Ю. С. Крусс

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского,

KrussUS@gmail.com

О РЕШЕНИИ МАСШТАБИРУЮЩЕГО УРАВНЕНИЯ НА ЛОКАЛЬНЫХ ПОЛЯХ

Локальное поле $F^{(s)}$ положительной характеристики p изоморфно пространству бесконечных в обе стороны последовательностей $(...,\overline{0}_{i-1},\overline{a}_i,\overline{a}_{i+1},...)$, $\overline{a}_j \in GF(p^s)$, где $GF(p^s)$ – конечное поле. Известно, что при $s=1$ группа $F^{(1)+}$ (аддитивная группа поля $F^{(1)}$) есть группа Виленкина с постоянной образующей последовательностью $p_n=p$, а при $s>1$ аддитивная группа $F^{(s)+}$ изоморфна произведению групп Виленкина [1], т. е.

$$F^{(s)+} \cong F^{(1)+} \times F^{(1)+} \times ... \times F^{(1)+} = \left(F^{(1)+}\right)^s.$$

Известно, что в локальном поле положительной характеристики существует простой элемент $\mathfrak{p}$ с нормой $|\mathfrak{p}|=1/p^s$. Каждый элемент x поля $F^{(s)}$ можно однозначно представить в виде $x=\sum\limits_{n\in\mathbb{N}} \overline{a}_n \mathfrak{p}^n$, где $\overline{a}_n \in GF(p^s)$. Для удобства проведения аналогии с нульмерными группами обозначим $g_n=\mathfrak{p}^n$. Введем множество

$$H_0=\{\overline{a}_{-1}g_{-1}\dot{+}\overline{a}_{-2}g_{-2}\dot{+}...\dot{+}\overline{a}_{-l}g_{-l}, l\in\mathbb{N}\}.$$

Тогда

$$H_0^{\perp}=\{\overline{r}_0^{\overline{\alpha}_0}\cdot ....\cdot \overline{r}_n^{\overline{\alpha}_n}, n\in\mathbb{N}\},$$

где

$$\overline{r}_k^{\overline{\alpha}_k}=(\overline{r}_k^{(1,0,...,0)})^{\overline{\alpha}_k}=\overline{r}_k^{(\alpha_k^{(0)},...,\alpha_k^{(s-1)})}=r_{ks+0}^{\alpha_k^{(0)}} r_{ks+1}^{\alpha_k^{(1)}} ... r_{ks+s-1}^{\alpha_k^{(s-1)}},$$

$\alpha_k^{(j)} = \overline{0, p-1}$. Отметим, что $\overline{r}_k^{(1,0,\ldots,0)} = r_k$ – функция Радемахера. КМА на группах Виленкина достаточно хорошо изучен, в частности, известны свойства решения масштабирующего уравнения [2]. Используя свойство функции Радемахера на локальных полях [1] и представление характеров через функции Радемахера, мы установили следующий результат, который аналогичен результату Ю. А. Фаркова [2] для групп Виленкина.

Теорема. *Если функция $\phi \in L^2(F^{(s)})$ имеет компактный носитель, удовлетворяет уравнению*

$$\phi(x) = \sum_{h \in H_0^N} \beta_h \phi(Ax \dot{-} h)$$

и условию $\hat{\phi}(\theta) = 1$, то $\sum\limits_{h \in H_0^N} \beta_h = p^s$ и $\operatorname{supp}\ \phi \subset F_{-N+1}^{(s)}$. Это решение единственно, дается формулой

$$\hat{\phi}(\chi) = \prod_{j=0}^{\infty} m_0(\chi A^{-j})$$

и обладает следующим свойством: $\hat{\phi}(h^*) = 0$ при всех $h^* \in H_0^{\perp} \setminus \{\theta\}$.

Работа подготовлена в рамках государственного задания Минобрнауки России (проект № 1.1520.2014/K).

ЛИТЕРАТУРА

1. Lukomskii S. F., Vodolazov A. M. *Non-Haar MRA on local field of positive characteristic.* – http://arxiv.org/abs/1407.4069.

2. Фарков Ю. А. *Ортогональные вейвлеты на прямых произведениях циклических групп* // Матем. заметки. – 2007. – Т. 82. – Вып. 6. – С. 934–952.