А. В. Букушева

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского,

bukusheva@list.ru

РИМАНОВА ПУЛЬВЕРИЗАЦИЯ, ОПРЕДЕЛЯЕМАЯ ПОЧТИ КОНТАКТНОЙ МЕТРИЧЕСКОЙ СТРУКТУРОЙ

Пусть X – гладкое многообразие нечетной размерности n и $(\varphi, \vec{\xi}, \eta, g)$ – почти контактная метрическая структура на X [1]. В работе [1] было введено понятие контактного гамильтонова поля как поля, удовлетворяющего условию $i_{\vec{u}}d\eta = -dH$, где H – гладкая функция на X. В работе [2] было введено более общее понятие обощенной гамильтоновой системы. В настоящей работе показана, что естественным образом возникающая на многообразии D обобщенная гамильтонова система совпадает с пульверизацией, введенной на многообразии D как на тотальном пространстве векторного расслоения $\mu = (D, \pi, X)$.

Прообраз $p^{-1}(D) = \tilde{D}$ определяет на пространстве расслоения D распределение $\tilde{D}$. Векторное поле $\vec{S}$ на многообразии D назовем полупульверизацией, если выполняется следующее условие: $\pi_*(\vec{S}_{\vec{v}}) = \vec{v}, \vec{v} \in D$. Локальное представление поля $\vec{S}$ в адаптированных координатах [2] имеет вид

$$\vec{S}(x^\alpha, x^{n+a}) = x^{n+a}\partial_a - x^{n+a}\Gamma^n_a\partial_n + S^{n+a}\partial_{n+a}.$$

Интегральные кривые поля $\vec{S}$ определяются системой уравнений, равносильной системе

$$\begin{cases} \frac{d^2x^a}{dt^2} = S^{n+a}(x^\alpha, \frac{dx^\alpha}{dt}), \\ \frac{dx^n}{dt} = -\Gamma^n_a \frac{dx^a}{dt}. \end{cases}$$

Векторное поле $\vec{\chi}(x^\alpha, x^{n+a}) = x^{n+a}\partial_{n+a}$ является аналогом поля Лиувилля на D. Полупульверизацию $\vec{S}$ будем называть пульверизацией, если она удовлетворяет дополнительному условию

$$[\vec{\chi}, \vec{S}] = \vec{S}.$$

Будем говорить, что задана связность над распределением D, если на D задано дифференицируемое распределение HD, такое, что $\tilde{D} = HD \oplus VD$, где VD – вертикальное распределение на D. Очевидно, $HD_{\vec{v}} \cong D_{\pi(\vec{v})}$. Так же, как и в голономном случае, задание HD эквивалентно заданию функций $G^\alpha_b(x^\alpha, x^{n+a})$, изменяющихся по известному закону. Если на D задана допустимая связность Γ^a_{bc}, то ей соответствует связность над распределением с коэффициентами $G^\alpha_b(x^\alpha, x^{n+a}) = \Gamma^a_{bc}(x^\alpha)x^{n+c}$.

Теорема 1. *Всякая линейная допустимая связность* Γ^a_{bc} *определяет единственную пульверизацию* $\vec{S}$. *Координатное представление* $\vec{S}$ *имеет вид* $\vec{S} = x^{n+a}\vec{\epsilon}_a$, *где* $\vec{\epsilon}_a \in HD$, $\pi_*(\vec{\epsilon}_a) = \vec{e}_a$, $\vec{\epsilon}_a = \partial_a - \Gamma^n_a\partial_n - G^b_a\partial_{n+b}$.

Пусть D – распределение почти контактной метрической структуры и Γ^a_{bc} – коэффициенты внутренней симметричной метрической связности. Соответствующую пульверизацию назовем римановой пульверизацией. На многообразии D в этом случае можно построить допустимую (по отношению к $\tilde{D}$) симметрическую форму Ω, которая, в свою очередь, позволяет задать лагранжеву динамическую систему – обобщенную гамильтонову систему.

Пусть $\lambda = \partial_{n+a}Tdx^a$, где $T = \frac{1}{2}g_{ab}x^{n+a}x^{n+b}$, – допустимая 1-форма. Тогда форма $\Omega = d\lambda$ оказывается допустимой симплектической формой на D. В качестве обощенного гамильтониана рассмотрим функцию $T - \stackrel{v}{\chi}T$. Имеет место

Теорема 2. *Обощенная гамильтонова система, определяемая формой Ω и обощенным гамильтонианом $T - \stackrel{v}{\chi}T$, совпадает с римановой пульверизацией $\vec{S}$.*

ЛИТЕРАТУРА

1. Pitis G. *Hamiltonian fields and energy in contact manifolds* // Int. J. of Geometric Methods in Modern Physics. – 2008. – V. 5. – No 1. – P. 63–77.

2. Галаев С. В., Гохман А. В. *Обобщенные гамильтоновы системы на многообразиях со связностью* // Математика. Механика: Сб. научн. тр. – Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2000. – Вып. 2. – С. 16–19.

Е. Ю. Булавкин

Горно-Алтайский государственный университет,

eshadb@rambler.ru

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ТЕПЛА В СИСТЕМАХ ОТКРЫТЫХ РУСЕЛ

Рассматривается задача о расчете распределения температуры в системе открытых русел. Предполагается, что процесс является стационарным и математическая модель процесса описывается уравнением конвективной диффузии вида

$$D\frac{d^2}{dx^2} + v\frac{dT}{dx} + K(T - T_H) = 0;$$