Ю. С. Асфандиярова

Южно-Уральский государственный университет,

г. Челябинск,

asfandiyarova@list.ru

МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ НЕЛОКАЛЬНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОБЫКНОВЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ

В приложениях (например, в теории динамических измерений [1]) возникают проблемы, приводящие к краевым задачам для обыкновенных дифференциальных уравнений с неклассическими краевыми условиями: многоточечные краевые задачи, задачи с распределенными данными и т. п.

Все подобные задачи могут быть сформулированы как краевые задачи для линейного дифференциального уравнения:

$$\begin{cases} L[x] = x^{(n)} + p_{n-1}x^{(n-1)} + \ldots + p_1 x' + p_0 x = f(t), \\ U_j(x) = \alpha_j, \ j = 1, 2, \ldots, n, \end{cases} \tag{1}$$

где $p_i(t), f(t)$ – непрерывные на $[a, b]$ функции, α_j – числа, $U_j(x)$ – линейные, линейно-независимые функционалы.

Задачу нахождения правой части $f(t)$ по экспериментально измеренной функции $\tilde{x}(t)$ будем называть *обратной задачей.*

В настоящей работе предлагается метод решения обратной задачи обращением дифференциального оператора с помощью функции Грина, использующий хорошо известное соотношение для решения полуоднородной краевой задачи:

$$x(t) = \int_a^b G(t, \tau) f(\tau) d\tau, \tag{2}$$

где $G(t,\tau)$ – функция Грина этой задачи. Для этого соотношения, являющегося обращением дифференциального оператора (1), разработаны эффективные и устойчивые методы решения (например, [2, 3]).

Был предложен способ построения функции Грина, не использующий фундаментальную систему решений исходного уравнения [4, 5]. Предлагаемый метод использует следующую вспомогательную задачу:

$$\begin{cases} x^{(n)} = f(t), \\ U_j(x) = 0, \ j = 1, 2, \ldots, n, \end{cases} \tag{3}$$

функция Грина $\tilde{G}(t,\tau)$ которой может быть найдена непосредственно по определению.

Функция Грина основной задачи может быть найдена как решение интегрального уравнения Фредгольма II-го рода:

$$G(t,s) - \tilde{G}(t,s) = \int_a^b G(t,\tau)V(\tau,s)d\tau.$$

На основании описанной теории был разработан алгоритм решения обратной задачи теории динамических измерений и написана компьютерная программа с использованием пакета Mathematica 8.0 [6].

ЛИТЕРАТУРА

1. Грановский В. А. *Динамические измерения: Основы метрологического обеспечения.* – Л., 1984. – 224 с.

2. Иванов В. К., Васин В. В., Танана В. П. *Теория линейных некорректных задач.* – М.: Наука, 1978. – 206 с.

3. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. *Методы решения некорректных задач.* – М.: Наука, 1979. – 288 с.

4. Zalyapin V. I., Kharitonova H. V., Ermakov S. V. *Inverse problems of the measurements theory* // Inverse problems, Design

and Optimization Symposium, Miami, Florida, USA, 2007. – P. 91–96.

5. Асфандиярова Ю. С. *Численный анализ одной обратной задачи для линейного дифференциального уравнения* // Тр. Матем. центра им. Н.И. Лобачевского. – Казань: Изд-во Казан. матем. об-ва, 2010. – Т. 40 – С. 32–36.

6. Асфандиярова Ю. С. *Численный анализ обратной задачи теории измерений* // Тр. 53-й науч. конф. МФТИ "Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук". Часть VII. Управление и прикладная математика. Т. 3. – М.: МФТИ, 2010. – С. 6–7.

М. А. Аухадиев, В. А. Тепоян

Казанский государственный энергетический университет,

m.aukhadiev@gmail.com, tepoyan.math@gmail.com

СТРУКТУРА НЕКОТОРЫХ C*-БИАЛГЕБР

Пусть A – C*-алгебра. Обозначим $\mathcal{L}(A)$ алгебру линейных непрерывных операторов на A.

Определение 1. *Оператор* $\Sigma \in \mathcal{L}(A \otimes A)$, *определенный формулой* $\Sigma(a \otimes b) = b \otimes a$, *где* $a, b \in A$, *называется перестановочным отображением.*

Для оператора $V \in \mathcal{L}(A \otimes A)$ и $a \in A \otimes A$ введем обозначения

$$V_{12} = V \otimes \mathrm{id},\ V_{23} = \mathrm{id} \otimes V,\ V_{13} = \Sigma_{12} V_{23} \Sigma_{12} = \Sigma_{23} V_{12} \Sigma_{23},$$

$$a_{12} = a \otimes 1,\ a_{23} = 1 \otimes a,\ a_{13} = \Sigma_{12} a_{23}.$$