

3. Салимов Р. Б., Шабалин П. Л. *Однородная задача Гильберта с разрывными коэффициентами и двусторонним завижением на бесконечности порядка  $1/2 \leq \rho < 1$*  // Изв. вузов. Матем. – 2012. – № 11. – С. 67–71.

**А. В. Карамов, Д. В. Бережной**

*Казанский (Приволжский) федеральный университет,  
akaratomvnedry@mail.ru*

## **РАСЧЕТ УСТОЙЧИВОСТИ ГРУНТОВЫХ МАССИВОВ С УЧЕТОМ ДИЛАТАНСИИ МКЭ**

Известно, что в зависимости от режимов и условий нагружения и свойств геоматериала развитие деформации может протекать в режимах дилатансии и уплотнения. На определенном интервале давлений больших различий в особенностях поведения геологических сред не проявляется. В условиях сдвига прочность грунта сильно зависит от гидростатического давления, а сдвиговая деформация обычно сопровождается изменением объема. С ростом давления происходит увеличение эффективной прочности. В ходе сдвиговой деформации имеет место дилатансия, рассеянное накопление микротрещин с увеличением эффективного объема. Разрушение в основном протекает по межзерненным границам, а в полосах локализации заметно разрыхление среды. Различие в поведении плотных и пористых пород проявляется при давлениях, превышающих некоторую пороговую величину. Тогда с ростом давления эффективная прочность пористых пород начинает снижаться. Чем выше пористость, тем ниже этот порог. При таких давлениях в пористых средах начинается интенсивное разрушение

зерен, скелета породы, в результате чего поровое пространство сокращается, имеет место уплотнение, или контракция. В этом случае могут формироваться не только полосы локализованного сдвига с уплотнением, но и зоны локализованного уплотнения, в которых сдвиговая составляющая мала.

В зоне локализации иногда можно выделить несколько слоев, различающихся по степени поврежденности и пористости. При одних условиях пористость и поврежденность среды растут от краев к центру полосы. В других условиях в центральном слое наблюдается уплотнение, при котором пористость оказывается ниже, а в слоях по краям полосы локализации пористость оказывается выше, чем в окружающем материале. Различие в поведении плотных и высокопористых сред при большом давлении проявляется также в ориентации полос локализации деформации. В плотных, а также в высокопористых материалах при давлении ниже порогового полосы локализации образуют угол менее  $45^\circ$  к оси наибольшего сжатия. В высокопористых средах при больших давлениях этот угол превышает  $45^\circ$ .

При формулировке условий разрушения, построении поверхности предельного состояния обычно рассматривают процессы, характерные лишь для плотных или пористых материалов. Для плотных материалов используют коническую поверхность предельного состояния, а для пористых - замкнутую комбинированной или эллиптической формы.

Уплотнение среды обычно развивается с упрочнением среды. Для продолжения этого процесса необходимо увеличение давления, т.к. дробление зерен приводит к увеличению числа контактов, следовательно, к распределению и снижению действующей на них нагрузки. В соответствии с этим предельная

поверхность расширяется, величина порогового давления растет. Сдвиговая деформация с дилатансией до определенного предела также протекает с упрочнением. В ходе сдвига меняется сцепление, с которым в значительной мере связано упрочнение. Кроме того, увеличение эффективного объема, обусловленное дилатансией, приводит в стесненных условиях к увеличению давления, следовательно, согласно диаграмме предельной поверхности, к росту эффективной прочности. Возникает эффект дилатансионного упрочнения. Но существует некоторый порог, после чего дилатансия прекращается. Вероятно, это происходит, когда дилатансия и уплотнение компенсируют друг друга. Таким образом, существует взаимосвязь между пороговым давлением, величиной пористости, соответствующей текущему состоянию среды, и началом разупрочнения, соответственно, и началом интенсивного разрушения.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проекты №№ 12-01-00955, 12-01-97026, 12-01-31212, 13-97057, 13-01-97058).

**М. И. Киндер**

*Казанский (Приволжский) федеральный университет,  
mkinder@rambler.ru*

## **ОБ ИДЕАЛЬНЫХ И СОВЕРШЕННЫХ РАЗБИЕНИЯХ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ**

Всякое представление натурального числа суммой натуральных чисел называется разбиением числа. Разбиения изучаются в задачах, прежде всего, комбинаторного и теоретико-числового характера. К классическим комбинаторным относятся задачи подсчета и перечисления разбиений данного типа,