

Д. А. Краснова

Институт вычислительного моделирования СО РАН,

г. Красноярск,

krasnova-d@mail.ru

ГРУППОВАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ ДВУМЕРНОГО СЛОЯ ЖИДКОСТИ

В последнее время особо актуальным стало исследование задач математического моделирования разнообразных физических процессов. Большое количество моделей описывает движение жидкостей со свободной границей. Один из случаев – это модель движения двумерного слоя идеальной жидкости по наклонной плоскости.

Цель данной работы заключается в проведении групповой классификации уравнений движения двумерного слоя идеальной жидкости относительно функции, описывающей толщину слоя жидкости со свободной границей. Уравнения записывались в декартовой системе координат так, что ось z ортогональна к подложке, ось x направлена в сторону действия скатывающей силы. Жидкость занимает область $\Omega = \{(x, z) : -\infty < x < +\infty, 0 < z < H(x, t)\}$, где t – время, H – толщина слоя жидкости. В уравнения движения жидкости входят компоненты вектора скорости (u, w) и давление p (скатывающие силы заменой переменных можно включить в давление). Слой жидкости имеет твердую подложку при $z = 0$ и свободную границу при $z = H(x, t)$.

Вводятся новые координаты, которые фиксируют границы области $0 < \xi < 1$, $\bar{x} = x$, $\xi = zH^{-1}(x, t)$, $\bar{t} = t$ и модифицированные компоненты вектора скорости $\bar{u} = uH$, $\bar{w} = w - u\xi H_x$, $\bar{p} = p$ [1], черта в дальнейшем опущена.

Система уравнений записывается в виде

$$Hu_t - H_t(u + \xi u_\xi) + uu_x + wu_\xi - \frac{H_x(u)^2}{H} = H^2[-p_x + \frac{\xi H_x}{H} p_\xi], \quad (1)$$

$$H(w + S)_t - \xi H_t(w + S)_\xi + u(w + S)_x + w(w + S)_\xi = -p_\xi, \quad (2)$$

$$u_x + w_\xi = 0, \quad (3)$$

нижние индексы обозначают дифференцирование функций по x, ξ, t , $S = \xi u H^{-1} H_x$.

Решена задача групповой классификации [2] системы (1) – (3) по отношению к функции $H(x, t)$. Найдены координаты оператора $X = \xi^i \partial / \partial x^i + \eta^\alpha \partial / \partial u^\alpha$:

$$\xi^1 = \alpha^1 x + \beta(t), \quad \xi^2 = \alpha^1 \xi, \quad \xi^3 = c^4 t + c^5,$$

$$\eta^1 = H \frac{\partial \beta}{\partial t} + u(c^0 - c^4 - \alpha^1),$$

$$\eta^2 = \xi[-H_3(c^0 - c^4 - 2\alpha^1) + H_{31}\xi^1 + H_{33}\xi^3] + w[c^0 - c^4 - \alpha^1],$$

$$\eta^3 = 2(\alpha^1 - c^4)p + h^3(x, t).$$

где $\alpha^1, c^0, c^4, c^5 = \text{const}$, $\beta = \beta(t)$, $h^3 = -x\partial^2\beta/(\partial t)^2 + \alpha^3(t)$, α^3, β – произвольные функции. При этом функция H есть решение двух определяющих уравнений

$$\xi^1 \frac{H_x}{H} + \xi^3 \frac{H_t}{H} = c^0 - 2\alpha^1, \quad (4)$$

$$\xi^1 \left(\frac{H_{xt}}{H} \right)_x + \xi^3 \left(\frac{H_{xt}}{H} \right)_t + (c^4 + \alpha^1) \frac{H_{xt}}{H} + \frac{\partial \beta}{\partial t} \frac{H_{xx}}{H} = 0. \quad (5)$$

Доказано, что система (4), (5) при определенных значениях постоянных и функции $\beta(t)$ имеет нетривиальные решения.

Работа выполнена при финансовой поддержке интеграционного проекта СО РАН №65.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Кузнецов В. В. *Термокапиллярные течения в пограничных и тонких слоях* // Дисс. ... докт. физ.-мат. наук. Новосибирск: ИГ СО РАН, 2001. – 187 с.
2. Овсянников Л. В. *Групповой анализ дифференциальных уравнений*. – М.: Наука, 1978. – 400 с.

С. В. Крылов, С. С. Митрофанов, А. Н. Осавчук

*Нижегородский национальный исследовательский
университет им. Н.И. Лобачевского,
mitrofanovss@list.ru*

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ УДАРНЫХ ВОЛН
С ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ ПАКЕТАМИ
МЕТАЛЛИЧЕСКИХ СЕТОК**

Использование пакетов газопроницаемых проволочных тканевых сеток является одним из эффективных способов ослабления нагрузки от воздействия ударной волны (УВ). В ряде публикаций даны оценки эффективности подобных многослойных экранов с точки зрения снижения газодинамических параметров проходящих через них УВ.

Динамическое поведение пакета сетки с содержащимся поровым газом описывается на основе уравнений динамики двух взаимопроникающих континуумов, каждый из которых имеет свои скорости, напряжения (давления) и температуры.

В работе приведены решения задачи взаимодействия цилиндрических пакетов сеток со взрывной волной с помощью программ UPSGOD. Полученные результаты сравниваются с