

пересечение множества  $\{z_n/T^\alpha\}_{n=1}^N$  с дискретным спектром оператора  $A$  пусто.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 09-01-00273а).

## ЛИТЕРАТУРА

1. Кочубей А. Н. *Задача Коши для эволюционных уравнений дробного порядка* // Дифференциальные уравнения. – 1989. – Т. 25. – № 8. – С. 1359–1368.
2. Bajlekova E. G. *Fractional evolution equations in Banach spaces* // PhD Thesis, University Press Facilities, Eindhoven University of Technology. – 107 p.
3. Крейн С. Г. *Линейные дифференциальные уравнения в банаховом пространстве*. – М.: Наука, 1967. – 464 с.
4. Понов А. Ю., Седлецкий А. М. *Распределение корней функций Миттаг-Леффлера* // Современная математика. Фундаментальные направления. – 2011. – Т. 40. – С. 3–171.

**А. А. Колтунов**

*Волгоградский государственный университет*

## **РАСТЕКАНИЕ ТОНКОЙ КАПЛИ ЖИДКОСТИ ПО НЕОДНОРОДНОМУ ПОРИСТОМУ СЛОЮ**

Во многих процессах в природе и технике происходит растекание и поглощение жидкости пористой поверхностью. Пористая поверхность может быть сухой, насыщенной или частично насыщенной той же или иной жидкостью [1].

В настоящей работе рассмотрена задача об эволюции капли, помещенной на пористый слой толщины  $d$ , проницаемость которого  $k(z)$  неоднородна в поперечном направлении. Задача

решается в двумерной постановке, форма капли  $z = h(x, t)$  является функцией продольной координаты  $x$  и времени  $t$ . Благодаря проницаемости основания капля не только растекается по нему, но и частично впитывается. Допускается скольжение жидкости по пористому слою, поэтому на границе "жидкость - пористая среда" ставится условие Саффмана [2]

$$u - U|_{z=0} = \lambda \sqrt{k(0)} \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=0},$$

где  $\lambda$  -- безразмерный коэффициент, характеризующий физико-химические свойства границы [3];  $u$ ,  $w$ ,  $p$  и  $U$ ,  $W$ ,  $q$  -- продольная, поперечная составляющие скорости и давление жидкости в капле и пористой среде, соответственно.

Капля предполагается достаточно тонкой, что позволяет использовать приближение теории смазки. Учитывая неоднородную проницаемость слоя и скольжение по пористой границе, уравнение эволюции формы капли, обобщающее модель работы [4], в безразмерном виде можно представить в форме

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \frac{1}{3} h^3 - \lambda \sqrt{k(0)} h^2 \right) \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} - B h \right) + u(x, 0) h \right] = \left( \frac{a_0}{h_0} \right) W,$$

где  $a_0$ ,  $h_0$  -- начальная полуширина и высота капли;  $B = \rho g a_0^2 / \sigma$  -- число Бонда, характеризующее соотношение сил тяжести и поверхностного натяжения.

Движение жидкости в пористой среде описывается законом Дарси

$$U = -k(z) \frac{\partial q}{\partial x}, \quad W = -k(z) \frac{\partial q}{\partial z}.$$

В этом случае уравнение для определения поля давления  $q(x, z)$  в пористом слое имеет вид

$$\frac{\partial^2 q}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 q}{\partial z^2} = -\frac{1}{k} \frac{dk}{dz} \frac{\partial q}{\partial z}.$$

На верхней границе слоя ( $z = 0$ ) ставится красное условие:  $q = p$  при  $h \geq 0$  и  $q = 0$  при  $h < 0$ , а на нижней границе ( $z = -d$ ) – условии непроницаемости  $\partial q / \partial z = 0$ .

В работе численно исследовано поведение капли в широком диапазоне параметров  $B$ ,  $\lambda$ ,  $k(z)$ . В ходе расчетов было выявлено существенное влияние поперечной проницаемости на характер эволюции капли. При большой проницаемости верхней части пористого слоя капля распространяется быстрее за счет процессов впитывания в слой и вытеснения находящейся там жидкости. При наличии слабо проницаемой “корки” на границе “капля – пористая среда”, скорость распространения капли значительно снижается.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. де Жен П. Ж. *Смачивание: статика и динамика* // УФН. – 1987. – Т. 151. – № 4. – С. 619–681.
2. Saffman P. G. *On the boundary condition at the surface of a porous medium* // Stud. Appl. Math. – 1971. – V. 50. – No 2. – P. 93–101.
3. Мосина Е. В., Чернышев И. В. *Условие скольжения на поверхности модельной волокнистой пористой среды* // Письма в ЖТФ. – 2009. – Т. 35. – № 5. – С. 103–110.
4. Davis S. H., Hocking L. M. *Spreading and imbibitions of viscous liquid on a porous base* // Phys. Fluids. – 1999. – V. 11. – P. 48–57.

**Ю. Д. Коновалов, Ю. О. Деркачев**

*Кубанский государственный университет, г. Краснодар,  
step099@mail.ru*