

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Сизов В. П. *Криптографические алгоритмы на основе тригонометрических функций.*

2. Городилов А. Ю., Митраков А. А. *Криптоанализ тригонометрического шифра с помощью генетического алгоритма* // Вест. Пермск. ун-та. – 2011. – № 4(8).

Д. В. Капитанов

Нижегородский государственный университет

им. Н. И. Лобачевского,

dis-kdv@mail.ru

**ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ КОНСОЛЬНО
ЗАКРЕПЛЕННОГО СТЕРЖНЯ ПОСЛЕ ПОТЕРИ
УСТОЙЧИВОСТИ**

Рассматриваются малые низкочастотные плоские изгибные колебания однородного прямого консольно закрепленного стержня с сжимающей продольной нагрузкой на свободном конце. Вывод уравнения и краевых условий осуществляется с использованием принципа Гамильтона-Остроградского [1].

Граница устойчивости определяется при помощи двух различных подходов. Первый подход реализован в виде основанного на методе Бубнова-Галёркина представления проблемы собственных значений с использованием двух первых функций сравнения [2, 3], в результате чего получена система дифференциальных четвертого порядка уравнений в полных производных. В разработанном алгоритме на каждом шаге малого изменения нагрузки от нуля до некоторого значения система исследуется на устойчивость в соответствии с критерием

Рауса-Гурвица. Второй подход состоит в использовании точной формулировки проблемы собственных значений. Полученная в результате задача на собственные значения с учётом краевых условий сводится к системе из десяти нелинейных уравнений с десятью неизвестными. На каждом шаге изменения параметра нагрузки система решается итерационным методом Ньютона, причём в качестве начальных значений берутся значения, приведённые в литературе для стержня при отсутствии нагрузки [4], а в дальнейшем значения, полученные на предыдущем шаге. Важной особенностью исследования является то, что разработанный подход позволяет получить точное решение задачи, так как не ограничивается традиционным учётом только небольшого числа низших форм колебаний [5].

Для исследования поведения стержня после потери устойчивости необходимо рассмотрение изменения структуры по меньшей мере четырёхмерного фазового пространства. В соответствии с общими представлениями теории динамических систем [6] и анализа сущности возникающих физических процессов с учётом нелинейных факторов и демпфирования следует ожидать бифуркацию в виде рождения устойчивого предельного цикла из устойчивого до бифуркации состояния равновесия. С использованием метода нелинейных форм колебаний [7 – 9] можно найти форму, по которой происходит потеря устойчивости, и понизить минимальный порядок системы до второго и исследовать характер изменения структуры фазовой плоскости.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Фролов К. В. *Динамика конструкций гидроаэроупругих систем*. – М.: Наука, 2002.
2. Болотин В. В. *Неконсервативные задачи теории упругой*

устойчивости. – М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1961.

3. Пановко Я. Г., Губанова И. И. *Устойчивость и колебания упругих систем: Современные концепции, ошибки и парадоксы*. – 3-е изд., перераб. – М.: Наука, 1979.

4. *Справочник по динамике сооружений* / Под ред. Б.Г. Корнева, И.М. Рабиновича. – М.: Стройиздат, 1972.

5. Капитанов Д. В., Овчинников В. Ф., Смирнов Л. В. *Неконсервативная устойчивость трубопровода и консольного стержня* // Проблемы машиностроения и надёжности машин. – 2010. – № 2. – С. 117–123.

6. Горяченко В. Д. *Элементы теории колебаний: Учеб. пособие для вузов*. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 2001.

7. Shaw S. W., Pierre C. *Normal modes for nonlinear vibratory systems* // J. Sound Vibration. – 1993. – V. 164. – P. 58–124.

8. Avramov K. V. *Analysis of forced vibrations by nonlinear modes* // Nonlinear Dynamics. – 2008. – V. 53. – P. 117–127.

9. Аврамов К. В., Михлин Ю. В. *Нелинейная динамика упругих систем. Т. 1. Модели, методы, явления*. – М.-Ижевск: НИЦ Регулярная и хаотическая динамика, Институт компьютерных исследований, 2010.