

Т. Р. Самарханов

*Казанский (Приволжский) федеральный университет,
Timerbulat1987@mail.ru*

**НАХОЖДЕНИЕ КОНФОРМНОГО
ОТОБРАЖЕНИЯ ПОЛУПЛОСКОСТИ
НА ПОЛУПОЛОСУ С РАЗРЕЗОМ МЕТОДОМ
ДВИЖУЩЕГОСЯ РАЗРЕЗА**

Рассматривается задача нахождения конформного отображения f верхней полуплоскости на полуполосу с горизонтальным разрезом, изображенную на рис. 1. Это конформное отображение используется при исследовании подъёмной силы профиля, движущегося вблизи горизонтального экрана.

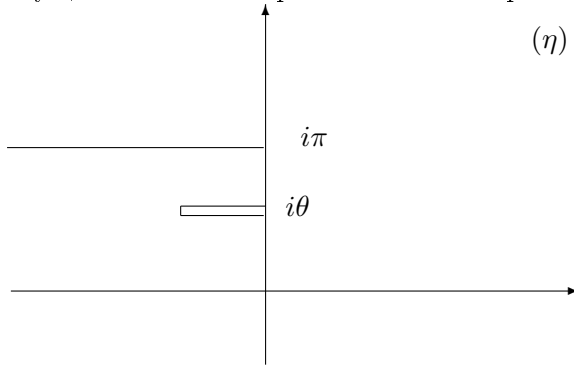


Рис. 1. Полуполоса с горизонтальным разрезом.

Зададим соответствие трех точек на границах отображаемых областей:

$$f : \infty \mapsto \infty, \quad -1 \mapsto 0, \quad 1 \mapsto i\pi.$$

Пусть концу разреза соответствует точка β , а точкам, лежащим на нижнем и верхнем берегах основания разреза с аффик-

сом θi — точки α и γ .

Тогда конформное отображение согласно формуле Кристоффеля-Шварца имеет вид:

$$f(\zeta) = - \int_{-1}^{\zeta} \frac{(\tau - \beta)d\tau}{(\tau^2 - 1)^{\frac{1}{2}}(\tau - \alpha)^{\frac{1}{2}}(\tau - \gamma)^{\frac{1}{2}}}. \quad (1)$$

Для нахождения акцессорных параметров α , β и γ мы модифицируем метод движущегося разреза, предложенный Л. Ю. Низамиевой [1] (см. также [2]). Для этого рассмотрим однопараметрическое семейство конформных отображений

$$f(\tau, t) = - \int_{-1}^{\tau} \frac{(\tau - \beta(t))d\tau}{(\tau^2 - 1)^{\frac{1}{2}}(\tau - \alpha(t))^{\frac{1}{2}}(\tau - \gamma(t))^{\frac{1}{2}}},$$

где

$$t \geq 0, \quad -1 < \alpha(t) < \beta(t) < \gamma(t) < 1,$$

отображающих конформно верхнюю полушляскость на полушлясосу $\{\Re \eta < 0, 0 < \Im \eta < \pi\}$ с горизонтальным разрезом, исходящим из точки πi , длина которого равна параметру t .

Теорема. *Функции $\alpha = \alpha(t)$, $\beta = \beta(t)$, $\gamma = \gamma(t)$ определяются из решения задачи Коши для системы уравнений.*

$$\begin{aligned} \frac{d\alpha}{dt} &= - \frac{1 - \alpha^2}{(1 - \beta^2)^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{\gamma - \beta}{\beta - \alpha} \right)^{\frac{1}{2}}, \\ \frac{d\beta}{dt} &= \frac{(1 - \beta^2)^{\frac{1}{2}}(\beta - \alpha)^{\frac{1}{2}}(\gamma - \beta)^{\frac{1}{2}}}{2} \times \\ &\quad \times \left[\frac{2\beta}{\beta^2 - 1} - \frac{1}{\beta - \alpha} - \frac{1}{\beta - \gamma} \right], \\ \frac{d\gamma}{dt} &= \frac{1 - \gamma^2}{(1 - \beta^2)^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{\beta - \alpha}{\gamma - \beta} \right)^{\frac{1}{2}}, \end{aligned}$$

с начальным условием

$$\alpha(0) = \beta(0) = \gamma(0) = \cos \theta.$$

Нами проведены численные расчеты, показывающие, что предложенный метод позволяет находить акцессорные параметры с любой разумной точностью.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Низамиева Л. Ю. *Внутренние и внешние смешанные обратные краевые задачи по параметру x* // Дисс. ... канд. физ.-мат. наук. – Казань: КФУ, 2011. – 102 с.

2. Гутлянский В. Я., Зайдан А. О. *О конформных отображениях полигональных областей* // Укр. матем. журнал. – 1993. – Т. 45. – № 11. – С. 1484–1494.

А. Р. Самигуллина

*Казанский (Приволжский) федеральный университет,
alsu_sam@mail.ru*

ТЕХНОЛОГИЯ ОБУЧЕНИЯ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ НА ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫХ ОТДЕЛЕНИЯХ НА ОСНОВЕ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В СКМ MAPLE С ПОМОЩЬЮ АВТОРСКОГО КОМПАКТ-ДИСКА

Авторский компакт-диск (см. [1]), используемый в преподавании курса высшей математики на естественнонаучных отделениях, содержит электронное учебное пособие по разделам