ЛИТЕРАТУРА

1. Авхадиев Ф. Г. *Решение обобщенной задачи Сен–Венана* // Матем. сборник. – 1998. – Т. 189. – № 12. – С. 3–12.

2. Banuelos R., van den Berg M., Carroll T. *Torsional rigidity and expected lifetime of Brownian motion* // J. London Math. Soc. – 2002. – V. 66. – P. 499–512.

3. Makai E. *On the principal frequency of a membrane and the torsional rigidity of a beam* // Studies in Math. Analysis and Related Topics. – Stanford Univ. Press, 1962. – P. 227–231.

К. А. Самсонова

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского,

kris_ruzhik@mail.ru

АППРОКСИМАЦИЯ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЯ ЛЕВНЕРА

Пусть функция $w = f(z,t)$, $z \in \mathbb{H}$, $t \geqslant 0$, $\mathbb{H} = \{z \in \mathbb{C} : \Im z > 0\}$, имеет в окрестности бесконечно удаленной точки представление

$$f(z,t) = z + \frac{2t}{z} + O\left(\frac{1}{z^2}\right), \quad z \to \infty,$$

отображает $\mathbb{H} \setminus K_t$, $K_t \subset \mathbb{H}$, на $\mathbb{H}$ и является решением обыкновенного дифференциального уравнения Левнера для верхней полуплоскости

$$\frac{df(z,t)}{dt} = \frac{2}{f(z,t) - \lambda(t)}, \quad f(z,0) = z, \quad z \in \mathbb{H}, \tag{1}$$

с непрерывной вещественной управляющей функцией $\lambda(t)$.

Конформные отображения $f(z,t)$ допускают непрерывное продолжение на множество всех точек $z \in \mathbb{R}$, не принадлежащих замыканию множества K_t. Продолженные таким образом отображения $f(z,t)$ удовлетворяют уравнению (1).

В настоящей работе исследуется качественное асимптотическое поведение решений дифференциального уравнения Левнера для верхней полуплоскости, генерируемых управлениями, обратными к степенной функции с натуральной степенью. Управляющая функция $\lambda(t) = \sqrt[N]{t}, \quad N \in \mathbb{N}, \quad N \geqslant 3$, выбрана как типичный представитель класса $\mathrm{Lip}(1/N)$. Основной результат содержится в следующей теореме.

Теорема 1. *Пусть $f(z,t)$ является решением дифференциального уравнения*

$$\frac{df(z,t)}{dt} = \frac{2}{f(z,t) - \sqrt[N]{t}}, \quad f(z,0) = z, \quad \Im z \geqslant 0, \tag{2}$$

$N \in \mathbb{N}, \quad N \geqslant 3$. *Тогда для достаточно малых $t > 0$ $f(\,\cdot\,,t)$ отображает область $D(t) = \mathbb{H} \setminus \gamma(t)$ на $\mathbb{H}$, где $\gamma(t)$ является C^1-кривой, лежащей в $\mathbb{H}$, за исключением, быть может, точки $\gamma(0) = 0$.*

Функция $f(z,t)$, являющаяся решением уравнения (2), отображает область $\mathbb{H} \setminus \gamma(t)$ на $\mathbb{H}$. Точки двух сторон разреза $\gamma(t)$ считаются различными граничными точками области.

Гармонические меры $\omega(f^{-1}(i,t); \gamma_k, \mathbb{H} \setminus \gamma(t), t)$ дуг γ_k в точке $f^{-1}(i,t)$ относительно области $\mathbb{H} \setminus \gamma(t)$ определяются функциями ω_k, которые являются гармоническими в области $\mathbb{H} \setminus \gamma(t)$ и непрерывно продолжаются на ее замыкание, за исключением концевых точек кривой γ, $\omega_k|_{\gamma_k(t)} = 1$, $\omega_k|_{\mathbb{R} \bigcup (\gamma(t) \setminus \gamma_k(t))} = 0$, $k = 1, 2$, см. [1]. Обозначим

$$m_k(t) := \omega(f^{-1}(i,t); \gamma_k, \mathbb{H} \setminus \gamma(t), t), \quad k = 1, 2.$$

Теорема 2. *Пусть функция $f(z,t)$ является решением уравнения Левнера* (2). *Тогда справедливо асимптотическое соотношение*

$$\lim_{t\to+0}\frac{m_1(t)}{m_2^{N-1}(t)}=2N\pi^{N-2}.$$

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 14-01-91370).

ЛИТЕРАТУРА

1. Hayman W., Kennedy P. *Subharmonic functions.* – London, Academic Press, 1976.

В. В. Старостина

Северный (Арктический) федеральный университет им. М. В. Ломоносова,

irrefragable@yandex.ru

НЕКОТОРЫЕ ТЕОРЕМЫ ГЕОМЕТРИИ G-ПРОСТРАНСТВ НЕПОЛОЖИТЕЛЬНОЙ КРИВИЗНЫ С ВЫДЕЛЕННЫМ СЕМЕЙСТВОМ ОТРЕЗКОВ

Метрические пространства с выделенным семейством отрезков введены в работе Г. Буземана и Б. Фадке [1]. Пусть (X,d) – геодезическое пространство с выделенным семейством отрезков Σ, которое удовлетворяет следующим аксиомам.

1. Любые две точки $x,y\in X$ соединяются единственным отрезком $[xy]\in\Sigma$. Далее запись $[xy]$ обозначает именно отрезок семейства Σ, соединяющий точки $x,y\in X$.

2. Если $u,v\in[xy]$, то $[uv]\subset[xy]$.