

непрерывного спектра с использованием формул Сохоцкого–Племеля приходим к интегральному уравнению Фредгольма второго рода, решение которого ищется в виде степенного ряда. С учетом построенной функции распределения для слоя Кнудсена найдены распределения массовой скорости газа и вектора потока тепла. Полученные результаты сравниваются с аналогичными результатами, представленными в [2].

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Попов В. Н., Тестова И. В., Юшканов А. А. *Математическое моделирование течений газа в каналах: Монография.* – Saarbrücken, Germany: LAP LAMBERT Academic publishing, 2012. – 116 с.
2. Siewert C. E. *The linearized Boltzmann equation: concise and accurate solutions to basic flow problems* // ZAMP. – 2003. – V. 54. – P. 273–303.

И. А. Резникова

Сибирский федеральный университет,

ilona_reznikova@mail.ru

ОБ ОЦЕНКАХ СКОРОСТИ СХОДИМОСТИ РЕШЕНИЯ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ТЕПЛОВОЙ СОПРЯЖЁННОЙ ЗАДАЧИ В ШАРОВЫХ ОБЛАСТЯХ

Рассматривается задача об определении полей температур в шаре, внутренняя часть которого состоит из одного материала, а внешняя (шаровой слой) – из другого. Пусть $u_1(r, \theta, \varphi, t)$ есть температура шара

$$\bar{\Omega}_1 = \{(r, \theta, \varphi) | 0 \leq r \leq R_1, 0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq \varphi \leq 2\pi\},$$

а $u_2(r, \theta, \varphi, t)$ – температура шарового слоя

$$\bar{\Omega}_2 = \{(r, \theta, \varphi) | R_1 \leq r \leq R_2, 0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq \varphi \leq 2\pi\}.$$

Функции u_j , $j = 1, 2$, удовлетворяют уравнениям

$$u_{jt} = \chi_j \Delta u_j + f_j(r, \theta, \varphi, t), \quad t > 0, \quad (r, \theta, \varphi) \in \Omega_j, \quad (1)$$

где χ_j – известные положительные постоянные – коэффициенты теплопроводностей; f_j – заданные внутренние источники тепла; Ω_j – открытый шар радиуса R_1 и открытый слой $R_1 < r < R_2$, соответственно.

Кроме того, имеются начальные и граничные условия

$$u_1|_{t=0} = u_2|_{t=0} = 0; \quad (2)$$

$$|u_1(0, \theta, \varphi, t)| < \infty, \quad (3)$$

$$u_1|_{r=R_1} = u_2|_{r=R_1}, \quad (4)$$

$$k_1 \frac{\partial u_1}{\partial r} \Big|_{r=R_1} = k_2 \frac{\partial u_2}{\partial r} \Big|_{r=R_1}, \quad (5)$$

$$u_2|_{r=R_2} = 0, \quad (6)$$

где k_j – коэффициенты теплопроводностей. Условие (3) представляет собой ограниченность температуры в центре шара, (4) – равенство температур, а (5) – равенство потоков тепла на границе раздела; условием (6) задаётся температура на внешней границе.

Замечание. Если на внешней границе задано неоднородное условие $u_2|_{r=R_2} = v(\theta, \varphi, t)$, то замена

$$u_2 = \bar{u}_2 + (r - R_1)^2 \times (R_2 - R_1)^{-2} v$$

делает задачу однородной для функций u_1, \bar{u}_2 . Изменяется лишь начальное условие

$$\bar{u}_2|_{t=0} = -(r - R_1)^2 (R_2 - R_1)^{-2} v(\theta, \varphi, 0) \equiv \psi(r, \theta, \varphi)$$

и внутренний источник тепла

$$\bar{f}_2 = f_2 + \chi_2(R_2 - R_1)^{-2} \Delta [(r - R_1)^2 v] - (r - R_1)^2 (R_2 - R_1)^{-2} v_t.$$

Требуется найти функции

$$u_1 \in C^2(\Omega_1) \cap C^1(\Gamma_1), \quad u_2 \in C^2(\Omega_2) \cap C^1(\Gamma_1) \cap C(\Gamma_2),$$

$$\Gamma_j = \{(r, \theta, \varphi) | r = R_j\},$$

удовлетворяющие уравнениям (1) и условиям (2) – (6).

Найдены априорные оценки температур в зависимости от внутренних источников тепла. Из этих оценок выводится единственность решения рассматриваемой задачи и его асимптотическое поведение при больших временах. Решение нестационарной задачи получено методом преобразования Лапласа. Стационарное состояние найдено в виде рядов Фурье, и показано, что решение нестационарной задачи выходит на стационарный режим, причём справедливы оценки скорости сходимости

$$|u_1 - u_1^0| \leq A_5 e^{-\nu t},$$

$$|u_2 - u_2^0| \leq A_6 e^{-\frac{\delta t}{2}}, \quad \delta < \gamma, \quad \nu = \min(\nu', \delta/2) \quad \forall \nu' < \nu.$$

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 14-01-00067) и интеграционного проекта СО РАН № 44.