ЛИТЕРАТУРА

1. Chipot M., Molinet L. *Asymptotic behavior of some nonlocal diffusion problems* // Applicable Analysis. – 2001. – V. 80. – № 3/4.

2. Павлова М. Ф. *О разрешимости нелокальных нестационарных задач с двойным вырождением* // Дифференц. уравнения. – 2011. – Т. 47. – № 8. – С. 1148–1162.

3. Глазырина О. В., Павлова М. Ф. *О единственности решения одной нелокальной нелинейной задачи с сильно монотонным по градиенту пространственным оператором* // Изв. вузов. Математика. – 2012. – № 3. – С. 92–95.

А. П. Гогин, М. М. Карчевский

Казанский (Приволжский) федеральный университет,
alexg@list.ru, Mikhail.Karchevsky@kpfu.ru

О СХОДИМОСТИ ОДНОГО КЛАССА СМЕШАННЫХ МЕТОДОВ ДЛЯ КВАЗИЛИНЕЙНЫХ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Рассматривается задача Дирихле для квазилинейного эллиптического уравнения второго порядка дивергентного вида

$$-\operatorname{div} a(x, u, \nabla u) + a_0(x, u, \nabla u) = f(x), \quad x \in \Omega, \tag{1}$$

$$u(x) = 0, \quad x \in \partial\Omega, \tag{2}$$

где $\Omega \subset R^2$ — ограниченная многоугольная область, Γ — граница области Ω, $a(x, \eta) = (a_1(x, \eta),\ a_2(x, \eta))$, $a_0(x, \eta)$ — заданные функции, непрерывные при $\bar{\eta} = (\eta_0, \eta) \in R^3$, для всех $x \in \Omega$.

Определим, следуя [1], конечноэлементные пространства

$$
\begin{aligned}
&M_h = \{v_h \in L_p; v_h|_K \in P_k(K) \quad \forall K \in \mathcal{T}_h\}, \\
&N_h = \{q_h \in H_q; q|_K \in N_k(K) \quad \forall K \in \mathcal{T}_h\}, \\
&X_h = M_h \times N_h,
\end{aligned}
$$

где через $N_k(K)$ обозначено одно из пространств $BDM_k(K)$, $RT_k(K)$, $BDM_{[k]}(K)$, $RT_{[k]}(K)$. Под приближенным решением задачи (1), (2), аналогично [2], понимается пара $(u_h, j_h) \in X_h$ такая, что

$$
\int_\Omega (a(x,u_h,j_h(u_h))\cdot j_h(v_h)+a_0(x,u_h,j_h(u_h))v_h)dx = \int_\Omega f v_h(x)dx \quad \forall v_h \in M_h,
$$

$$
\int_\Omega j_h(u_h)\cdot q_h dx + \int_\Omega u_h \mathrm{div} q_h dx = 0 \quad \forall q_h \in N_h.
$$

Показано, что если при $p > 1$ выполнены условия

$$
|\bar{a}(x,\xi)| \leqslant c_1(1+|\xi|^{p-1}) \quad \forall x \in \Omega, \xi \in R^3,
$$

$$
(\bar{a}(x,\xi)-\bar{a}(x,\eta))\cdot(\xi-\eta) \geqslant 0 \quad \forall x \in \Omega, \xi,\eta \in R^3,
$$

$$
\bar{a}(x,\xi)\cdot\xi \geqslant c_2|\xi|^p - c_3 \quad \forall x \in \Omega, \xi \in R^3,
$$

где c_1, c_2, c_3 — положительные постоянные, а через $\bar{a}(\cdot)$ обозначена вектор-функция вида $\bar{a}(\cdot) = (a_0(\cdot), a_1(\cdot), a_2(\cdot))$. то существуют последовательности решений u_h и $j_h(u_h)$ и функция u^* такие, что $u_h \rightharpoonup u^*$, $j_h(u_h) \rightharpoonup \nabla u^*$ в $L_p(\Omega)$, причем функция u^* является точным решением задачи (1), (2).

При выполнении условий типа сильной эллиптичности и ограниченной нелинейности

$$
\big(\bar{a}(x,\bar{\eta}) - \bar{a}(x,\bar{\xi})\big)\cdot(\eta-\xi)\cdot(|\eta|+|\xi|)^{2-p} \geqslant c_0|\eta-\xi|^2 \quad \forall \bar{\eta},\bar{\xi} \in R^3, \quad \eta,\xi \in R^2, \quad x \in \Omega,
$$

$$\left|\bar{a}(x,\bar{\eta}) - \bar{a}(x,\bar{\xi})\right| \leqslant c_1|\bar{\eta}-\bar{\xi}|^{p-1} \quad \forall\, \bar{\eta},\bar{\xi}\in R^3,\ x\in\Omega,$$

в случае $1 < p < 2$, и

$$\left(\bar{a}(x,\bar{\eta}) - \bar{a}(x,\bar{\xi})\right)\cdot(\eta-\xi) \geqslant c_2|\eta-\xi|^p \quad \forall\bar{\eta},\bar{\xi}\in R^3, \eta,\xi\in R^2\ x\in\Omega,$$

$$\left|\bar{a}(x,\bar{\eta}) - \bar{a}(x,\bar{\xi})\right| \leqslant c_3|\bar{\eta}-\bar{\xi}|\cdot\left(|\bar{\eta}|+|\bar{\xi}|\right)^{p-2} \quad \forall\, \bar{\eta},\bar{\xi}\in R^3,\ x\in\Omega,$$

в случае $p \geqslant 2$; c_0, c_1, c_2, c_3 — положительные постоянные, получены оценки точности предлагаемого метода в соболевских пространствах.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты №№ 11-01-00667, 12-01-00955, 12-01-97022).

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Brezzi F., Fortin M. *Mixed and hybrid finite element methods* // Springer series in Comp. Math. – 1991.

2. Карчевский М. М. *Об одном подходе к построению смешанных схем МКЭ для квазилинейных эллиптических уравнений* // Материалы Пятого Всероссийского семинара “Сеточные методы для краевых задач и их приложения”, Казань 17–21 сентября 2004 г. — Казань: Изд-во Казанского ун-та. – 2004. – С. 108–111.