Вопрос существования решения задачи сводится к вопросу разрешимости интегрального уравнения Фредгольма второго рода со слабой особенностью в ядре.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Килбас А. А., Репин О. А. *Аналог задачи Бицадзе-Самарского для уравнения смешанного типа с дробной производной* // Дифференц. уравнения. – 2003. – Т. 39. – № 5. – С. 638–644.

2. Килбас А. А., Репин О. А. *Аналог Трикоми для дифференциального уравнения с частными производными, содержащего уравнение диффузии дробного порядка* // Доклады Адыгской (Черкесской) Международной академии наук. – 2010. – Т. 12. – № 1. – С. 31–39.

И. В. Трухляева

Волгоградский государственный университет,

irishka2027@mail.ru

О СХОДИМОСТИ “СГЛАЖЕННЫХ” ПРИБЛИЖЕННЫХ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЯ ЗАДАННОЙ СРЕДНЕЙ КРИВИЗНЫ

Рассматриваются вопросы обоснования применения методов приближенного решения нелинейных уравнений эллиптического типа (на примере уравнения минимальных поверхностей) и устанавливается оценка погрешности приближения методом “сглаживания” отрезками ряда Фурье.

Пусть Ω – ограниченная область в $\mathbf{R}^n$. Предположим, что задана полная ортонормированная система непрерывных функций $\{\varphi_m(x)\}_{m=1}^{\infty}$ из $L^2(\Omega)$. Для произвольной функции $g \in L^2(\Omega)$ введем обозначения:

$$g^N(x) = \sum_{m=1}^{N} g_m \varphi_m(x), \quad g_m = \int\limits_{\Omega} g(x)\varphi_m(x)dx,$$

$$\Phi(N) = \sup_{x\in\Omega} \left(\sum_{k=1}^{N} \varphi_k^2(x) \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Отметим, что если базисные функции $\varphi_k(x)$ ограничены по модулю некоторой постоянной M, то $\Phi(N) \leqslant M\sqrt{N}$.

Ниже мы приводим обобщение результата из работы [1] для уранения заданной средней кривизны.

Пусть в области Ω задано решение f уравнения

$$Q[f] \equiv \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{f_{x_i}}{\sqrt{1+|\nabla f|^2}} \right) = H(x), \tag{1}$$

$|\nabla f| \leqslant K$ в области Ω. Рассмотрим функцию $g \in C^2(\Omega) \cap C(\overline{\Omega})$ такую, что $g|_{\partial\Omega} = f|_{\partial\Omega}$.

Теорема 1. *Пусть f – решение уравнения (1) для $n = 2$ и $g_m \in C^2(\Omega) \cap C(\overline{\Omega})$ – такая последовательность функций, что*

$$g_m|_{\partial\Omega} = f|_{\partial\Omega}, \quad \int\limits_{\Omega} |Q[g_m(x)] - H(x)|^2 dx \leqslant \varepsilon_m, \ \varepsilon_m \to 0. \tag{2}$$

Тогда последовательность $g_m^N(x)$ сходится равномерно к соответствующему отрезку f^N ряда Фурье решения в Ω, при этом

$$|g_m^N(x) - f^N(x)| \leqslant \left(\frac{3C(n)(1+K^2)\Phi(N)|\Omega|^2\varepsilon_m}{(1-3C(n)(1+K^2)\varepsilon_m)^2} \right)^{\frac{1}{2}}, \tag{3}$$

$C(n)$ – константа из неравенства Соболева.

Теорема 2. *Пусть* f *– решение уравнения* (1) *для* $n = 2$ *и* $g_m \in C^2(\Omega) \cap C(\overline{\Omega})$ *– такая последовательность функций, что*

$$g_m|_{\partial\Omega} = f|_{\partial\Omega}, \qquad \int\limits_{\Omega} |Q[g_m(x)] - H(x)|^2 dx \leqslant \varepsilon_m, \varepsilon_m \to 0.$$

Предположим, что ряд Фурье функции f *сходится равномерно в* Ω. *Рассмотрим такую последовательность* N_m, *что* $N_m \to \infty$ *и* $\Phi^2(N_m)Q \to 0$. *Тогда последовательность* $g_m^{N_m}(x)$ *сходится равномерно к решению* f *в* Ω, *при этом*

$$|g_m^{N_m}(x) - f(x)| \leqslant \left(\frac{3C(n)(1+K^2)\Phi(N_m)|\Omega|^2\varepsilon_m}{(1-3C(n)(1+K^2)\varepsilon_m)^2} \right)^{\frac{1}{2}} +$$

$$+ \sup_{\Omega} |f(x) - f^{N_m}(x)|.$$

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 13-01-97034 р_поволжье_а)

ЛИТЕРАТУРА

1. Клячин А. А. *Применение рядов Фурье к оценке сходимости приближенных решений нелинейных уравнений эллиптического типа* // Записки семинара “Сверхмедленные процессы”. – Волгоград: Изд-во ВолГУ, 2010. – Вып. 5. – С. 148–153.

2. Гилбарг Д., Трудингер Н. *Эллиптические дифференциальные уравнения с частными производными второго порядка.* – М.: Наука, 1989.