

Д. Н. Даутова

Казанский (Приволжский) федеральный университет,
dautovadn@gmail.com

АСИМПТОТИКА МОДУЛЕЙ РОМБОВИДНЫХ ОКОН

Исследование свойств конформных модулей двусвязных областей, четырехсторонников и емкостей конденсаторов в комплексной плоскости представляет несомненный интерес, поскольку имеет важные приложения в геометрической теории функций комплексного переменного. В данной работе мы занимаемся изучением искажения модулей при квазиконформных отображениях, которые являются растяжениями вдоль одной из координатных осей, и нахождением асимптотики модуля двусвязной ромбовидной области, когда коэффициент растяжения $M \rightarrow \infty$. Тем самым мы даем частичное решение проблемы, поднятой проф. М. Vuorinenom.

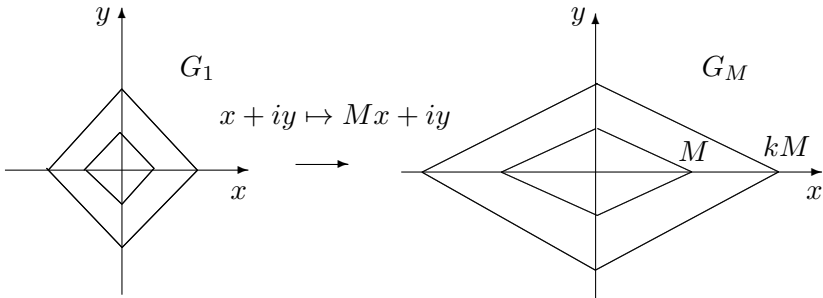


Рис. 1

Пусть дана двусвязная область

$$G_1 = \{(x, y) \mid 1 < |x| + |y| < k\}, \quad k > 1,$$

которая является разностью двух гомотетичных ромбов. Требуется исследовать поведение модуля этой области при неограниченном растяжении ее вдоль одной из осей координат.

Пусть растяжение происходит вдоль оси OX , т. е. имеет вид $x + iy \mapsto Mx + iy$, где $M > 0$ — коэффициент растяжения. Тогда G_1 переходит в область

$$G_M = \{(x, y) \mid 1 < |x/M| + |y| < k\}.$$

С использованием свойств конформного модуля двусвязной области, принципа симметрии для конформных отображений и для семейств кривых, теорию сходимости к ядру по Каратеодори и теорию простых концов Г. Д. Суворова, сначала для последовательности параметров

$$M_n = \frac{n(k-1) + \sqrt{n^2(k-1)^2 - 4}}{2},$$

а затем и для любых вещественных M доказана следующая

Теорема. *Модуль двусвязной области G_M , которая является разностью двух гомотетичных ромбов, эквивалентен $\frac{k-1}{4M}$, $M \rightarrow \infty$, где k — коэффициент подобия ромбов.*

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Betsakos D., Samuelsson K., Vuorinen M. *The computation of capacity of planar condensers* // Publications De L'institut Mathematique. — 2004. — V. 75. — No 89. — P. 233–252.

2. Dubinin V., Vuorinen M. *On conformal moduli of polygonal quadrilaterals* // Israel J. of Math. — 2009. — V. 171. — No 1. — P. 111–125.

3. Hakula H., Rasila A., Vuorinen M. *On moduli of rings and quadrilaterals: Algorithms and experiments* // SIAM J. of Scientific Comp. — 2011. — V. 33. — No 1. — P. 279–302.