2. Клячин А. А. *Равномерная триангуляция плоских областей* // Вестн. Волгогр. гос. ун-та. Сер. 1, Мат. Физ. – 2011. – № 2(15). – С. 43–49.

3. Михайленко В. Е., Ковалев С. Н. *Конструирование форм современных архитектурных сооружений.* – Киев: Будівельник, 1978. – 138 с.

А. Ю. Долгоносова, Н. И. Жукова

Нижегородский государственный университет,

dolgonosova@rambler.ru, n.i.zhukova@rambler.ru

ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ПОДХОДЫ К ПОНЯТИЮ СЛОЕНИЯ С ТРАНСВЕРСАЛЬНОЙ ЛИНЕЙНОЙ СВЯЗНОСТЬЮ

Будем обозначать через (M, F) гладкое слоение коразмерности q на n-мерном многообразии M, а через $\mathfrak{X}_F(M)$ – модуль гладких векторных полей (над алгеброй гладких функций), касательных к этому слоению. Предположим, что слоение (M, F) задано N-коциклом $\{U_i, f_i, \{k_{ij}\}\}_{i,j\in J}$.

Если на многообразии N существует такая линейная связность ∇^N, что каждый локальный диффеоморфизм k_{ij} является изоморфизмом линейных свзностей, индуцированных связностью ∇^N на открытых подмножествах $f_i(U_i \cap U_j)$ и $f_j(U_i \cap U_j)$, то мы говорим, что (M, F) — *слоение с трансверсальной линейной связностью*, заданное (N, ∇^N)-коциклом $\{U_i, f_i, \{k_{ij}\}\}_{i,j\in J}$.

Напомним, что векторное поле $X \in \mathfrak{X}(M)$ называется *слоеным* или базовым, если для любого $Y \in \mathfrak{X}_F(M)$ скобка Ли $[X, Y]$ принадлежит $\mathfrak{X}_F(M)$ [1].

Линейная связность ∇ на M называется *проектируемой относительно слоения* (M, F), если на N существует такая линейная связность ∇^0, что каждая субмерсия $f : U \to V$ из N-коцикла, определяющего (M, F), удовлетворяет равенству

$$f_*(\nabla_{X_U} Y_U) = \nabla^0_{f_*(X_U)} f_*(Y_U)$$

для любых слоеных векторных полей X, Y на M.

Гладкое распределение $\mathfrak{N}$ на многообразии линейной связности (M, ∇) называется *геодезически инвариантным* [2], если для любых $x \in M$ и $X \in \mathfrak{N}_x$ геодезическая $\gamma_X(s)$, удовлетворяющая начальным условиям $\gamma_X(0) = x$ и $\dot{\gamma}_X(0) = X$, является интегральной кривой распределения $\mathfrak{N}$.

Обозначим через H группу Ли $GL(R, q)$, а через $\mathfrak{h} = \mathfrak{gl}(R, q)$ ее алгебру Ли. Пусть $\pi : P \to M$ — проекция расслоения трансверсальных реперов для слоения (M, F). Тогда $P(M, H)$ — главное H-расслоение. Рассмотрим произвольную связность Q в этом H-расслоении, то есть, q-мерное H-инвариантное распределение на многообразии P. При этом на P определена $\mathfrak{h}$-значная 1-форма связности ω. Будем говорить, что слоение (M, F) является *слоением с трансверсально проектируемой линейной связностью в смысле Молино* [1], если для любого векторное поля X, касательного к слоению (M, F), выполняются следующие два равенства:

$$1)\, i_X(\omega) = 0, \quad 2)\, i_X(d\omega) = 0,$$

то есть, если ω и $d\omega$ — базовые формы.

Теорема. *Пусть* (M, F) *— гладкое слоение коразмерности* q *на* n*-мерном многообразии* M*. Тогда следующие три условия эквивалентны:*

1) (M, F) — *слоение с трансверсальной линейной связностью, заданное* (N, ∇^N)*-коциклом* $\{U_i, f_i, \{k_{ij}\}\}_{i,j\in J}$*;*

2) (M, F) — *слоение с трансверсально проектируемой линейной связностью в смысле Молино;*

3) *для любого* q*-мерного распределения* $\mathfrak{M}$*, трансверсального слоению* (M, F)*, на многообразии* M *существует трансверсально проектируемая линейная связность* $\nabla^{\mathfrak{M}}$*, относительно которой оба распределения* $\mathfrak{M}$ *и* TF *геодезически инвариантны.*

Предложение. *Линейная связность* $\nabla^{\mathfrak{M}}$*, удовлетворяющая условиям предыдущей теоремы, не имеет кручения тогда и только тогда, когда распределение* $\mathfrak{M}$ *интегрируемо.*

Замечание. *Построенная нами специальная линейная связность* $\nabla^{\mathfrak{M}}$ *существенно использовалась при задании структуры бесконечномерного многообразия, моделируемого на* LF*-пространствах, в группе автоморфизмов слоения* (M, F) *с трансверсальной линейной связностью* [3].

Работа выполнена при поддержке ФЦП “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2012 – 2013 годы” (проект № 14.B37.21.0361) и НИР по заданию Минобрнауки РФ (проект № 1.1907.2011).

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Molino P. *Riemannian foliations.* – Progress in Math. Boston.: Birkhauser, 1988. – 339 p.

2. Lewis A. D. *Affine connections and distributions with applications to nonholonomic mechanics* // Rep. Math. Phys. – 1998. – V. 42. – P. 135–164.

3. Zhukova N. I., Dolgonosova A. Yu. *The automorphism groups of foliations with transverse linear connection* // Cent. Eur. J.

Math. – 2013. – V. 11(12). – P. 2076–2088. DOI: 10.2478/s11533-013-0307-8.

А. А. Евсеева

Казанский (Приволжский) федеральный университет,
aleksandra25_10@mail.ru

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ ЗАНИМАТЕЛЬНЫХ ИГР

Игры издавна занимали одно из важных мест в жизни детей. Каждый школьник может рассказать свои собственные представления о тактике ведения игр от крестиков-ноликов и морского боя до шашек или шахмат. Но мало кто из них представляет, что именно математика объясняет: почему тот или иной шаг ведет к победе или проигрышу. На занятиях математического кружка очень полезно было бы научить ребят понимать и использовать математические методы поиска оптимальных стратегий в играх.

Игры, в которых участвуют два игрока, являются антагонистическими – выигрыш одного игрока означает проигрыш другого. Кроме того, игры также бывают с полной и неполной информацией. Примерами игр с полной информацией являются крестики-нолики, шашки или шахматы, а с неполной – морской бой, домино или карточные игры.

Для представления процесса любой игры можно использовать модель ориентированного графа или дерева, описывающего всевозможные ходы. В реальных играх деревья позиций разветвляются довольно широко, что делает поиск выигрышного хода довольно сложным. Однако если у игры существует своя определенная стратегия, то с использованием некоторых