Э. Н. Карабашева

Казанский государственный архитектурно-строительный университет,// enge.happy@mail.ru

ЗАДАЧА ГИЛЬБЕРТА С ДВУСТОРОННИМ РАЗНОГО ПОРЯДКА ЗАВИХРЕНИЕМ НА БЕСКОНЕЧНОСТИ

Рассматривается краевая задача Гильберта для функций аналитических в верхней полуплоскости. Задача состоит в определении аналитической и ограниченной в области D функции $\Phi(z)$ по заданному краевому условию:

$$a(t)\Re\Phi(t) - b(t)\Im\Phi(t) = c(t),\ t \in \partial D,$$

где $a(t)$, $b(t)$, $c(t)$ – заданные на контуре L непрерывные действительные функции точки t контура L. Считаем выполненным условие $a(t)^2 + b(t)^2 \neq 0$.

Функция $\nu(t) = \arg[a(t) - ib(t)]$ может быть представлена в виде:

$$\nu(t) = \begin{cases} \nu^- t^{\rho^-} + \tilde{\nu}(t),\ t < 0, \quad 0 \leqslant \rho^- < 1, \\ \nu^+ |t|^{\rho^+} + \tilde{\nu}(t),\ t > 0, \quad 0 \leqslant \rho^- < 1, \end{cases}$$

где ρ^-, ρ^+, ν^- и ν^+ являются известными числами. Считается, что $(\rho^-)^2 + (\rho^+)^2 \neq 0$. Функция $\tilde{\nu}(t)$ удовлетворяет условию Гельдера на вещественной оси, а вне некоторого интервала $(-R, R)$ условие Гельдера предстает в виде неравенства

$$|\tilde{\nu}(t_1) - \tilde{\nu}(t_2)| \leqslant K \left| \frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2} \right|^{\alpha},$$

где $K > 0$, $0 < \alpha \leqslant 1$.

Общее решение задачи предоставляется формулой

$$\Phi(z) = ie^{\Gamma(z)} e^{(iP_1(z) - Q_1(z))} e^{(iP_2(z) - Q_2(z))} F(z),$$

где $\Gamma(z)$ – интеграл Шварца с плотностью $\tilde{\nu}(t)$, $F(z)$ – произвольная целая функция, удовлетворяющая некоторым ограничениям на порядок и рост. Конструктивные построения функций $P_1(z)$, $Q_1(z)$, $P_2(z)$, $Q_2(z)$ обеспечивают аналитическую реализацию особенности на бесконечности функции $\nu(t)$.

Стоит отметить,что данная задача при $\rho^- = \rho^+$ в близкой постановке была рассмотрена в работе [1] и при том же самом условии $\rho^- = \rho^+$ исследовалась в работах [2], [3]. Получается, что задача с двусторонним разного порядка завихрением не бесконечности относится к еще не рассмотренному случаю задачи Гильберта.

При сделанных предположениях в классе ограниченных функций найдены формулы общего решения однородной и неоднородной задач. Для получения решения неоднородной задачи разработан алгоритм построения некоторой целой функции с заданными свойствами. Была проведена работа по полному исследованию разрешимости однородной задачи в классе функций ограниченных и аналитических в верхней полуплоскости. Получены условия существования и единственности решения задачи. Описано множество решений задачи в случаях неединственности решения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сандрыгайло И. Е. *О краевой задаче Гильберта с бесконечным индексом для полуплоскости* // Изв. АН БССР. Сер. физ.-мат. н. – 1974. – № 6. – С. 16–23.

2. Salimov R., Shabalin P. *The Riemann-Hilbert boundary value problem with a countable set of coefficient discontinuities and two-side curling at infinity of order less then 1/2* // Operator Theory: Advances and Applications. – Springer Basel AG, 2012. – V. 221. – P. 571-585.

3. Салимов Р. Б., Шабалин П. Л. *Однородная задача Гильберта с разрывными коэффициентами и двусторонним завихрением на бесконечности порядка* $1/2 \leqslant \rho < 1$ // Изв. вузов. Матем. – 2012. – № 11. – С. 67–71.

А. В. Карамов, Д. В. Бережной

Казанский (Приволжский) федеральный университет,

akaramovvnedry@mail.ru

РАСЧЕТ УСТОЙЧИВОСТИ ГРУНТОВЫХ МАССИВОВ С УЧЕТОМ ДИЛАТАНСИИ МКЭ

Известно, что в зависимости от режимов и условий нагружения и свойств геоматериала развитие деформации может протекать в режимах дилатансии и уплотнения. На определенном интервале давлений больших различий в особенностях поведения геологических сред не проявляется. В условиях сдвига прочность грунта сильно зависит от гидростатического давления, а сдвиговая деформация обычно сопровождается изменением объема. С ростом давления происходит увеличение эффективной прочности. В ходе сдвиговой деформации имеет место дилатансия, рассеянное накопление микротрещин с увеличением эффективного объема. Разрушение в основном протекает по межзеренным границам, а в полосах локализации заметно разрыхление среды. Различие в поведении плотных и пористых пород проявляется при давлениях, превышающих некоторую пороговую величину. Тогда с ростом давления эффективная прочность пористых пород начинает снижаться. Чем выше пористость, тем ниже этот порог. При таких давлениях в пористых средах начинается интенсивное разрушение