

0-776943

На правах рукописи

РГОКОН

СОКОЛОВСКИЙ МИХАИЛ АБРАМОВИЧ

**ДИНАМИКА ВИХРЕВЫХ СТРУКТУР В
ДВУХСЛОЙНОЙ МОДЕЛИ ОКЕАНА**

Специальность 25.00.28 - океанология

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

МОСКВА – 2009

Работа выполнена в Учреждении Российской академии наук Институте водных проблем РАН

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук, доцент
Резник Григорий Михайлович,
Учреждение Российской академии наук
Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН

доктор физико-математических наук, профессор
Аксенов Александр Васильевич,
Московский государственный университет
им. М.В. Ломоносова

доктор физико-математических наук, доцент
Куракин Леонид Геннадиевич,
Южный федеральный университет (Ростов-на-Дону)

Ведущая организация:

Государственное учреждение
Научно-производственное объединение "Тайфун" (Обнинск)

Защита состоится " 11 " июня 2009 г. в 15 часов на заседании диссертационного Совета Д 002.239.02 при Учреждении Российской академии наук Институте океанологии им. П.П. Ширшова РАН по адресу Москва, 117997, Нахимовский проспект, 36.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института океанологии им. П.П. Ширшова РАН.

Автореферат разослан " 28 " апреля 2009 г.

НАУЧНАЯ БИБЛИОТЕКА КГУ



0000556111

Ученый секретарь диссертационного совета Д 002.239.02,
кандидат физико-математических наук, доцент

А.И. Гинзбург А.И. Гинзбург

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы диссертации. Теория вихревых движений идеальной несжимаемой жидкости, восходящая к классическим работам Гельмгольца, Гребли, Кирхгофа, Рэнкина, Гринхила, Тейлора, Пуанкаре, в значительной мере возникла из потребности объяснить свойства атмосферных циклонов и антициклонов. Действительно, простейшие двумерные гидродинамические модели дискретных вихрей дают некоторое представление о характере взаимодействий между элементарными вихрями и о структуре индуцируемого ими поля скоростей. Однако многие эффекты, присущие движениям (в частности, - вихревым) в атмосфере или океане, невозможно объяснить без учета факторов вращения среды как целого и неоднородности (стратификации) поля плотности, сформированной под действием силы тяжести. Решение ряда актуальных гидродинамических проблем планетарного характера стало возможным с развитием посвященной изучению этого класса задач *геофизической гидродинамики* - области гидромеханики, сложившейся за последние три десятилетия в качестве ее самостоятельного раздела. Одним из достижений геофизической гидродинамики является построение так называемого квазигеострофического приближения, обоснованного для быстро вращающихся устойчиво стратифицированных жидкостей. В рамках этого приближения выполнена и данная работа.

Диссертационная работа главным образом посвящена анализу динамики как дискретных, так и распределенных вихрей с нулевой суммарной интенсивностью - *зетонов* в двухслойной среде (с постоянными значениями плотности в слоях), поскольку известно [38], что *двухслойная модель сохраняет основные черты крупномасштабной (мезомасштабной) динамики атмосферы и океана*. Как показано в [39], бароклинные вихри, в отличие от классических (баротропных) вихрей в идеальной жидкости, обладают запасом не только кинетической, но и доступной потенциальной (тепловой) энергии. Бароклинная природа вихрей кардинально изменяет как структуру индуцируемых ими полей скорости, так и характер вихревого взаимодействия. При условии равенства нулю суммарной интенсивности структуры из двух вихрей обладают важным свойством *самодвижения* (образуется двухслойная пара, движущаяся без изменения формы и интенсивности [39]). В частности, каждый из двух точечных вихрей, сосредоточенных в разных слоях двухслойной жидкости и имеющих равновеликие интенсивности противоположных знаков, индуцирует прямолинейное и равномерное движение своего

партнера. Понятие *хетон* было введено Хоггом и Стоммелом [40], чтобы подчеркнуть способность такой бароклинной вихревой пары переносить тепло. "*Хетон (heton)*" - производное от "*heat*", т. е. теплота, тепло.

Действительно, при выполнении традиционных в геофизической гидродинамике геострофического и гидростатического приближений любой вихрь верхнего (нижнего) слоя, имеющий отрицательную (положительную) интенсивность, индуцирует локальное искривление поверхности раздела между слоями в виде впадины, и тогда говорят о "теплом хетоне". Смена знаков завихренности вихрей на противоположные влечет смену знака кривизны поверхности раздела, что соответствует "холодному хетону".

Движение хетонов, представляющих собой комбинации вихрей противоположных вращений, в большей степени, чем перемещение каких-либо других вихревых структур, приводит к перераспределению тепла и солей в океане.

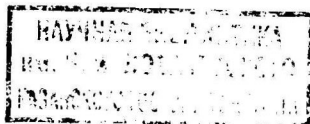
Хетоны генерируются в лабораторных экспериментах различными способами: с помощью введения источников и стоков массы, механическим локальным закручиванием жидкости верхнего слоя, тепловыми источниками.

Такие вихри естественно возникают при развитии неустойчивости бароклинных течений, связанных с феноменом глубокой конвекции в океане.

Хетонная идеализация применяется также при анализе движений тропических циклонов и ураганов в атмосфере, поверхностных температурных аномалий, средиземноморских внутритермоклинных линз и неустойчивости пограничных течений в океане.

Указанные обстоятельства позволяют полагать, что тема диссертации актуальна как с теоретической, так и с практической точек зрения.

Целью работы является построение математической модели геострофических вихревых движений в двухслойной жидкости. Основные этапы работы: (1) вывод уравнений движения границ вихревых пятен в рамках традиционной двухслойной квази-геострофической модели; (2) обобщение на случай двухслойной вращающейся жидкости метода контурной динамики (МКД); (3) создание алгоритма линейного анализа устойчивости осесимметричных вихревых структур; (4) применение этого алгоритма для исследования устойчивости осесимметричных вихрей хетонного типа; (5) изучение нелинейного этапа развития неустойчивости вихрей, и анализ различных типов взаимодействия нескольких хетонов с помощью МКД; (6) постановка задачи для предельного случая системы дискретных (сингулярных) вихрей; (7) качественное исследование соответствующей динамической системы для широкого класса вихревых структур;



(8) исследование свойств абсолютного и относительного движения дискретных вихрей; (9) сопоставление моделей распределенных и дискретных вихрей; (10) анализ механизмов процессов глубокой конвекции, горизонтального перемешивания водных масс и формирования новых квазистационарных вихревых структур в океане.

Методы исследования. Для решения поставленных задач использованы современные методы математической физики, а также авторская двухслойная модификация МКД.

Научную новизну составляют **основные положения, выносимые на защиту:**

1. В рамках разработанной автором модификации метода контурной динамики построена математическая модель двухслойных вихревых пятен на вращающейся плоскости, показавшая свою эффективность в задачах исследования нелинейной эволюции вихрей и фронтов в океане.
2. На основе исследования устойчивости двухслойных осесимметричных вихревых структур установлена фундаментальная роль радиуса деформации Россби, как показателя верхней границы масштаба устойчивых вихрей. Обнаружен новый тип так называемой “каскадной” неустойчивости для вихрей с радиусом, существенно превышающим радиус Россби. Дана классификация режимов (по геометрическим характеристикам и параметру стратификации), к которым эволюционируют неустойчивые вихревые структуры.
3. Установлен асимптотически линейный по времени (“баллистический”) закон распространения границы пятна температурной аномалии. Указана необходимость использования этого закона при параметризации тепловых процессов в численных моделях общей циркуляции атмосферы и океана.
4. На примерах взаимодействия двух хетонов выявлена важная роль вихрей в процессе горизонтального перемешивания водных масс в океане. Дано объяснение механизмов формирования грибовидных структур и системы периферийных ринглетов за счет нелинейного развития сдвиговой и бароклинной неустойчивости вихря. Предложен механизм образования двухслойных триполярных структур как результат встречного нецентрального столкновения хетонов.
5. На основе качественного анализа различных дискретных вихревых структур получены несколько классов новых точных решений динамики трех и четырех вихрей

в двухслойной вращающейся жидкости. Установлена аналогия между осесимметричным ансамблем дискретных вихрей и вихревым пятном с конечным ядром. Показано, что в случае сильной стратификации среды теория дискретных вихрей может удовлетворительно описывать траектории центров реальных вихрей.

Достоверность полученных результатов и выводов. Основные результаты работы получены аналитическими методами теории дифференциальных уравнений. Достоверность результатов определяется обоснованностью уравнений геофизической гидродинамики и эффективностью их применения в мировой практике. Часть результатов представлена в аналитической форме, что допускает непосредственную проверку. Результаты, полученные численно с помощью МКД, многократно тестировались на решениях, полученных другими вычислительными методами, а также, при возможности, сравнивались с аналитическими расчетами, лабораторными и натурными измерениями, что также убеждает в их достоверности.

Научная и практическая значимость работы. Диссертационная работа носит теоретический характер и относится к области фундаментальных исследований. Она выполнялась в рамках проектов РФФИ (95-05-14972, 96-05-66265, 98-05-65446, 01-05-64646, 04-05-64367, 07-05-00452, 07-05-92210-НЦНИЛ, 08-05-00061) и INTAS (94-3614, 04-80-7297). Практическая значимость работы определяется тем, что результаты создают основу для создания более общих гидродинамических моделей. В частности, полученный в работе закон распространения границ тепловых пятен может быть использован при параметризации температурных процессов в моделях общей циркуляции океана и атмосферы.

Публикации и вклад автора. По теме диссертации опубликована 31 работа. Из них 11 - статьи в рецензируемых журналах, входящих в список ВАК, 2 - препринты, 3 - статьи в сборниках научных трудов, 15 - тезисы в трудах конференций. Девять работ выполнены без соавторов. В работах [2, 18, 19], выполненных в соавторстве с В. Ф. Козловым, В. Г. Макаровым и А. Ю. Гурулевым, автору принадлежит составление алгоритма задачи и его численная реализация. Идея использовать "хетонный" подход для моделирования поведения границы температурного пятна в работах [1, 11, 29, 31] предложена В. М. Гряником, решение задачи осуществлено автором. В остальных совместных работах автору принадлежит постановка задач и паритетное участие в их решении и анализе результатов.

Апробация работы. Результаты работы докладывались на семинарах Института водных проблем РАН (Москва), Института океанологии им. П.П. Ширшова РАН (Москва), Тихоокеанского океанологического института им. В.И. Ильичева ДВО РАН (Владивосток), Института физики атмосферы РАН им. А.М. Обухова (Москва), НПО "Тайфун" (Обнинск), Института морской геологии и геофизики ДВО РАН (Южно-Сахалинск), Кафедры теоретической механики механико-математического МГУ им. М.В. Ломоносова (Москва), Института компьютерных исследований (Ижевск), Морского гидрофизического института НАНУ (Севастополь, Украина), Лаборатории геофизических и промышленных потоков Национального Научного Центра (CNRS) (Гренобль, Франция), Факультета гражданского строительства Университета Данди (Данди, Шотландия), Факультета физической океанографии Университета Западной Бретани (Брест, Франция), Факультета метеорологии Университета Майнца (Майнц, Германия); на II Всесоюзном симпозиуме "Тонкая структура и синоптическая изменчивость морей и океанов" (Таллин, 1984), на II Всесоюзном симпозиуме "Механизмы генерации мелкомасштабной турбулентности в океане" (Калининград, 1985), на III Съезде Советских океанологов (Ялта, 1987), на Всесоюзной конференции "Актуальные проблемы вычислительной и прикладной математики" (Новосибирск, 1990), на V Сессии рабочей группы "Лабораторное моделирование динамических процессов в океане" Научного совета РАН по проблемам Мирового океана (Владивосток, 1991), на XXI Генеральной Ассамблее Международной Ассоциации Физических Наук об Океане (IAPSO) (Гонολουлу, США, 1995), на Международной конференции "Динамика океана и атмосферы" (Москва, 1995), на XXII-XXVII Генеральных Ассамблеях Европейского Геофизического Общества/Союза (EGS/EGU) (Вена, Австрия, 1997; Ницца, Франция, 1998; Гаага, Нидерланды, 1999; Ницца, Франция, 2000-2003); на Международной конференции "Математическая гидродинамика: модели и методы", посвященной 70-летию профессора В.И. Юдовича (Ростов-на-Дону, 2004), на Симпозиумах Международного Союза Теоретической и Прикладной Механики (IUTAM) "Гамильтонова динамика, вихревые структуры, турбулентность" (Москва, 2006) и "150 лет вихревой динамике" (Копенгаген-Лингби, Дания, 2008); на коллоквиуме "Стратифицированные и вращающиеся жидкости" в рамках XXVIII Конгресса Французских Механиков (Гренобль, Франция, 2007).

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из трех глав, заключения и списка литературы, содержит 229 страниц (включая 149 рисунков, 3 таблицы и список литературы из 313 наименований).

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Первая глава является вводной. В разделе 1.1 помещено предисловие, в котором приводится обоснование актуальности темы, формулируются цель работы, основные задачи, научная новизна, практическая значимость и положения, выносимые на защиту. Дается краткая аннотация работы.

Раздел 1.2 играет роль математического введения. В параграфе 1.2.1 выводятся уравнения потенциальных вихрей в рамках квазигеострофической двухслойной модели вращающейся жидкости, а в 1.2.2 выписывается формальное решение для аномалий гидродинамического давления p_j ($j = 1, 2$ для верхнего и нижнего слоев соответственно):

$$p_j(x, y, t) = h_j \iint_{-\infty}^{+\infty} \Pi_j \left[G(r) + \frac{h_{3-j}}{h_j} G_0(r) \right] dx' dy' + h_{3-j} \iint_{-\infty}^{+\infty} \Pi_{3-j} [G(r) - G_0(r)] dx' dy'. \quad (1)$$

Здесь

$$G(r) = (1/2\pi) \ln r, \quad G_0(r) = -(1/2\pi) K_0(\gamma r)$$

функции Грина операторов Лапласа ∇^2 и Гельмгольца $\nabla^2 - \gamma^2$ соответственно; $\Pi_j(x, y, t)$ потенциальная завихренность в слое с толщиной h_j , $r = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2}$; $K_0(z)$ - модифицированная функция Бесселя нулевого порядка и $\gamma = R/R_d$ (R - характерный горизонтальный масштаб, а R_d - радиус деформации Россби [38]).

Предполагая, что потенциальные завихренности допускают представление

$$\Pi_j = \Pi_{j0} + \sum_{\alpha=1}^{A_j} \Pi_j^\alpha(x, y, t), \quad j = 1, 2,$$

где Π_{j0} - некоторые константы, функции Π_j^α - кусочно-постоянные функции с ненулевыми значениями в областях S_j^α и A_j - количество областей S_j^α в слое с номером j , вместо уравнений (1) мы можем записать

$$p_j = p_{j0} + h_j \sum_{\alpha=1}^{A_j} \Pi_j^\alpha \oint_{C_j^\alpha} W \left[M(r) + \frac{h_{3-j}}{h_j} M_0(r) \right] d\nu + h_{3-j} \sum_{\alpha=1}^{A_{3-j}} \Pi_{3-j}^\alpha \oint_{C_{3-j}^\alpha} [M(r) - M_0(r)] d\nu, \quad j = 1, 2. \quad (2)$$

Здесь C_j^α - контуры, ограничивающие области S_j^α , а также введены обозначения:

$$W = \frac{(x' - x)(\partial y' / \partial \nu) - (y' - y)(\partial x' / \partial \nu)}{r^2}, \quad M = \frac{r^2}{4\pi} \left(\ln r - \frac{1}{2} \right),$$

$$M_0 = \frac{1}{2\pi\gamma^2} \left[\gamma r K_1(\gamma r) - 1 \right]; \quad (3)$$

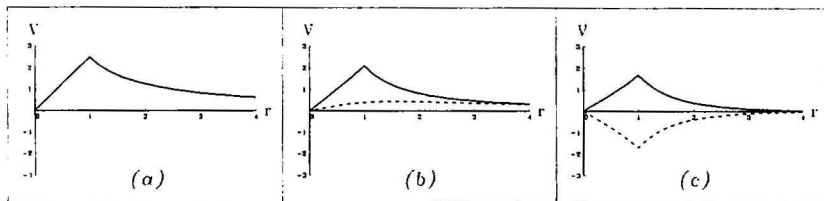


Рис. 1: Радиальные распределения азимутальных скоростей для верхнего (сплошная линия) и нижнего (штриховая линия) слоев при $\gamma = 1$ и (a) $\Pi_1 = \Pi_2 = 5$, (b) $\Pi_1 = 5, \Pi_2 = 0$, (c) $\Pi_1 = -\Pi_2 = 5$

ν - линейный параметр, отсчитываемый в положительном направлении (против часовой стрелки) вдоль каждого из контуров C_j^α , а значения p_{j0} должны быть согласованы с распределениями Π_{j0} .

Уравнения (2) представляют собой теоретическую основу оригинальной двухслойной версии метода контурной динамики, общая схема которого описывается в параграфе 1.2.3.

В 1.2.4 приводится решение уравнений (1) в частном стационарном осесимметричном случае, когда в каждом из слоев задано по одному круговому вихревому пятну ($A_1 = A_2 = 1$) с радиусами $R_1 = R_2 \equiv R$ и потенциальными завихренностями $\Pi_1^1 \equiv \Pi_1$, $\Pi_2^1 \equiv \Pi_2$, которое в терминах азимутальных скоростей имеет вид

$$V_j(\tau) = V_p^{(R)} \sum_{k=1}^2 h_k \Pi_k - h_{3-j} V_\eta^{(R)} \sum_{k=1}^2 (-1)^{j-k} \Pi_k, \quad j = 1, 2, \quad (4)$$

где

$$V_p^{(R)} = \frac{R}{2} \begin{cases} \tau/R, & \tau \leq R, \\ R/\tau, & \tau > R; \end{cases} \quad (5)$$

$$V_\eta^{(R)} = R \begin{cases} K_1(\gamma R) I_1(\gamma \tau), & \tau \leq R, \\ I_1(\gamma R) K_1(\gamma \tau), & \tau > R. \end{cases}$$

В (3) и (5) обозначения $K_1(z)$ и $I_1(z)$ отвечают модифицированным функциям Бесселя первого порядка для действительного и мнимого аргументов соответственно.

Примеры радиальных распределений азимутальных скоростей (4) приведены на рисунке 1 для случаев (a) баротропного вихря, (b) двухслойного вихря с нулевой потенциальной завихренностью в нижнем слое и (c) хетона.

В параграфе 1.2.5 описывается алгоритм исследования линейной устойчивости двух-слойного вихря относительно малых гармонических возмущений его круговой формы. Пусть жидкие линии, совпадающие с внешними границами вихрей, описываются параметрическими соотношениями

$$r_j = f_j(\theta, t; R), \quad R = f_j(\theta, 0; R), \quad j = 1, 2,$$

где θ - полярный угол. Представим

$$f_j(\theta, t; R) = R + \varepsilon_j \exp^{im(\theta - \delta t)}, \quad j = 1, 2, \quad |\varepsilon_j| \ll R, \quad m \geq 1, \quad (6)$$

где m - номер азимутальной моды. Очевидно, для неустойчивых мод должно выполняться условие $Im \delta > 0$. Для осесимметричного кусочно-постоянного распределения потенциальной завихренности задача сводится к анализу решений системы линейных алгебраических уравнений относительно ε_j . Эта схема применяется при исследовании устойчивости хетонов в главе 3.

В параграфе 1.2.6 приводятся примеры простейших типов внешних полей давления, которым должны удовлетворять p_{j0} в (2), а в 1.2.7 рассматривается предельный случай дискретных вихрей с интенсивностями κ_j^α , которые получаем в пределе

$$\lim_{\substack{S_j^\alpha \rightarrow 0 \\ p_j^\alpha \rightarrow \infty}} \Pi_j^\alpha S_j^\alpha = \kappa_j^\alpha,$$

где S_j^α - невозмущенная круговая область. Тогда

$$\Pi_j^\alpha = \kappa_j^\alpha \delta(x - x_j^\alpha) \delta(y - y_j^\alpha),$$

где δ - дельта-функция Дирака, и (2) при $p_{j0} = 0$ преобразуется в

$$p_j(x, y) = \frac{h_j}{2\pi} \left\{ \sum_{\alpha=1}^{A_j} \kappa_j^\alpha \left[\ln r - \frac{h_{3-j}}{h_j} K_0(\gamma r) \right] + \sum_{\alpha=1}^{A_{3-j}} \frac{h_{3-j}}{h_j} \kappa_{3-j}^\alpha \left[\ln r + K_0(\gamma r) \right] \right\}, \quad j = 1, 2,$$

где $r = \sqrt{(x - x_j^\alpha)^2 + (y - y_j^\alpha)^2}$, и теперь $\gamma = 1/R_d$. Движение вихрей описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \dot{x}_j^\alpha = & -\frac{h_j}{2\pi} \left\{ \sum_{\substack{\beta=1 \\ \beta \neq \alpha}}^{A_j} \kappa_j^\beta \frac{y_j^\alpha - y_j^\beta}{(r_{jj}^{\alpha\beta})^2} \left[1 + \frac{h_{3-j}}{h_j} \gamma r_{jj}^{\alpha\beta} K_1(\gamma r_{jj}^{\alpha\beta}) \right] + \right. \\ & \left. \sum_{\beta=1}^{A_{3-j}} \kappa_{3-j}^\beta \frac{h_{3-j}}{h_j} \frac{y_j^\alpha - y_{3-j}^\beta}{(r_{j(3-j)}^{\alpha\beta})^2} \left[1 - \gamma r_{j(3-j)}^{\alpha\beta} K_1(\gamma r_{j(3-j)}^{\alpha\beta}) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\dot{y}_j^\alpha = \frac{h_j}{2\pi} \left\{ \sum_{\substack{\beta=1 \\ \beta \neq \alpha}}^{A_j} \kappa_j^\beta \frac{x_j^\alpha - x_j^\beta}{(r_{jj}^{\alpha\beta})^2} \left[1 + \frac{h_{3-j}}{h_j} \gamma r_{jj}^{\alpha\beta} K_1(\gamma r_{jj}^{\alpha\beta}) \right] + \right. \\ \left. \sum_{\beta=1}^{A_{3-j}} \kappa_{3-j}^\beta \frac{h_{3-j}}{h_j} \frac{x_j^\alpha - x_{3-j}^\beta}{(r_{j(3-j)}^{\alpha\beta})^2} \left[1 - \gamma r_{j(3-j)}^{\alpha\beta} K_1(\gamma r_{j(3-j)}^{\alpha\beta}) \right] \right\}. \quad (8)$$

Здесь $r_{ij}^{\alpha\beta} = \sqrt{(x_i^\alpha - x_j^\beta)^2 + (y_i^\alpha - y_j^\beta)^2}$, $\alpha = 1, 2, \dots, A^j$; $j = 1, 2$.

Имеют место следующие интегральные инварианты:

$$Q = \sum_{j=1}^2 h_j \sum_{\alpha=1}^{A_j} \kappa_j^\alpha, \quad P_x = \sum_{j=1}^2 h_j \sum_{\alpha=1}^{A_j} x_j^\alpha \kappa_j^\alpha, \\ P_y = \sum_{j=1}^2 h_j \sum_{\alpha=1}^{A_j} y_j^\alpha \kappa_j^\alpha, \quad M = \sum_{j=1}^2 h_j \sum_{\alpha=1}^{A_j} \left[(x_j^\alpha)^2 + (y_j^\alpha)^2 \right] \kappa_j^\alpha$$

это - суммарные интенсивность, x, y -компоненты импульса и момент.

Система (7)-(8) может быть записана в гамильтоновой форме

$$\dot{q}_j^\alpha = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p_j^\alpha} \equiv J(q_j^\alpha, \mathcal{H}), \quad \dot{p}_j^\alpha = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial q_j^\alpha} \equiv J(p_j^\alpha, \mathcal{H}), \\ \alpha = 1, 2, \dots, A^j; \quad j = 1, 2,$$

где $q_j^\alpha = x_j^\alpha$ - обобщенные координаты, $p_j^\alpha = y_j^\alpha \kappa_j^\alpha / 2$ - обобщенные импульсы и

$$\mathcal{H} = -\frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^2 h_j \left\{ \sum_{\substack{\alpha, \beta=1 \\ \alpha \neq \beta}}^{A_j} \kappa_j^\alpha \kappa_j^\beta \left[\ln r_{jj}^{\alpha\beta} - \frac{h_{3-j}}{h_j} K_0(\gamma r_{jj}^{\alpha\beta}) \right] + \right. \\ \left. \sum_{\alpha, \beta=1}^{A_j, A_{3-j}} \frac{h_{3-j}}{h_j} \kappa_j^\alpha \kappa_{3-j}^\beta \left[\ln r_{j(3-j)}^{\alpha\beta} + K_0(\gamma r_{j(3-j)}^{\alpha\beta}) \right] \right\} \quad (9)$$

гамильтониан, совпадающий с энергией взаимодействия вихрей.

Легко проверить, что инварианты M , \mathcal{H} и комбинация $(P_x)^2 + (P_y)^2$ попарно инволютивны (т. е. отвечающие им скобки Пуассона равны нулю), и, согласно теореме Лиувилля [41], в случае трех вихрей в двухслойной жидкости, как и в однородной среде [42], задача всегда имеет регулярное решение. В баротропной жидкости в общем случае задача четырех вихрей неинтегрируема [43]. В [44] однако показано, что при

$$Q = P_x = P_y = 0 \quad (10)$$

возможна редукция к задаче о трех вихрях, и, таким образом, при условиях (10) задача о четырех вихрях также становится интегрируемой. Этот результат не зависит

от конкретного вида гамильтониана и, следовательно, верен для модели двухслойной жидкости.

В параграфе 1.2.7 приводятся общие сведения по применению так называемых трилинейных координат [45] для анализа движений трех и четырех вихрей в двухслойной вращающейся жидкости. Методика позволяет в этих координатах строить фазовые портреты (изолинии гамильтониана (9)) относительного движения вихрей. Таким образом, применение трилинейных координат существенно расширяет возможности качественного исследования динамических систем на класс произвольных движений вихревых структур из трех вихрей, а также четырех вихрей при выполнении условий (10). Здесь же, следуя Симо [46], мы вводим понятие хореографий, т. е. траекторий, общих для двух или более вихрей.

Вторая глава посвящена динамике дискретных вихрей. В разделе 2.1 рассматривается простейший случай пары точечных вихрей с плечом l ($L = \gamma l$), поступательная скорость которой определяется формулой

$$v = \frac{\gamma\kappa}{4\pi L} \begin{Bmatrix} 1 + LK_1(L) \\ 1 - LK_1(L) \end{Bmatrix} = \frac{\gamma\kappa}{4\pi} \begin{Bmatrix} f_1(L) \\ f_2(L) \end{Bmatrix} \quad (11)$$

(см. рисунок 2), которая показывает, что взаимодействие вихрей, принадлежащих одному слою (верхняя строка формулы) и двум разным слоям (нижняя строка формулы), происходит по различным законам. В частности, скорость хетона f_2 является немонотонной функцией размера двухслойной пары.

В разделе 2.2 рассматривается случай $A_1 = A_2 = A$, когда вихри с интенсивностями $\kappa_1^1 = \kappa_1^2 = \dots = \kappa_1^A \equiv -\kappa$, $\kappa_2^1 = \kappa_2^2 = \dots = \kappa_2^A \equiv \kappa$ ($\kappa > 0$) в верхнем и нижнем слоях соответственно в начальный момент расположены в вершинах правильных A -угольников (т.е. имеем A теплых хетонов). В параграфе 2.2.1 изучается ситуация с произвольным A . Полагая

$$x_j^\alpha = r(t) \cos \left[\varphi_j(t) + \frac{2\pi(\alpha - 1)}{A} \right], \quad y_j^\alpha = r(t) \sin \left[\varphi_j(t) + \frac{2\pi(\alpha - 1)}{A} \right],$$

где (r, φ_j) - полярные координаты, и, по-прежнему, $j = 1, 2, \dots, A$ - номер хетона, вместо (7)-(8) получаем редуцированные уравнения

$$\dot{r} = -\frac{\kappa}{4\pi\gamma} \left\{ \frac{A}{2} s(0, A\varphi) - \gamma\tau \left[\sum_{\alpha=1}^{A-1} s(\alpha, 0)S(\alpha, 0) + \sum_{\alpha=0}^{A-1} s(\alpha, \varphi)S(\alpha, \varphi) \right] \right\}, \quad (12)$$

$$\dot{\varphi} = \frac{\kappa}{4\pi\tau^2} \left\{ -\frac{1}{2} + \gamma\tau \left[\sum_{\alpha=1}^{A-1} S(\alpha, 0) + \sum_{\alpha=0}^{A-1} S(\alpha, \varphi) \right] \right\}, \quad (13)$$

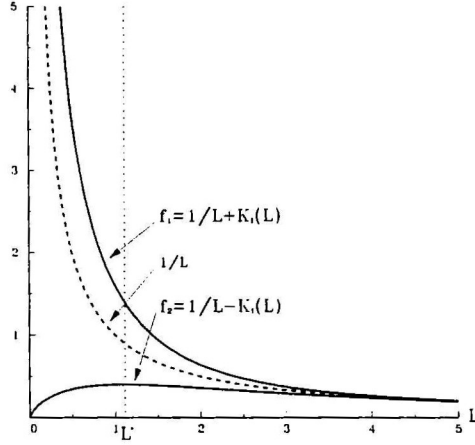


Рис. 2: Графики зависимостей (11). Положение вертикальной пунктирной линии $L = L^*$ отвечает максимуму функции $f_2(L)$

для эквивалентного хетона. Здесь $\varphi = \varphi_{3-j} - \varphi_j$ и

$$s(c, d) = \frac{\sin\left(\frac{2\pi c}{A} + d\right)}{1 - \cos\left(\frac{2\pi c}{A} + d\right)}, \quad S(c, d) = \left| \sin\left(\frac{\pi c}{A} + \frac{d}{2}\right) \right| K_1 \left[2\gamma r \left| \sin\left(\frac{\pi c}{A} + \frac{d}{2}\right) \right| \right].$$

Условие инвариантности гамильтониана (8) в данном случае принимает вид

$$\Phi(R, \varphi, A) = \ln R \left| \sin \frac{A\varphi}{2} \right| + K_0 \left(2R \sin \frac{\varphi}{2} \right) + \sum_{\alpha=1}^{A-1} \left\{ K_0 \left(2R \sin \frac{\pi\alpha}{A} \right) + K_0 \left[2R \left| \sin \left(\frac{\pi\alpha}{A} + \frac{\varphi}{2} \right) \right| \right] \right\} = const, \quad (14)$$

где введено обозначение $R = \gamma r$.

На рисунке 3, где изображены фазовые портреты для случаев $A = 3$ и $A = 6$, показано, что для регулярных движений системы вихрей могут существовать три различных типа движений.

Седловым стационарным неустойчивым состояниям системы вихрей на рисунке 3 соответствуют точки, помеченные темными квадратиками. Полярные координаты седел находим, приравнявая нулю правые части уравнений (12)-(13). При этом из (12) получаем тождество

$$\varphi = \pi/A,$$

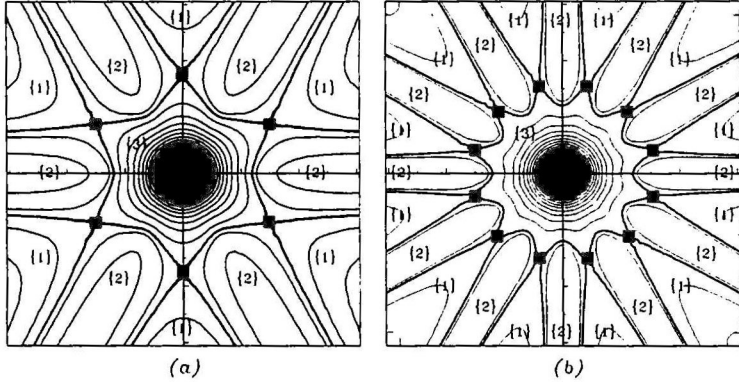


Рис. 3: Фазовые портреты - изолинии функции (14) - в осях (x, y) системы из A вихрей, равномерно размещенных на окружностях равных радиусов в каждом из слоев: $A = 3, (\gamma = 1)$ - (a); $A = 6, (\gamma = 2)$ - (b). Обозначения $\{1\}$, $\{2\}$ и $\{3\}$ относятся к различным типам движения а (13) сводится к трансцендентному соотношению

$$\frac{1}{2R} = S\left(0, \frac{\pi}{A}\right) + \sum_{\alpha=1}^{A-1} \left[S\left(\alpha, 0\right) + S\left(\alpha, \frac{\pi}{A}\right) \right].$$

Полученная с помощью численных экспериментов диаграмма возможных состояний (в том числе, нерегулярных) такой системы представлена на рисунке 4.

Анализ численных экспериментов показывает, что имеют место неустойчивости двух типов:

1. При $A \in [3; 5]$ неустойчивость обусловлена бароклиным взаимодействием между вихрями из разных слоев (эквивалентно-баротропная подсистема вихрей каждого из слоев устойчива). В этом случае зоны неустойчивости на фазовой плоскости принадлежат области $\{3\}$ - их внешние границы отстоят от сепаратрис на конечное расстояние - и слой стохастичности, образующийся вблизи точек пересечения сепаратрис, практически не сказывается на поведении системы вихрей.

2. С ростом A (при $A \geq 6$) наряду с межслойным взаимодействием все большее значение приобретает баротропная неустойчивость, связанная с внутрислойным взаимодействием между вихрями.

В 2.2.2 отдельно изучается случай $A = 2$, причем не только для осесимметричного расположения четырех вихрей. В параграфе 2.2.2.1 рассмотрен случай нулевого суммарного импульса и ненулевого момента, а в параграфе 2.2.2.2 ненулевого суммарного

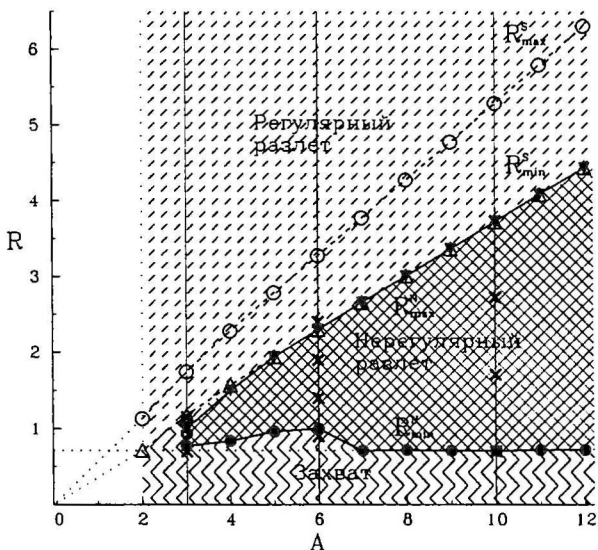


Рис. 4: Диаграмма состояний A -симметричной конфигурации хетонов с первоначально вертикальными осями для $A = 2, 3, \dots, 12$

импульса и нулевого момента. Проведен практически полный анализ возможных движений системы вихрей. Отметим, в частности, что получены новые стационарные решения: (а) "двойной захват" - когда вихри верхнего слоя вращаются в антициклоническом направлении вдоль замкнутой квазиэллиптической траектории, а вихри нижнего слоя совершают нутационные циклонические вращения относительно симметрично расположенных периферийных неподвижных точек; (б) стационарный Z -образный триполь; (в) коллинеарные трансляционная и ротационная твердотельные конструкции. В параграфе 2.2.2.3 изучается поведение осесимметричных конфигураций двух теплых хетонов, когда суммарные импульс и момент равны нулю (частный случай $A = 2$ задачи, рассмотренной в 2.2.1).

На рисунке 5 показаны начальные участки траекторий вихрей, иллюстрирующие особенности движений типов {1}, {2} и {3} (рисунок 3) при $A = 2$, когда начальное расположение вихрей неизменно, а переход от одного состояния к другому происходит только за счет варьирования параметра γ .

Основные свойства этих типов следующие: Тип {1} - встречные движения двух

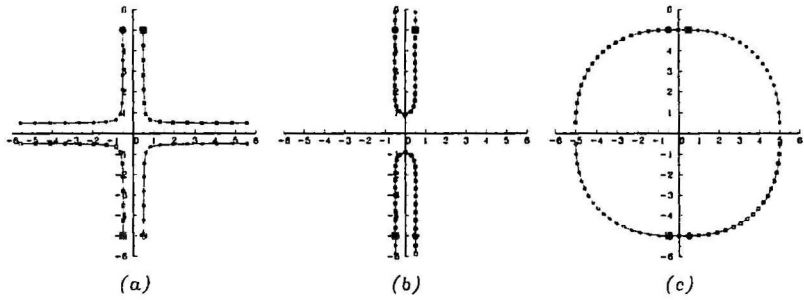


Рис. 5: Траектории движения в системе координат (x, y) для четырех вихрей, составляющих два хетона: (a) тип $\{1\}$, $\gamma = 2$; (b) тип $\{2\}$, $\gamma = 1$; (c) тип $\{3\}$, $\gamma = 0.1$

двухслойных дипольных структур с последующим обменом партнерами (аналог задачи Гринхила [48] с той разницей, что в данном случае вихри - участники парного движения - принадлежат разным слоям). Тип $\{2\}$ - встречное движение двухслойных пар, последующее выравнивание наклонов их осей вплоть до нулевого (с одновременным прекращением поступательного движения - "соударением на расстоянии") и, наконец, смена знаков наклонов осей, сопровождающаяся переходом к реверсивному движению хетонов и их разлету в противоположных направлениях. Тип $\{3\}$ - движение вихрей верхнего и нижнего слоя в противоположные стороны вдоль замкнутых траекторий, накрывающих одна другую.

В 2.2.3 изучается взаимодействие теплого и холодного хетонов. При этом, в зависимости от геометрических параметров начального состояния, могут формироваться: (a) простейшие дипольные структуры "горизонтальные" (принадлежащими одному слою) и "вертикальные" (хетоны с наклонными осями) пары, (б) коллинеарная ротационная конфигурация, (в) Z -образный триполь, состоящий из центрального антихетона и двух периферийных вихрей одного знака.

Раздел 2.3 посвящен исследованию движений вихревых структур, содержащих в верхнем слое только один вихрь: $A_1 = 1$, $A_2 = A \geq 2$ и $\kappa_1^1 = \mu\kappa$, $\kappa_2^2 \equiv \kappa$, $\alpha = 1, 2, \dots, A$.

В параграфе 2.3.1 рассматривается случай произвольного A при нулевом суммарном импульсе. В силу инвариантности суммарных компонент импульса и момента, будем

искать решения уравнений движения (7)-(8) в виде

$$x_1^1 = y_1^1 = 0, \quad (15)$$

$$(x_2^\alpha; y_2^\alpha) = r \left\{ \cos \left[\varphi + \frac{2\pi(\alpha-1)}{A} \right]; \sin \left[\varphi + \frac{2\pi(\alpha-1)}{A} \right] \right\}, \quad \alpha = 1, 2, \dots, A, \quad (16)$$

где r и φ являются функциями времени.

Подстановка (15)-(16) в (7)-(8) дает

$$\dot{r} = -\frac{\kappa\gamma}{4\pi} \sum_{\beta=1}^{A-1} \cos \frac{\pi\beta}{A} K_1 \left(2\gamma r \sin \frac{\pi\beta}{A} \right) \equiv 0, \quad (17)$$

$$\dot{\varphi} = \frac{\kappa}{4\pi r^2} \left\{ \frac{A-1}{2} + \mu [1 - \gamma r K_1(\gamma r)] + \gamma r \sum_{\beta=1}^{A-1} \sin \frac{\pi\beta}{A} K_1 \left(2\gamma r \sin \frac{\pi\beta}{A} \right) \right\}. \quad (18)$$

Важным свойством угловой скорости вращения вихревого многоугольника нижнего слоя $\omega = \dot{\varphi}$ является то, что она является монотонно убывающей положительной функцией при $\mu \geq (1-A)/2 \geq -1/2$, но меняет свой знак в некоторой точке R_0 и становится немонотонной, если $\mu \leq (1-A)/2 \leq -1/2$. Таким образом, вихревой многоугольник нижнего слоя, если он устойчив, в первом случае всегда вращается как твердое целое с постоянной угловой скоростью в направлении, определяемом знаком κ , и такое состояние мы называем *инверсной каруселью*. Во втором случае инверсная карусель имеет место только при $R < R_0$, пока преобладающим является внутрислойное взаимодействие, а при $R > R_0$ система периферийных вихрей вращается в противоположном направлении, индуцированном центральным вихрем верхнего слоя - это *обычная карусель*. Пример траекторий вихревой структуры при $A = 2$ и $\mu = -2$ демонстрирует рисунок 6.

Случаю ненулевого суммарного импульса при $A = 2$ посвящен параграф 2.3.2. Здесь проводится качественное исследование соответствующей динамической системы с привлечением трilinearных координат, что позволяет осуществить классификацию возможных классов движений в зависимости от первоначального расположения вихрей и, в частности, изучить стационарные состояния вихревых структур. Показывается, что движения делятся на три типа:

- Тип {1} - двойной захват, когда все три вихря участвуют в коллективном вращательном движении в направлении, определяемом знаком их суммарной интенсивности, либо - при нулевой суммарной циркуляции - знаком интенсивности самого

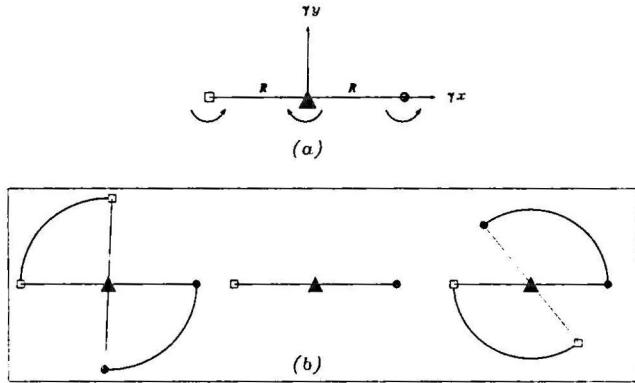


Рис. 6: (а) Схема начального расположения вихрей при $A = 2$, $\kappa = 1$, $\mu = -2$ с указанием направлений их вращения. (б) Слева направо: начальные участки траекторий вихрей при $R > R_0$ (обычная карусель), $R = R_0$ (статическое состояние) и $R < R_0$ (инверсная карусель). Отрезками соединены положения вихрей для исходного и конечного (расчетного) моментов времени. Круглым и квадратным маркерами изображены положения вихрей нижнего слоя, а треугольником - верхнего

“сильного” вихря. Такое движение условно можно определить схемой

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

- Тип {2} - простой захват, когда один из вихрей нижнего слоя объединяется с вихрем верхнего слоя, и имеет место одна из формул:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{или} \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

- Тип {3} - преобладающее значение имеет внутрислойное взаимодействие между двумя вихрями нижнего слоя, и движение системы вихрей определяется схемой

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Здесь через $\begin{pmatrix} \alpha \\ j \end{pmatrix}$ обозначается принадлежащий j -му слою вихрь с номером α .

Примеры характерных траекторий вихрей для всех трех типов представлены рисунками 7 и 8 для случаев ненулевой и нулевой суммарной интенсивности соответственно. Изображенные на них хореографии построены во вращающейся с постоянной угловой

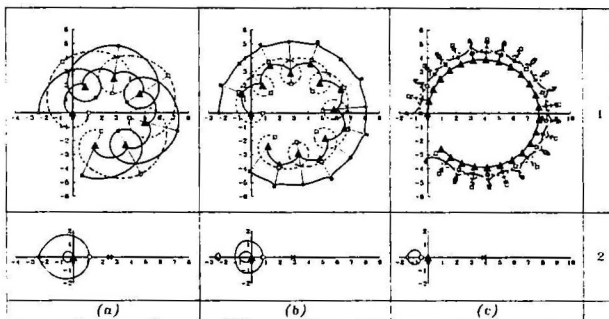


Рис. 7: Траектории абсолютного движения - 1 и соответствующие им хореографии - 2 для движений типов {1} - (a), {2} - (b), {3} - (c) при $\mu = -2.5$. Сплошные линии верхней части рисунка изображают траектории вихря верхнего слоя ($\frac{1}{1}$), а крупноштриховые и мелкоштриховые линии - вихрей нижнего слоя ($\frac{1}{2}$) и ($\frac{2}{2}$) соответственно. Маркеры, проставленные через каждые пол периода, и соединяющие их отрезки фиксируют синхронные (коллинеарные) положения вихрей. Крестики на оси X в нижней части рисунка указывают координаты центров завихренности ($X_c, 0$)

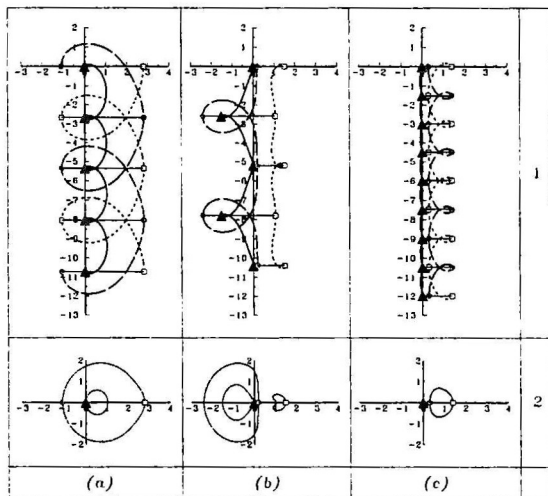


Рис. 8: То же самое, что на рисунке 7, но при $\mu = -2$. Центр завихренности в этом случае находится на бесконечности

скоростью системе координат в первом случае и в движущейся с постоянной поступательной скоростью - во втором.

Как частные случаи движений типа {2}, получены новые стационарные решения в виде равномерно вращающейся относительно центра завихренности коллинеарной конструкции трех вихрей (*эксцентрической карусели*) при ненулевой суммарной интенсивности, и его частного случая - движущейся поступательно коллинеарной структуры (*тритона*) - при нулевой. Получены аналитические выражения для угловой скорости вращения эксцентрической карусели и для скорости перемещения тритона, выведены дисперсионные соотношения, связывающие их геометрические характеристики, и исследованы их асимптотические свойства.

Третья глава является основной и посвящена динамике двухслойных вихрей конечных размеров.

В разделе 3.1 проводится линейное исследование устойчивости осесимметричного двухслойного вихря. В параграфе 3.1.1.1 общая его схема применяется к осесимметричному вертикальному хетону ($h_1\Pi_1 + h_2\Pi_2 = 0$). Используя представление (6), для хетона, состоящего из равных круговых вихревых пятен верхнего и нижнего слоев, выражение для инкремента роста моды с номером m получим в виде

$$\delta_m = \frac{\Pi_1}{2(1-h)} \left[(1-2h_1)(L_1(\gamma) - L_m(\gamma)) \pm \sqrt{\Phi_m(\gamma, h_1)} \right], \quad (19)$$

где

$$\Phi_m(\gamma, h_1) = (L_1(\gamma) - L_m(\gamma)) \left[L_1(\gamma) - (1-2h_1)^2 L_m(\gamma) - \frac{2h_1(1-h_1)}{m} \right], \quad (20)$$

h_1 - безразмерная толщина верхнего слоя ($h_1 + h_2 = 1$) и $L_m(\gamma) = I_m(\gamma)K_m(\gamma)$ - функции, монотонно убывающие с ростом и аргумента γ и параметра m ($m \geq 1$), причем

$$L_m(\gamma) \rightarrow \frac{1}{2m} \text{ при } \gamma \rightarrow 0 \text{ и } L_m(\gamma) \rightarrow \frac{1}{2\gamma} \text{ при } \gamma \rightarrow \infty.$$

Кривые нейтральной устойчивости мод с номерами m , изображенные на рисунке 9а, очевидно, совпадают с уровнями $\Phi_m(\gamma, h_1) = 0$.

Здесь выше каждой m -ой кривой становится неустойчивой m -ая мода, и, таким образом, если $n > 2$, то при $\gamma_n(h_1) < \gamma(h_1) < \gamma_{n+1}(h_1)$ неустойчивыми будут моды с номерами $m = 2, 3, \dots, n$. На рисунке 9а видно, что минимальным запасом устойчивости обладает хетон при $h_1 = 0.5$. При этом $\gamma_2|_{h_1=0.5} = \gamma^* = 1.705$. При $\gamma < \gamma^*$ все моды возмущений нейтрально устойчивы. При $\gamma > \gamma^*$ возникают условия неустойчивости для второй моды, а с дальнейшим ростом γ становятся неустойчивыми и более высокие гармоники.

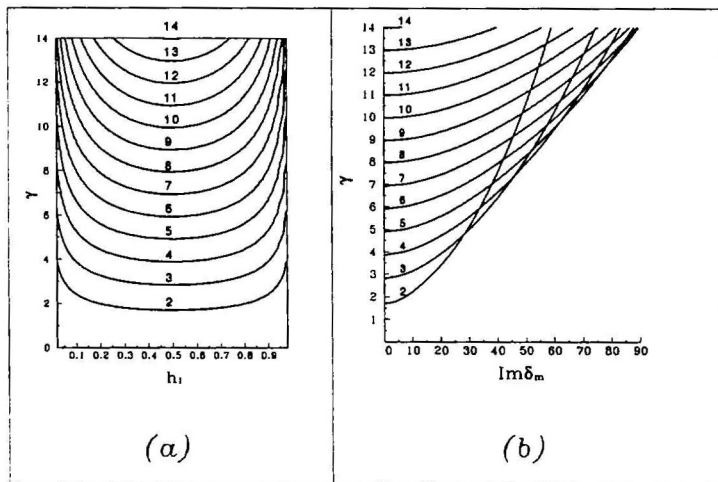


Рис. 9: (а) Кривые нейтральной устойчивости хетона на плоскости параметров (h_1, γ) . (б) Зависимости между абсолютными значениями инкрементов роста неустойчивых мод $|\text{Im} \delta_m|$ и параметром γ при $h_1 = 0.5$. Цифрами указаны значения m , относящиеся к соответствующим кривым

При фиксированном значении параметра стратификации γ и увеличении относительной толщины h_j слоя с номером j ($j = 1, 2$) запас устойчивости каждой из мод также увеличивается (симметрично по j). Как показывает рисунок 9а, при уменьшении толщины верхнего слоя h_1 увеличивается устойчивость хетона. В то же время, весь спектр инкрементов роста неустойчивых мод смещается в область больших значений γ . Для высоких мод имеет место асимптотика

$$\gamma_m \Big|_{h_1=0.5} \sim m. \quad (21)$$

Моделирование нелинейной стадии процесса развала неустойчивых вихрей проводилось с помощью МКД, алгоритм которого кратко изложен в параграфе 1.2.3. При этом на каждом из контуров первоначально круговой формы с единичным радиусом берется 120 маркеров (жидких частиц). Значения потенциальных завихренностей вихревых пятен в слоях определяется таким образом, чтобы единице безразмерного времени соответствовала половина ротационного периода вихря верхнего слоя.

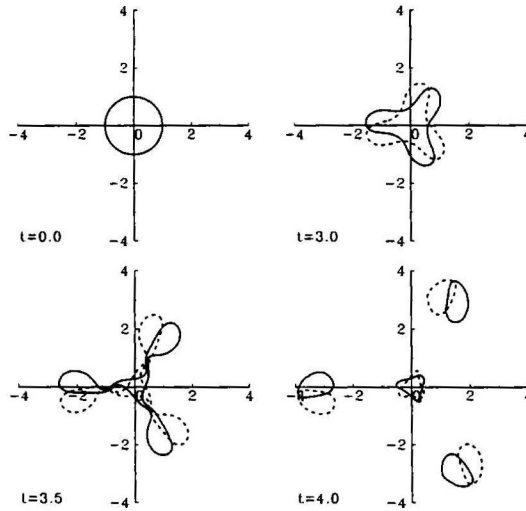


Рис. 10: Конфигурации контуров верхнего (сплошные линии) и нижнего (штриховые линии) слоев для неустойчивого хетона при $\gamma = 4$ (максимально неустойчивой является мода с $m = 3$) в указанные моменты безразмерного времени

На рисунке 10 представлены результаты расчетов, когда максимально неустойчивой является мода с $m = 3$. Со временем исходные вихревые пятна каждого слоя деформируются в квазитреугольные фигуры, а затем хетон распадается на 3 разбегающиеся в радиальных направлениях двухслойные пары с наклонными осями. При этом центральная часть вихря остается на месте.

Интересный пример развития нового (“каскадного”) типа неустойчивости представлен рисунком 11. В этом численном эксперименте разрушение вихря начинается раньше и состоит из трех этапов: (1) вначале образуется семейство из 9 пар разбегающихся хетонов, (2) вслед за ними стартует вторая девятка хетонов меньшего размера, (3) далее, прослеживается тенденция зарождения еще одного вихревого фронта. При этом, как и в случае $m = 3$, в центральной части остается небольшое практически неподвижное ядро.

Эти и другие многочисленные расчеты показывают, что при разрушении неустойчивых вихрей вновь образованные вихревые структуры приобретают характерные горизонтальные размеры порядка R_d . Таким образом, масштаб радиуса деформации Россби

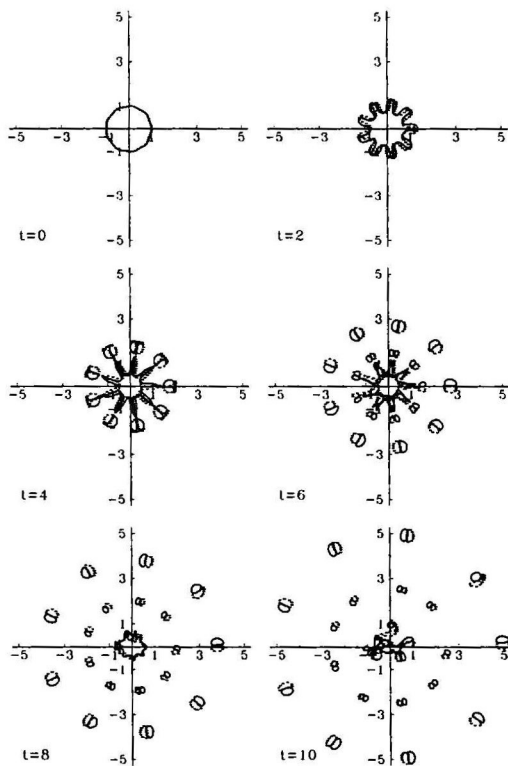


Рис. 11: Иллюстрация процесса каскадной неустойчивости слабо возмущенного хетона при $\gamma = 14$ для $m = 9$

играет роль показателя верхней границы масштаба устойчивых вихрей. Формирующиеся дипольные вихревые структуры удаляются от ядра исходного вихря, и, следовательно, ассоциируемое с хетоном пятно тепловой аномалии расширяется.

В параграфе 3.1.1.2 дается обоснование так называемого “баллистического” (линейного по времени) закона распространения границы вихревой области. Идея использования хетонной концепции для описания динамической стадии глубокой конвекции в океане впервые была высказана Легг и Маршаллом в [49], а затем была развита в многочисленных работах их последователей. Мы рассматриваем лишь один аспект этой проблемы, связанный с временным законом распространения границы вихревой области (температурного пятна).

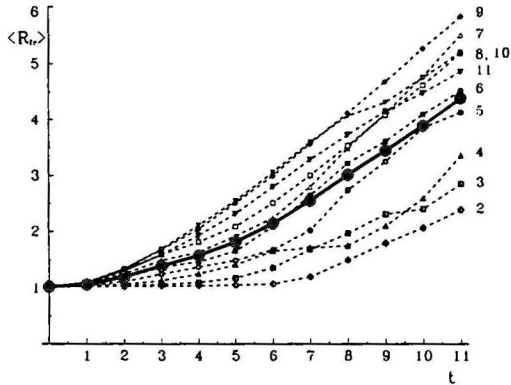


Рис. 12: Зависимости $\langle R_{fr} \rangle$ от времени при $h = 0.5$, $\gamma = 14$ и $m = 2, 3, \dots, 11$. Жирная линия представляет собой “осредненный” закон

При определении искомой зависимости отслеживается движение фронта вихря, отождествляемого с фиктивной частицей, имеющей радиус-вектор $\langle R_{fr} \rangle$. Его координаты определяются как среднее арифметическое координат сорока жидких частиц (по двадцать на контурах вихревых пятен верхнего и нижнего слоев), максимально удаленных от центра исходного хетона. Набор таким образом построенных кривых изображен на рисунке 12 для десяти случаев задания начального возмущения границ вихревых пятен хетона. Здесь же приведена временная зависимость средневзвешенного распределения $\langle R_{fr} \rangle$. Заметим, что после некоторого начального этапа практически все зависимости (и, что особенно важно, осредненная зависимость) характеризуются баллистическим законом; причем, угол наклона асимптотической прямой линии коррелирует с номером моды возмущения (несмотря на некоторые отклонения от прямой зависимости).

В работе нами также проведено большое количество численных экспериментов, при которых начальные возмущения контуров задаются случайным образом. Очевидно, при этом разлет жидких частиц происходит вдоль случайных направлений, но, тем не менее, анализ полученных расчетов дает основания утверждать, что баллистический закон разлета имеет место и в общем случае. К подобным выводам пришли Вирт [50] - на основе обработки экспериментов исследования процесса бароклиной неустойчивости зональных потоков в океане - и Девуа [51-52], изучавший закономерности распространения теплового пятна как в открытом океане, так и в прибрежной зоне. Отметим, что

конвективные температурные аномалии играют существенную роль в тепловом балансе океана. В моделях общей циркуляции океана мезомасштабный перенос тепла обычно считается диффузионным (пропорциональным локальному градиенту температуры), что дает $\langle R \rangle \sim t^{1/2}$. Как показано выше, хетонная теория и численные эксперименты убедительно указывают на линейный закон $\langle R \rangle \sim t$, приводящий к более эффективному переносу тепла по сравнению с диффузионным. Хотя проблема построения физически обоснованных параметризаций, учитывающих недиффузионный характер переноса тепла хетонами, пока еще полностью не решена, полученные результаты дают основания для оптимизма.

В параграфе 3.1.1.3 указывается на качественную аналогию между распределенным хетоном и A -гональной системой дискретных хетонов. Действительно, если величина эффективного радиуса окружности R превышает R_{\min}^S , то первоначально вертикальные оси дискретных хетонов приобретают наклоны, и вновь образованные двухслойные пары разбегаются вдоль радиальных лучей (движения типа {2} на рисунке 3). Подобным образом ведут себя распределенные дипольные структуры, сформированные в результате развала неустойчивого хетона конечного размера. Кроме того, асимптотика (21), констатирующая линейную зависимость между критическими значениями параметра стратификации γ_m и номерами высоких неустойчивых мод m , остается справедливой в дискретном случае с точностью до коэффициента пропорциональности $R_{\min}^S(m) \sim \alpha m$, $\alpha \approx 2.7$. Следует, однако, иметь в виду принципиальное отличие двух моделей: для дискретных вихрей при $R > R_{\min}^S(m)$ всегда образуется система m радиально разбегающихся двухслойных пар, в то время как для распределенного хетона величина γ_m определяет лишь нижнюю границу области, в которой мода с номером m становится неустойчивой, и условия реализации данной моды в общем случае не обязательно являются предпочтительными.

Тем не менее, отмеченная аналогия позволяет дать математическое объяснение возможного механизма отрыва распределенных пар: для того, чтобы вновь сформированная вихревая пара начала удаляться от центра первоначального вихря, необходимо, чтобы ее локальный центр завихренности оказался за пределами сепаратрисы, ограничивающей область финитных движений соответствующей системы дискретных вихрей.

В параграфе 3.1.1.4 исследуется влияние ненулевой баротропной составляющей движения (на примере учета относительного ослабления потенциальной завихренности пятна нижнего слоя) на устойчивость двухслойного вихря. Показывается, что этот эффект

приводит к явлению локализации областей неустойчивости для каждой из мод, а при существенном вкладе баротропной составляющей области неустойчивости различных мод могут не пересекаться, что приводит к образованию промежуточных областей (по параметру γ) нейтральной устойчивости вихря.

В 3.1.2 рассматриваются модели, более реалистично отражающие кинематику океанских рингов. Известно, что основным механизмом формирования рингов течений типа Гольфстрима и Куроиси является меандрирование течения с последующим замыканием меандра на себя. При этом в сформировавшемся вихре продолжает сохраняться характерная для течения струйная структура с максимумом азимутальной скорости, сдвинутым от края вихря к центру. Оставаясь в классе кусочно-постоянных распределений потенциальной завихренности, мы можем в каждом из слоев моделировать кольцевое течение набором двух вложенных вихревых пятен. При этом общая схема анализа устойчивости двухслойных вихрей применяется к осесимметричной системе четырех вихревых пятен.

На рисунке 13 представлены примеры радиальных профилей азимутальной скорости для неустойчивых вихревых структур, эволюция которых предсказана линейным анализом устойчивости и демонстрируется ниже рисунками 14-16.

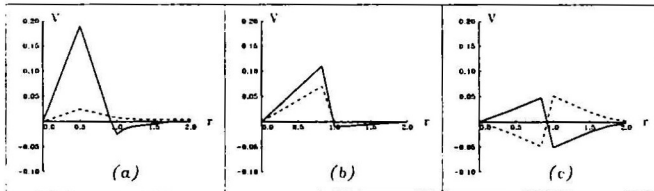


Рис. 13: Эпюры азимутальных скоростей V_1 (верхний слой, сплошная линия) и V_2 (нижний слой, штриховая линия) в кольцевом двухслойном вихре при (a) $\kappa = 0$, $\gamma = 2$, $h_1 = 0.5$, $\alpha = 0.5$; (b) $\kappa = 0.5$, $\gamma = 2$, $h_1 = 0.25$, $\alpha = 0.825$; (c) $\kappa = -1$, $\gamma = 3$, $h_1 = 0.5$, $\alpha = 0.84$. Здесь α равна отношению радиусов внутреннего и внешнего круговых пятен, а κ - отношению потенциальных завихренностей внутренних пятен верхнего и нижнего слоев

На рисунке 14 изображены контуры эволюционирующей кольцевой области при $\gamma = 2$, $h_1 = 0.5$ и $\alpha = 0.5$ в указанные моменты времени. Для ускорения процесса мы придавали контурам в начальный момент времени форму слабо вытянутых вдоль оси x эллипсов с соотношением полуосей $a/b = 1.05$, что ассоциируется с теоретически

неустойчивой собственной второй модой.

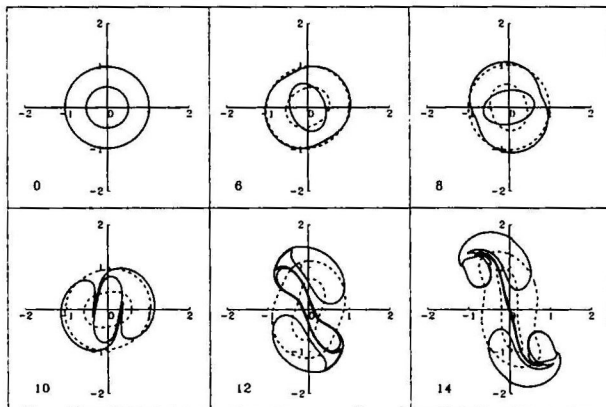


Рис. 14: Процесс образования грибовидной структуры из двухслойного кольцевого вихря при $\kappa = 0$, $\gamma = 2$, $h = 0.5$, $\alpha = 0.5$. Сверху - верхний слой, снизу - нижний

Контуры нижнего слоя в данном случае играют роль маркерных линий, и их деформации, равно как и любое движение ниже поверхности раздела слоев, индуцируются завихренностью верхнего слоя. Поверхностная вихревая структура на первом этапе участвует во вращательном движении, которое, по мере разрушения кольца, затормаживается. Затем формируются две двухъядерные грибовидные вихревые структуры [53], разбегающиеся в противоположные стороны. Очевидно, причиной их образования является сдвиговая неустойчивость замкнутого на себя струйного течения верхнего слоя.

Пример, демонстрируемый рисунком 14, можно рассматривать, как простейшую модель зарождения так называемых *ринглетов* [54] - мелкомасштабных циклонических вихрей-сателлитов, обнаруженных на периферии антициклонического вихря "82 В". Предложенная в [55] двухслойная модель вихря "82 В", в которой поверхность раздела слоев отождествлялась с 10-градусной изотермой, позволяет принять приближенно $\gamma = 2$, $h = 0.25$. Характер приведенных в [54] профилей скорости дает основание считать баротропную составляющую весьма умеренной, поэтому примем $\kappa = 0.5$. Чтобы получить близкую к описанной в [54] конфигурацию из пяти ринглетов, присвоим параметру α предсказанное анализом устойчивости значение 0.825, которое обеспечивает преобладание пятой моды. Рисунок 14 показывает, каким образом в поверхностном слое

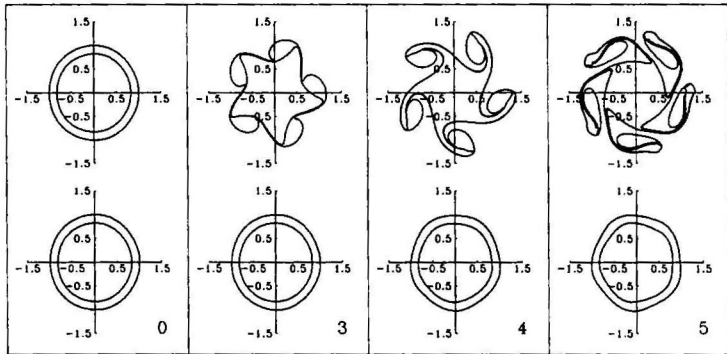


Рис. 15: Процесс образования циклонических ринглетов на периферии антициклонического ринга при $\kappa = 0.5$, $\gamma = 2$, $h = 0.25$, $\alpha = 0.825$. Сверху - верхний слой, снизу - нижний

в процессе эволюции происходит сворачивание внешней оболочки ринга в конструкцию из почти равномерно распределенных пяти циклонов меньшего масштаба. Вся вихревая структура медленно вращается в антициклоническом направлении под действием центрального ядра. Представляется, что заложенный в модели механизм баротропно-бароклиной неустойчивости вполне убедительно может быть выдвинут в качестве возможной причины отторжения циклонических вихрей от теплого антициклонического ринга.

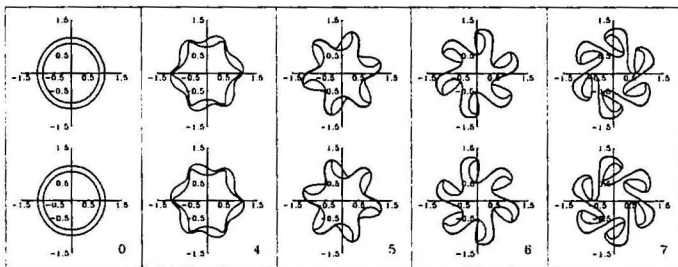


Рис. 16: Эволюция ринга хетонного типа при $\kappa = -1$, $\gamma = 3$, $h = 0.5$, $\alpha = 0.84$. Сверху - верхний слой, снизу - нижний

Пример нелинейной эволюции неустойчивого ринга хетонной структуры дается на рисунке 16. Расчеты показывают, что внешние контуры в обоих слоях на первом этапе принимают форму 6-гональных структур, сдвинутых одна относительно другой, и, та-

ким образом, формируются 6 отдельных мини-хетонов. Внутренние контуры вначале образуют вертикально-однородную конфигурацию, очень напоминающую по форме сепаратрису поля изолиний гамильтониана для 6-угольника из дискретных хетонов, затем из угловых частей этой фигуры активно формируются вихревые нити, наматывающиеся на сформировавшиеся вихри-спутники. Данный расчет демонстрирует принципиальную возможность перестройки осесимметричного кругового кольца в структуру с шестью осями симметрии.

Последние два рисунка показывают, в частности, что в процессе нелинейной эволюции рингов могут формироваться полигональные мелкомасштабные вихревые образования с центральным вихрем либо без него. Этот факт характеризует важный прикладной аспект моделей дискретных вихрей, рассмотренных в разделах 2.2 и 2.3.

Всюду выше при исследовании устойчивости предполагалась малость возмущений осесимметричной формы вихревых пятен. При конечных отклонениях от осевой симметрии теоретический анализ устойчивости не представляется возможным. В этом случае одним из возможных способов изучения устойчивости является численный эксперимент, с помощью которого в параграфах 3.2.1 и 3.2.2 анализируются последовательно простейшие варианты асимметрии: (1) два разнесенных круговых пятна - хетон с наклонной осью - аналог моды $m = 1$, (2) два вертикально выровненных пятна первоначально эллиптической формы - некруговой хетон с вертикальной осью - аналог моды $m = 2$.

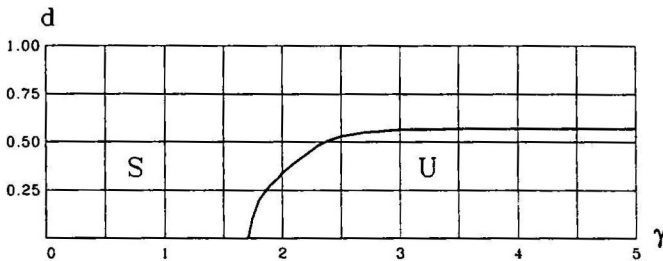


Рис. 17: Диаграмма устойчивых (S) и неустойчивых (U) состояний хетона с наклонной осью на плоскости (γ, d)

Рисунок 17, отражающий результаты большого числа расчетов по эволюции хетонов с наклонными осями, указывает области устойчивых и неустойчивых состояний двухслойных вихрей при различных значениях параметра γ и расстояний между центрами

первоначально круглых вихревых пятен верхнего и нижнего слоя ($2d$). Общий результат можно сформулировать следующим образом: (а) при $\gamma < 1.705$ все движения хетонов с наклонными осями устойчивы, (б) на интервале $1.705 \leq \gamma < 2.5$ линия границы представляет собой функцию двух переменных γ и d , (с) далее, область неустойчивости занимает всю полубесконечную полосу [$\gamma > 2.5$; $0.0 < d < 0.6$].

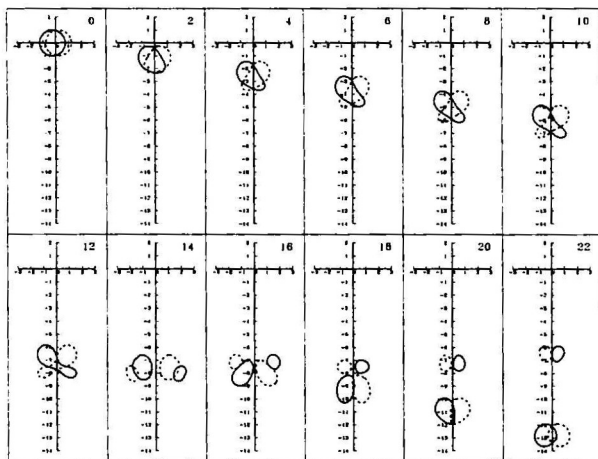


Рис. 18: Эволюция хетона с наклонной осью при $\gamma = 1.9$, $h = 0.5$, $d = 0.24$

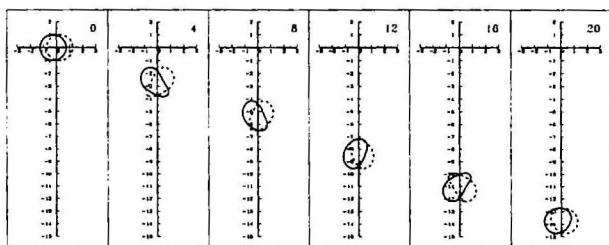


Рис. 19: То же самое, что на рисунке 18, при $d = 0.25$

Рисунки 18 и 19 дают примеры устойчивого и неустойчивого типов поведения хетонов с наклонными осями для двух вариантов значений параметра d . Внутри области U наблюдается "конкуренция" между первой модой, генерирующей прямолинейное движение пары, и второй модой, возбуждающей развал хетона на две равные двухслойные

пары. Как показывает рисунок 18, в этом случае разрушение вихревых пятен состоит из четырех основных стадий: (1) они вытягиваются, образуя несимметричные фронтальные утолщения, (2) в результате, в каждом из них происходит развал на неравные части, (3) меньшие вихри проворачиваются под действием более крупных своих партнеров из противоположного слоя, (4) происходит формирование двух новых двухслойных пар, разбегающихся в противоположные стороны. При этом более сильная пара движется в направлении, заданном наклоном оси исходного хетона.

Совсем незначительное увеличение параметра d (рисунок 19) переводит нас в область S , где хетон с наклонной осью совершает уже чисто трансляционное движение, не подвергаясь разрушению. Это говорит о достаточно “жестком” характере зависимости состояния системы от данного параметра в окрестности границы, разделяющей различные режимы.

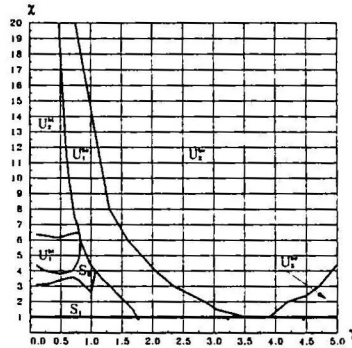


Рис. 20: Диаграмма в прямоугольной области ($\gamma \in (0, 5]$, $\chi \in [1, 20]$) возможных состояний эллиптического хетона с вертикальной осью. Обозначения для подобластей: S_1 - устойчивые состояния; S_2 - устойчивые состояния, но с частичной потерей массы за счет отбрасывания вихревых нитей; U_1^{bc} - развал эллиптических пятен на несимметричные части за счет баротропной неустойчивости; U_2^{bc} - развал эллиптических пятен на симметричные части за счет баротропной неустойчивости; U_1^{bc} - развал эллиптических пятен на разбегающиеся в противоположные стороны два хетона с наклонными осями за счет бароклининой неустойчивости; U_2^{bc} - каскадная бароклининая неустойчивость с разбеганием хетонов вдоль главной оси эллипса; U_3^{bc} - каскадная бароклининая неустойчивость с разбеганием хетонов вдоль обеих осей эллипса. Засечки на жирной прямой линии $\chi = 1$ разделяют области (слева направо): устойчивости осесимметричного хетона, неустойчивости моды с $m = 2$, $m = 3$ и $m = 4$

Сводка результатов численного исследования устойчивости хетонов, первоначально имеющих эллиптическую форму, приведена на рисунке 20, где $\chi = a/b$ - отношение полуосей эллипса. Строго говоря, эллиптические хетоны, в отличие от эллиптических вихрей Кирхгофа в однородной жидкости, не определяют стационарные состояния, поскольку составляющие их вихревые пятна (в случае сохранения компактности) периодически меняют свою форму и вращаются в противоположные стороны с угловыми скоростями, также являющимися периодическими функциями. Придавая эллиптическую форму вихревым пятнам, мы таким образом создаем своеобразные конечные возмущения круговых вихрей.

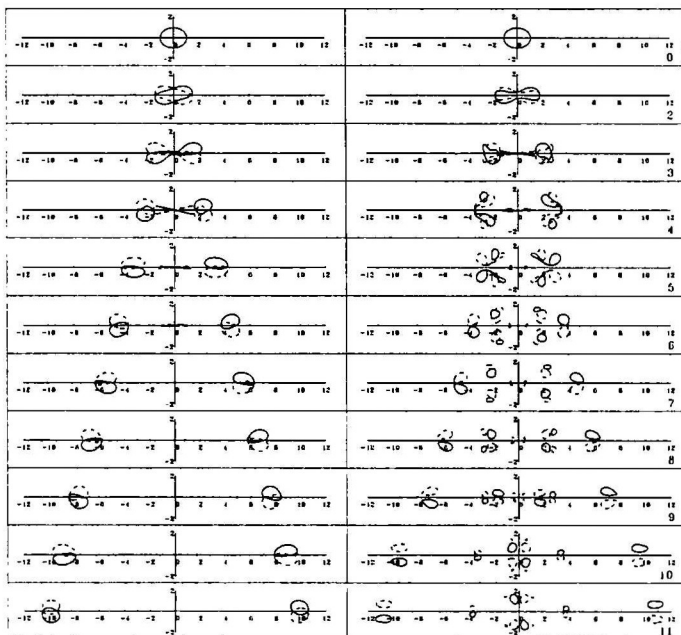


Рис. 21: Синхронные конфигурации неустойчивых эллиптических хетонов с вертикальными осями при $\chi = 1.1$ и $\gamma = 2.4$ слева (тип U_1^{bc}) и $\gamma = 4$ справа (тип U_3^{bc})

На рисунке 21 приведены лишь два примера сценариев развития неустойчивости. В левой части рисунка, при $\gamma = 2.4$, демонстрируется реализация второй бароклиновой моды, когда после развала компактных вихревых пятен формируются два разбегающихся в противоположные стороны двухслойных диполя с наклонными осями - тип U_1^{bc} . Во

втором случае, для более крупных вихрей ($\gamma = 4$), имеет место “конкуренция” между механизмами, отвечающими за формирование второй (за счет начального эллиптического возмущения формы вихревых пятен) и третьей (за счет более высокого значения параметра γ) мод. Здесь картину взаимодействия вихрей можно условно разбить на несколько этапов. На первом из них (моменты $t = 2, 3$) образуются две разбегающиеся пары. Однако вновь образованные вихревые пятна оказываются все еще достаточно большими (по сравнению с круговыми вихрями радиуса R_d), и, на втором этапе, происходит их разделение на три неравные части (моменты $t = 4 \div 7$). На третьем этапе мы наблюдаем вполне сформировавшиеся шесть двухслойных пар: две головных и две кильватерных - разбегающихся в противоположные стороны (каскадный процесс), а также две пары, набегающие друг на друга (моменты $t = 8, 9$). Наконец, на четвертом этапе ($t \geq 10$), последние две пары обмениваются партнерами, и вновь сформированные хетоны с наклонными осями разбегаются уже в противоположные стороны оси y - тип U_3^{bc} .

Раздел 3.3 посвящен различным случаям взаимодействий двух хетонов конечных размеров. Более подробно изложим содержание параграфа 3.3.1, где рассматриваются два хетона с вертикальными осями, центры которых в начальный момент времени располагаются на оси y на расстоянии $2b$ симметрично относительно оси $y = 0$.

В случае дискретных вихрей в этом простейшем случае имеют место только два типа движений - $\{3\}$ или $\{2\}$ - в зависимости от параметра B ($B = b\gamma$). В первом случае, при $B < R_{\min}^S$, преобладающим является внутрислойное взаимодействие, и вихри движутся по замкнутым совпадающим O -образным траекториям в противоположных направлениях в верхнем и нижнем слоях; во втором случае оси каждого из хетонов формируют наклоны, и вновь образованные двухслойные пары разбегаются в противоположные стороны (рисунки 5с и 5b соответственно).

В случае распределенных вихрей ситуация существенно осложняется ввиду двух важных особенностей вихрей конечного размера: тенденции близко расположенных идентичных вихревых пятен к слиянию и способности хетонов разрушаться (при условиях, соответствующих их неустойчивости). Результаты большой серии численных экспериментов по исследованию взаимодействия двух вертикальных хетонов отражены на рисунке 22, где приведена диаграмма возможных состояний системы вихрей в выделенной прямоугольной области плоскости (b, γ) .

Серия примеров (рисунки 23 - 25) относится к типам движений S_2 , S_1 и U_1 . Здесь

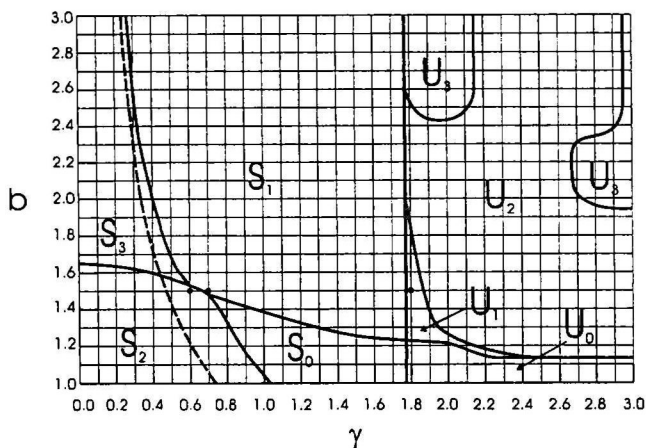


Рис. 22: Диаграмма в прямоугольной области ($\gamma \in (0; 3]$; $b \in [1; 3]$) возможных состояний двух распределенных хетонов, состоящих из круговых вихревых пятен единичного радиуса и первоначально имеющих вертикальные оси, разнесенные на расстояние $2b$. Штриховой линией обозначена граница, разделяющая подобласти для решений типов {2} и {3} для дискретных вихрей. Обозначения для подобластей: S_1 - разлет хетонов в противоположные стороны вдоль прямой, проходящей через их центры в начальный момент времени (аналог движений типа {2} для дискретных вихрей); S_0 - то же самое, что в S_1 , но после временного слияния вихревых пятен в слоях и последующего их разделения; S_2 - слияние первоначально круговых пятен в вихревые структуры квазиэллиптической формы, вращающиеся в противоположные стороны; S_3 - послонное вращение вихревых пятен в противоположные стороны (аналог движений типа {3}); U_0 - слияние хетонов и последующее их разделение на более чем два разбегающихся хетона; U_1 - развал двухслойных вихрей и формированием четырех новых хетонов; U_2 - развал хетонов на некомпенсированные двухслойные вихри, последующее слияние вихревых пятен и повторное формирование хетонов; U_3 - развал хетонов на разбегающиеся двухслойные вихри без последующего слияния. Маркерам отвечают пары параметров γ и b , при которых выполнены численные эксперименты, представленные рисунками 23 - 25

расстояние между центрами вихревых пятен фиксировано, а параметр стратификации γ принимает различные значения. На рисунке 23 демонстрируется эволюция конфигурации в случае, когда вихревые пятна в обоих слоях сливаются, образуя вихри квазиэллиптической формы и совершая при этом вращения в противоположные стороны.

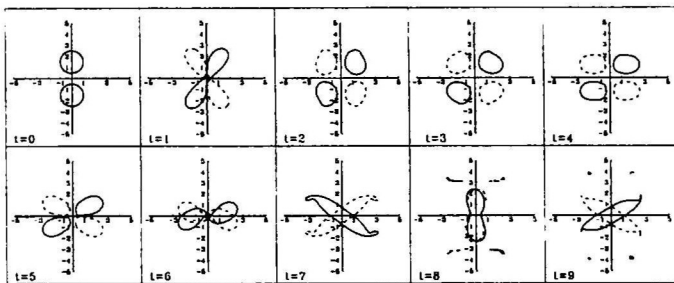


Рис. 23: Пример формирования вихревой структуры типа S_2 ($\gamma = 0.6$; $b = 1.5$)

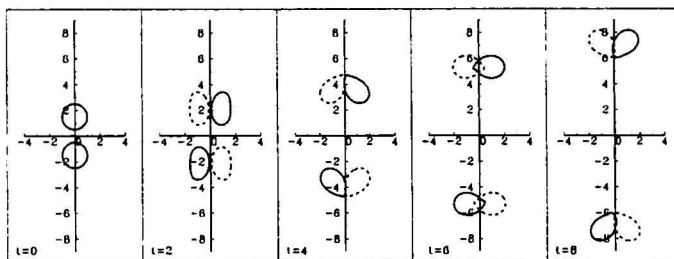


Рис. 24: Пример формирования вихревой структуры типа S_1 ($\gamma = 0.7$; $b = 1.5$)

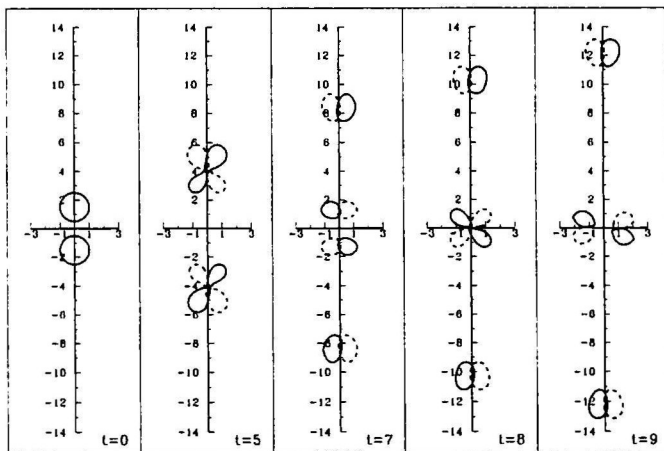


Рис. 25: Пример формирования вихревой структуры типа U_1 ($\gamma = 1.8$; $b = 1.5$)

Отметим, что на временном интервале от 2 до 5 единиц безразмерного времени система практически не эволюционирует, поскольку центр каждого из вихрей находится в окрестности неподвижной седловой точки (точки торможения) соответствующего фазового портрета системы двух дискретных хетонов - маркер на рисунке 22 расположен очень близко к границе между областями финитных и инфинитных движений.

Рисунок 24 иллюстрирует пример формирования хетонов с наклонными осями и их последующего разбегания в противоположные стороны. Это - полная аналогия с движениями типа {2} для дискретных вихрей.

Интересная картина взаимодействия хетонов в условиях их неустойчивости показана на рисунке 25 для случая относительно слабой стратификации (или малых значений радиуса деформации). На начальном этапе хетоны начинают разбегаться, но, в то же время, каждый из них разваливается на две двухслойные пары, такие, что одна из них продолжает двигаться в первоначальном направлении, а вторая - в обратном. Далее, в каждом из слоев происходит кратковременное слияние вихревых пятен хетонов, участвовавших во встречном движении, а затем - их разделение с последующим разлетом новых двухслойных пар в нормальном направлении. Если, не вдаваясь в детали промежуточных процессов, сравнивать результирующие эффекты взаимодействия двух хетонов на этом и предыдущем рисунках, то получается, что в первом случае формируются две разлетающиеся двухслойные пары, а во втором - четыре.

В параграфах 3.3.2-3.3.5 рассматриваются последовательно задачи о взаимодействии (1) хетона с вертикальной осью и хетона с наклонной осью, (2) двух хетонов с наклонными осями при нулевом суммарном моменте, (3) двух хетонов с наклонными осями при ненулевом суммарном моменте, (4) теплого и холодного хетонов. Для каждого из этих случаев приводятся диаграммы возможных состояний (аналогичные тем что приведены на рисунках 20 и 22), классифицирующие движения в зависимости от значений параметра стратификации и геометрических характеристик, а также приводятся многочисленные иллюстрации эволюции вихревых пятен. В частности, все они убедительно демонстрируют, что поведение распределенных хетонов удовлетворительно описывается теорией дискретных вихрей в случае сильной и умеренной стратификации ($\gamma \leq 1$).

На рисунке 26 приведена серия конфигураций контуров вихревых пятен из параграфа 3.3.3 с результатами моделирования встречного столкновения распределенных хетонов при фиксированных значениях параметров b и c (половина расстояния между

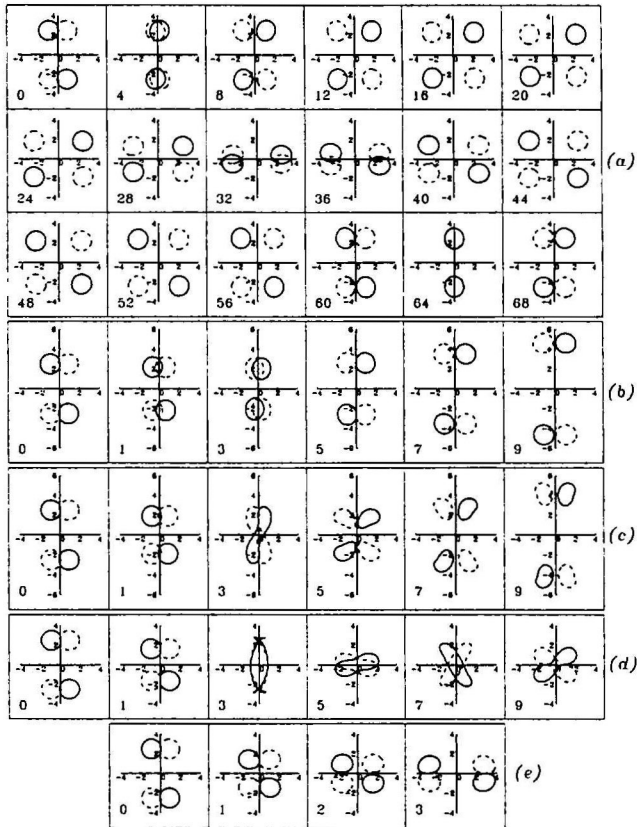


Рис. 26: Взаимодействие двух холодных хетонов при лобовом столкновении: $b = 2.5$, $c = 0.9$, и (a) $\gamma = 0.3$ - аналог {3}, рисунок 5с, (b) $\gamma = 0.5$ - аналог {2}, рисунок 5б, (c) $\gamma = 0.7$, (d) $\gamma = 0.9$, (e) $\gamma = 1.1$ - аналог {1}, рисунок 5а

центрами вихрей верхнего и нижнего слоев в каждом из хетонов) и при различных γ . На рисунке 26а представлено поведение вихревых пятен для изучаемого класса взаимодействий при относительно сильной стратификации, когда величина параметра $\gamma = 0.3$ близка к его верхнему пределу в рамках финитных движений. Хотя расчетное время данного численного эксперимента довольно велико, вихревые пятна, практически не меняя своей круговой формы, успели совершить лишь более половины цикла. Здесь наглядно проявляется эффект торможения на временных интервалах $16 \div 24$ и $44 \div 52$, по

той же причине, что и на рисунке 23. При незначительном ослаблении стратификации ($\gamma = 0.5$, рисунок 26b) переходим к движениям, когда по мере сближения хетонов происходит изменение знака наклона их осей, и они, как при упругом отражении (но без столкновения, находясь на некотором расстоянии друг от друга) переходят к реверсивному движению в противоположных направлениях. Последующее уменьшение стратификации ($\gamma = 0.7$, рисунок 26с) дает новый эффект: сблизившиеся вихревые пятна двух хетонов сливаются между собой, но затем происходит разделение вновь образовавшихся крупных вихрей, и, в результате, получаем, как и в предыдущем случае, два разбегающихся в противоположные стороны двухслойных диполя. Несмотря на геометрическое сходство образованных после столкновения вихревых структур, с лагранжевой точки зрения они различны, поскольку при слиянии вихревых пятен принадлежавшие им жидкие частицы перемешиваются, и после разделения появляется возможность перехода частиц из одной полуплоскости в другую. Таким образом, этот и многочисленные другие примеры со слиянием и последующим разделением вихрей демонстрируют их важную роль, как элементов механизма горизонтального перемешивания водных масс.

В **Заключении** формулируются основные результаты, выносимые на защиту:

1. В рамках разработанной автором модификации метода контурной динамики построена математическая модель двухслойных вихревых пятен на вращающейся плоскости, показавшая свою эффективность в задачах исследования нелинейной эволюции вихрей и фронтов в океане.
2. На основе исследования устойчивости двухслойных осесимметричных вихревых структур установлена фундаментальная роль радиуса деформации Россби как показателя верхней границы масштаба устойчивых вихрей. Обнаружен новый тип так называемой “каскадной” неустойчивости для вихрей с радиусом, существенно превышающим радиус Россби. Дана классификация режимов (по геометрическим характеристикам и параметру стратификации), к которым эволюционируют неустойчивые вихревые структуры.
3. Установлен асимптотически линейный по времени (“баллистический”) закон расширения границы пятна температурной аномалии. Указана необходимость использования этого закона при параметризации тепловых процессов в численных моделях общей циркуляции атмосферы и океана.

4. На примерах взаимодействия двух хетонов выявлена важная роль вихрей в процессе горизонтального перемешивания водных масс в океане. Дано объяснение механизмов формирования грибовидных структур и системы периферийных ринглетов за счет нелинейного развития сдвиговой и бароклинной неустойчивости вихря. Предложен механизм образования двухслойных триполярных структур как результат встречного нецентрального столкновения хетонов.
5. На основе качественного анализа различных дискретных вихревых структур получены несколько классов новых точных решений динамики трех и четырех вихрей в двухслойной вращающейся жидкости. Установлена аналогия между осесимметричным ансамблем дискретных вихрей и вихревым пятном с конечным ядром. Показано, что в случае сильной стратификации среды теория дискретных вихрей может удовлетворительно описывать траектории центров реальных вихрей.

Благодарности. Я признателен моим соавторам В.Ф. Козлову, В.Г. Макарову, В.М. Грянику, Ж. Веррону за их вклад в совместные исследования. Благодарю также академиков В.В. Козлова и М.Г. Хубларяна, докторов наук Г.М. Резника, В.Н. Зырянова, З.И. Кизнера, К.В. Кошеля, А.В. Борисова, И.С. Мамаева и Г.Г. Сутырина за полезное обсуждение ряда проблем, рассматриваемых в диссертации.

Данную работу посвящаю светлой памяти моего учителя, профессора Вадима Федоровича Козлова.

ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Гряник В.М., Соколовский М.А., Веррон Ж. Динамика бароклинных вихрей с нулевой суммарной интенсивностью (хетонов) // *Фундаментальные и прикладные проблемы теории вихрей*. Москва-Ижевск. Институт компьютерных исследований. 2003, с. 547–622.
2. Козлов В.Ф., Макаров В.Г., Соколовский М.А. Численная модель бароклинной неустойчивости осесимметричных вихрей в двухслойном океане // *Изв. АН СССР. ФАО*. 1986, т. 22, №8, с. 868–874.
3. Соколовский М.А. Численное моделирование эволюции вихревых структур в двухслойном океане на основе метода контурной динамики // *Препринт. ТОИ ДВНЦ*

АН СССР. Владивосток. 1986, 19 с.

4. *Соколовский М.А.* Численное моделирование нелинейной неустойчивости осесимметричных двухслойных вихрей // Изв. АН СССР. ФАО. 1988, т. 24, №7, с. 735–743.
5. *Соколовский М.А.* О встречном столкновении распределенных хетонов // Докл. АН СССР. 1989, т. 306, №1, с. 198–202.
6. *Соколовский М.А.* Численное моделирование взаимодействия распределенных хетонов при встречном столкновении // Метод контурной динамики в океанологических исследованиях. Владивосток. ДВО АН СССР. 1990, с. 40–57.
7. *Соколовский М.А.* О взаимодействии распределенных хетонов // Препринт. ТОИ ДВО АН СССР. Владивосток. 1990, 19 с.
8. *Соколовский М.А.* Моделирование трехслойных вихревых движений в океане методом контурной динамики // Изв. АН СССР. ФАО. 1991, т. 27, №5, с. 550–562.
9. *Соколовский М.А., Веррон Ж.* Новые стационарные решения задачи о трех вихрях в двухслойной жидкости // Докл. АН. 2002, т. 383, № 1, с. 61–66.
10. *Соколовский М.А., Веррон Ж.* Некоторые свойства движений $A+1$ вихрей в двухслойной вращающейся жидкости // Нелинейная динамика. 2006, т. 2, №1, с. 27–54.
11. *Gryanik V.M., Sokolouskiy M.A., Verron J.* Dynamics of heton-like vortices // Regular & Chaotic Dyn. 2006, v. 11, № 3, p. 417–438.
12. *Sokolouskiy M.A., Verron J.* Finite-core hetons: Stability and interactions // J. Fluid Mech. 2000, v. 423, p. 127–154. 1
13. *Sokolouskiy M.A., Verron J.* Four-vortex motion in the two layer approximation: Integrable case // Regular & Chaotic Dyn. 2000, v. 5, №4, p. 413–436.
14. *Sokolouskiy M.A., Verron J.* Dynamics of the triangular two-layer vortex structures with zero total intensity // Regular & Chaotic Dyn. 2002, v. 7, №4, p. 435–472.
15. *Sokolouskiy M.A., Verron J.* Dynamics of the three vortices in two-layer rotating fluid // Regular & Chaotic Dyn. 2004, v. 9, №4, p. 417–438.

16. *Sokolovskiy M.A., Verron J.* Motion of $A + 1$ vortices in a two-layer rotating fluid // IUTAM Symposium on Hamiltonian Dynamic, Vortex Structures, Turbulence. IUTAM Bookseries. V. 6 (Eds. A.V. Borisov, V.V. Kozlov, I.S. Mamaev, M.A. Sokolovskiy). Springer. 2008, p. 481–490.

ТЕЗИСЫ ТРУДОВ КОНФЕРЕНЦИЙ

17. *Соколовский М.А.* Нелинейный механизм вихреобразования в баротропных океанских потоках // Тезисы II Всесоюзного симпозиума “Тонкая структура и синоптическая изменчивость морей и океанов”. Таллин. 1984, с. 147–149.
18. *Козлов В.Ф., Макаров В.Г., Соколовский М.А.* Исследование эволюции осесимметричных вихрей в рамках квазигеострофической двухслойной модели океана // Тезисы II Всесоюзного симпозиума “Механизмы генерации мелкомасштабной турбулентности в океане”. Калининград. 1985, с. 56–57.
19. *Гурулев А.Ю., Козлов В.Ф., Макаров В.Г., Соколовский М.А.* Моделирование вихревых структур в двухслойном океане // Тезисы III Съезда Советских океанологов. Физика и химия океана. Течения, синоптические и мезомасштабные вихри. Ялта. 1987, с. 63–64.
20. *Соколовский М.А.* Трехслойная модель геострофических вихревых движений в океане // Тезисы Всесоюзной конференции “Актуальные проблемы вычислительной и прикладной математики”. Новосибирск. 1990, с. 135–136.
21. *Sokolovskiy M.A.* A study of the stability of axially-symmetric three-layer eddies // Theses of V Annual Workshop “Laboratory modelling of dynamic processes in ocean. Waves and vortices in the ocean and their laboratory analogues”. Vladivostok. 1991, p. 64.
22. *Sokolovskiy M.A.* On the interaction of hetons during their contrary collision // XXII General Assembly of EGS. Vienna. Annales Geophys., 1997. Part II. Hydrology, Oceans, Atmos. & Nonlinear Geophys. Supp. II to v. 15, p. 605.
23. *Sokolovskiy M.A., Verron J.* Interactions between finite-core hetons // XXIII General Assembly of EGS. Nice. Annales Geophys. 1998. Part IV. Nonlinear Geophys. & Natural Hazards. Supp. IV to v. 16, p. 1155.

24. *Sokolovskiy M.A., Verron J.* On the formation of baroclinic multipolar structures // XXIV General Assembly of EGS. The Hague. Geophys. Res. Abstracts. 1999, v. 1, № 4, p. 812.
25. *Sokolovskiy M.A., Verron J.* Interaction between discrete hetons in head-on non-central collision // XXV General Assembly of EGS. Nice. GRA2. 2000, 468 (CD-thesis).
26. *Sokolovskiy M.A., Verron J.* Interaction between two two-layer hetons: Integrable case // XXVI General Assembly of EGS. Nice. GRA3. 2001, 8056 (CD-thesis).
27. *Sokolovskiy M.A., Verron J., Yakovenko O.J.* Two-layer tripole model // XXVII General Assembly of EGS. Nice. GRA4. 2002, EGS02A-03384 (CD-thesis).
28. *Sokolovskiy M.A., Verron J.* New stationary solutions of the three-vortex problem for the two-layer fluid // XXVII General Assembly of EGS. Nice. GRA4. 2002. EGS02A-03394 (CD-thesis).
29. *Gryanik V.M., Sokolovskiy M.A., Verron J.* Mixed barotropic-baroclinic instability of axisymmetric flows represented by nonlinear dynamics of N hetons // XXVIII Joint Assembly of EGS-AGU-EUG. Nice. GRA5. 2003. EAE03-A-03358 (CD-thesis).
30. *Sokolovskiy M.A., Verron J.* Motion of $N + 1$ vortices in a two-layer rotating fluid // Book of abstracts of IUTAM Symposium on Hamiltonian dynamics, vortex structures, turbulence. Moscow. 2006, p. 133-135.
31. *Sokolovskiy M.A., Verron J., Gryanik V.M.* On the baroclinic vortex instability: the scattering problem // 18 Congres Français de Mecanique. Grenoble. 27-31 aout 2007. CFM2007-0312 (CD-thesis).

РАБОТЫ АВТОРА ПО СМЕЖНЫМ ВОПРОСАМ, НЕ ВКЛЮЧЕННЫМ В ДИССЕРТАЦИЮ

32. *Соколовский М. А.* Устойчивость осесимметричного трехслойного вихря // Изв. АН СССР. ФАО. 1997, т. 33, № 1, с. 16–26.
33. *Соколовский М. А., Веррон Ж., Вагина И. М.* Влияние подводного препятствия малой высоты на динамику распределенного хетона // Изв. АН. ФАО. 2001, т. 37, № 1, с. 131–143.

34. *Sokolovskiy M. A.* Stability analysis of the axisymmetric three-layered vortex using contour dynamics method // *Comput. Fluid Dyn. Journal.* 1997, v. 6, № 2, p. 133–156.
35. *Sokolovskiy M. A., Zyryanov V. N., Davies P.A.* On the influence of an isolated submerged obstacle on a barotropic tidal flow // *Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics.* 1998, v. 88, № 1-2, p. 1–30.
36. *Davies P. A., Koshel K. V., Sokolovskiy M. A.* Chaotic advection and nonlinear resonances in a periodic flow above a submerged obstacle // *IUTAM Symposium on Hamiltonian Dynamic, Vortex Strictures, Turbulence.* IUTAM Bookseries, v. 6, (Eds. A. V. Borisov, V. V. Kozlov, I. S. Mamaev, M. A. Sokolovskiy), Springer, 2008, p. 415–423.
37. *Koshel K. V., Sokolovskiy M. A., Davies P. A.* Chaotic advection and nonlinear resonances in an oceanic flow above submerged obstacle // *Fluid Dynamics Research,* 2008, v. 20, № 10, p. 695–736.

СПИСОК ЦИТИРУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

38. *Каменкович В. М., Кошляков М. Н., Монин А. С.* Синоптические вихри в океане // *Л. Гидрометеоздат.* 1987, 512 с.
39. *Гряник В. М.* Динамика сингулярных геострофических вихрей в двухуровневой модели атмосферы (океана) // *Изв. АН СССР. ФАО.* 1983, т. 19, № 3, с. 227–240.
40. *Hogg N. G., Stommel H. M.* The heton, an elementary interaction between discrete baroclinic geostrophic vortices, and its implications concerning eddy heat-flow // *Proc. R. Soc. Lond.* 1985, v. A 397, p. 1–20.
41. *Козлов В. В.* Симметрии, топология и резонансы в гамильтоновой механике // *Издательство Удмуртского университета.* 1995, 430 с.
42. *Козлов В. В.* Общая теория вихрей // *Ижевск. Изд. дом Удмуртский университет.* 1998, 238 с.
43. *Зиглин С. Л.* Неинтегрируемость задачи о движении четырех точечных вихрей // *Докл. АН СССР.* 1980, т. 250, № 6, с. 1296–1300.

44. Борисов А. В., Мамаев И. С. Пуассоновы структуры и алгебры Ли в гамильтоновой механике // Ижевск. Изд. дом Удмуртский университет. 1999, 464 с.
45. Aref H. Motion of three vortices // Phys. Fluids. 1979, v. 22, № 3, p. 393–400.
46. Симо К. Новые семейства решений задачи N тел // Симо К., Смейл С., Шенсине А. и др. Современные проблемы хаоса и нелинейности. Ижевск. Институт компьютерных исследований. 2002, с. 233–251.
47. Savchenko V. G., Emery W. J., Vladimirov O. A. A cyclonic eddy in the Antarctic Circumpolar Current south of Australia: Results of Soviet-American observations aboard the R/V Professor Zubov // J. Phys. Oceanogr. 1978, v. 8, № 9, p. 825–837.
48. Ламб Г. Гидродинамика // М.-Л. Гостехиздат. 1947, 927 с.
49. Legg S., Marshall J. A heton model of the spreading phase of open-ocean deep convection // J. Phys. Oceanogr. 1993, v. 23, № 6, p. 1040–1056.
50. Wirth A. The parametrization of baroclinic instability in a simple model // J. Marine Res. 2000, v. 58, № 4, p. 571–583.
51. Dewar W. K. Convection in small basins // J. Phys. Oceanogr. 2002, v. 32, № 10, p. 2766–2788.
52. Dewar W. K. Baroclinic eddy interaction with isolated topography // J. Phys. Oceanogr. 2002, v. 32, № 10, p. 2789–2805.
53. Гинзбург А. И., Федоров К. Н. Грибовидные течения в океане (по данным спутниковых изображений) // Исследование Земли из космоса. 1984, № 3, с. 18–26.
54. Kennelly M. A., Evans R. H., Joyce T. M. Small-scale cyclones on the periphery of Gulf Stream warm-core rings // J. Geophys. Res. 1985, v. 90, № C5, p. 8845–8857.
55. Olson D. B., Schmitt R. W., Kennelly M. A., Joyce T. M. A two-layer diagnostic model of a long-time physical evolution of warm-core ring 82 B // J. Geophys. Res. 1985, v. 90, № C5, p. 8813–8822.

Подписано в печать, 14.04.2009.

Тираж 100 экз. Заказ 341

Отпечатано в ООО «Красногорская типография» 143400, Московская область, г. Красногорск,

Коммунальный кв. д.2.

