and Optimization Symposium, Miami, Florida, USA, 2007. – P. 91–96.

5. Асфандиярова Ю. С. *Численный анализ одной обратной задачи для линейного дифференциального уравнения* // Тр. Матем. центра им. Н.И. Лобачевского. – Казань: Изд-во Казан. матем. об-ва, 2010. – Т. 40 – С. 32–36.

6. Асфандиярова Ю. С. *Численный анализ обратной задачи теории измерений* // Тр. 53-й науч. конф. МФТИ "Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук". Часть VII. Управление и прикладная математика. Т. 3. – М.: МФТИ, 2010. – С. 6–7.

М. А. Аухадиев, В. А. Тепоян

Казанский государственный энергетический университет,
m.aukhadiev@gmail.com, tepoyan.math@gmail.com

СТРУКТУРА НЕКОТОРЫХ C*-БИАЛГЕБР

Пусть A – C*-алгебра. Обозначим $\mathcal{L}(A)$ алгебру линейных непрерывных операторов на A.

Определение 1. *Оператор* $\Sigma \in \mathcal{L}(A \otimes A)$, *определенный формулой* $\Sigma(a \otimes b) = b \otimes a$, *где* $a, b \in A$, *называется перестановочным отображением.*

Для оператора $V \in \mathcal{L}(A \otimes A)$ и $a \in A \otimes A$ введем обозначения

$$V_{12} = V \otimes \mathrm{id},\ V_{23} = \mathrm{id} \otimes V,\ V_{13} = \Sigma_{12} V_{23} \Sigma_{12} = \Sigma_{23} V_{12} \Sigma_{23},$$

$$a_{12} = a \otimes 1,\ a_{23} = 1 \otimes a,\ a_{13} = \Sigma_{12} a_{23}.$$

Определение 2. *Говорят, что оператор $W \in \mathcal{L}(A \otimes A)$ удовлетворяет уравнению пятиугольника, если выполняется следующее равенство:*

$$W_{12}W_{13}W_{23} = W_{23}W_{12}.$$

Определение 3. *Пара (A, Δ) называется C^*-биалгеброй [1], если A - C^*-алгебра, $\Delta \colon A \to A \otimes A$ - унитальный C^*-гомоморфизм, удовлетворяющий условию коассоциативности:*

$$(\Delta \otimes \mathrm{id})\Delta = (\mathrm{id} \otimes \Delta)\Delta$$

Отображение Δ называется копроизведением. C^*-гомоморфизм $\varepsilon \colon A \to \mathbb{C}$ называется коединицей C^*-биалгебры (A, Δ), если выполняются равенства

$$(\varepsilon \otimes \mathrm{id})\Delta = \mathrm{id}, \ (\mathrm{id} \otimes \varepsilon)\Delta = \mathrm{id}.$$

Определим *-гомоморфизмы $\Delta_1, \ \Delta_2 \colon A \to A \otimes A$:

$$\Delta_1(a) = a \otimes 1, \ \Delta_2(a) = 1 \otimes a.$$

Лемма 1. *(A, Δ_1) и (A, Δ_2) являются C^*-биалгебрами.*

Теорема 1. *Пусть $W \in \mathcal{L}(A \otimes A)$ - C^*-гомоморфизм, удовлетворяющий уравнению пятиугольника. Тогда отображения $\Delta = W\Delta_1$, $\hat{\Delta} = W^*\Delta_2$ являются копроизведениями, и (A, Δ), $(A, \hat{\Delta})$ являются C^*-биалгебрами.*

Теорема 2. *Для любой C^*-биалгебры (A, Δ) с коединицей ε существует C^*-гомоморфизм $W \in \mathcal{L}(A \otimes A)$, удовлетворяющий уравнению пятиугольника, такой, что $\Delta = W\Delta_1$.*

Введенное понятие оператора, удовлетворяющего уравнению пятиугольника, обобщает известное понятие мультипликативного унитария (multiplicative unitary) [2]. С помощью мультипликативного унитария можно задать структуру C^*-алгебры Хопфа. Более того, для больших классов C^*-алгебр Хопфа копроизведение задается с помощью мультипликативного унитария [2]. Однако, для C^*-биалгебр это не выполняется, что можно показать на примере алгебры Теплица [3]. При этом оператор $W \in \mathcal{L}(A \otimes A)$, удовлетворяющий уравнению пятиугольника, существует для всех C^*-биалгебр с коединицей и, в частности, для алгебры Теплица.

ЛИТЕРАТУРА

1. Van Daele A. // Adv. in Math. – 1998. – No 140. – P. 323–366.

2. Baaj S., Skandalis G. // Ann. scient. Ec. Norm. Sup. – 1993. – V. 4. – No 26. – P. 425–488.

3. Аухадиев М. А., Григорян С. А., Липачева Е. В. *Компактная квантовая полугруппа, порожденная изометрией* // Изв. вузов. Матем. – 2011. – № 10. – С. 89–93.