода обобщенных минимальных невязок GMRES с предобуславливателем, основанным на многосеточном методе [3].

Для идентификации точек бифуркации на четвертом этапе рассматривалась задача на собственные числа. Несколько собственных чисел с наибольшей вещественной частью находилось методом ортогональных проекций Арнольди, реализованном в пакете ARPACK.

Описанный подход был успешно применен для исследования классической задачи гидромеханики о циркуляционном течении вязкой жидкости в квадратной каверне и стационарной составляющей решения в задаче о гармонических колебаниях цилиндра в вязкой жидкости. В результате были найдены и изучены новые (раннее не опубликованные) решения и построены бифуркационные диаграммы для данных задач.

ЛИТЕРАТУРА

1. Kuznetsov Y. A. *Elements of applied bifurcation theory.* – Berlin: Springer, 1995. – 591 p.

2. Saeed Khaleghi Rahimian, Farhang Jalali, Sea Saeed J. D. *A new homotopy for seeking all real roots of a nonlinear equation* // Computers and Chemical Engineering. – 2011. – V. 35. – Issue 3. – P. 403–411.

3. Егоров А. Г., Нуриев А. Н. *Неединственность стационарного течения вязкой жидкости в квадратной каверне* // Учен. зап. Казан. гос. ун-та. – 2009. – Т. 151. – № 3. – С. 130–143.