0- 786872

На правах рукописи

ЛЕВЧЕНКО Андрей Сергеевич

ОНТОЛОГИЧЕСКИЕ И ГНОСЕОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ЗНАНИЯ В ИНТУИЦИОНИСТСКОЙ ФИЛОСОФИИ МАТЕМАТИКИ

09.00.08 – философия науки и техники

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата философских наук

МОСКВА
2010

Работа выполнена на кафедре философии факультета философии, социологии и культурологии Курского государственного университета

Научный руководитель:

доктор философских наук, доцент
АРЕПЬЕВ Евгений Иванович

Официальные оппоненты:

доктор философских наук, профессор
КНЯЗЕВ Виктор Николаевич

кандидат философских наук, доцент
ЧЕРНЕЦОВ Михаил Михайлович

Ведущая организация:
Брянский государственный университет имени академика И.Г.Петровского

Защита диссертации состоится «14» марта 2011 г в 15 часов на заседании Диссертационного совета Д 212.154.06 при Московском педагогическом государственном университете по адресу 119571, г. Москва, пр-т. Вернадского, д.88. ауд. 818.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Московского педагогического государственного университета по адресу: 119992, г.Москва, ул. Пироговская, д. 1.

НАУЧНАЯ БИБЛИОТЕКА КГУ
0000583980

Автореферат разослан «8» февраля 2011

Ученый секретарь
Диссертационного Совета С.В. Кузнецова

библиотека

0- 786872

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования

Актуальность выбранной темы исследования объясняется, во-первых, тем, что в наши дни процесс проникновения математических методов в различные отрасли знания представляется все более важной частью их развития. В современном мире математические науки приобретают большую, чем когда бы то ни было, значимость для человека. Как следствие этих процессов, перед современным научным сообществом встает ряд новых задач, среди которых одной из главных является задача объяснения роли и значения математического знания в системе наук путем раскрытия связи истин и объектов математики с действительностью и процессом познания. Представляется очевидным, что решение вышеуказанных вопросов будет способствовать как ускорению математизации различных научных дисциплин, так и процессу развития науки.

Во-вторых, в конце XIX – XX вв. происходит интенсивная разработка философско-методологических проблем научного знания и, в том числе, математики. Богатое наследие этого периода продолжает оставаться плодотворной почвой для развития современной философии науки и, в частности, для построения интерпретаций онтологического и гносеологического фундамента математических областей. Перед современными исследователями остро встает задача выявления позитивных результатов, полученных в ведущих программах обоснования науки прошлого столетия, их реконструкции и развития в свете современных научных реалий, задача выявления на их основе тенденций и перспектив дальнейшей эволюции научных областей. К числу таких ведущих программ, несомненно, относится и программа интуиционизма в основаниях математики.

В-третьих, исследование интуиционистского подхода к обоснованию математики на сегодняшний день нельзя считать завершенным, несмотря на множество работ в отечественной и зарубежной литературе, посвященных этому вопросу. В частности, остались до настоящего времени так и не разрешенными вопросы о том, каковы онтологические и гносеологические следствия принятия в основаниях математики интуиционистских требований: как объясняется ограниченность интуиционистского построения математики с теоретико-познавательных и методологических позиций, какие выводы о связи математических истин и областей с действительностью можно сделать путем осмысления опыта программы интуиционизма, каким образом можно интерпретировать онто-гносеологические аспекты содержательной составляющей интуиционистских концепций в свете современного положения дел в математике и области ее философских оснований.

На решение вышеназванных вопросов, связанных с программой интуиционизма и онто-гносеологическим обоснованием математики, и направлено настоящее диссертационное исследование.

Степень научной разработанности проблемы

Тема диссертации связана с исследованиями в отечественной и зарубежной литературе, которые условно можно разделить на несколько групп.

Это труды ученых, направленные на осмысление вклада программы математического интуиционизма и конструктивизма в развитие математики, ее философских оснований и методологию науки, в частности таких авторов, как А. Гейтинг, Д. ван Даллен, А.Г. Драгалин, С.К. Клини, А.Н. Колмогоров, Б.А. Кушнер, В.Т. Мануйлов, А.А. Марков, П. Мартин-Леф, А. Мостовский, Н.Н. Непейвода, П.С. Новиков, М.И. Панов, А.А. Побережный, А.С. Трулстра, Н.А. Шанин и др.

Особенно значимы современные исследования онтологических и гносеологических проблем обоснования математических областей, понятий и истин. К ним относятся работы Е.И. Арепьева, Г.Б. Гутнера, С.Л. Катречко, А.Н. Кричевца, А.Ф. Кудряшева, В.Я. Перминова, Я. Хинтикки, В.В. Целищева и др.

Необходимо учитывать исследования логико-методологических и семантических аспектов обоснования математики в работах А.В. Бессонова, Б.В. Бирюкова, Н. Бурбаки, В.Э. Войцеховича, Г. Генцена, К. Геделя, И.Н. Грифцовой, В.А. Карпунина, Х.Б. Карри, С.К. Клини, З.А. Кузичевой, И. Лакатоса, Я. Лукасевича, В.В. Мадер, П.С. Новикова, В.Я. Перминова, Е.Д. Смирновой, В.А. Успенского, Г. Фреге, В.В. Целищева, А.В. Чусова, Б.Л. Яшина и др.

Важные идеи для темы диссертации содержатся в классических трудах по основаниям математики И. Бар-Хилелла, П. Бернайса, Л.Э.Я. Брауэра, Н. Бурбаки, Г. Вейля, К. Геделя, А. Гейтинга, Д. Гилберта, Р. Дедекинда, Г. Кантора, Х.Б. Карри, С.К. Клини, А.Н. Колмогорова, Н.И. Лобачевского, А.А. Маркова, Дж. фон Неймана, Д. Пеано, Б. Рассела, Б. Римана, Г. Фреге, А. Френкеля, Э. Цермело и др.

Новые идеи присутствуют в исследованиях, посвященных современному состоянию дел в философии математики в нашей стране и за рубежом, в частности таких авторов, как А.Г. Барабашев, В.Я. Перминов, З.А. Сокулер, В.Ф. Хендрикс, В.В. Целищев, С. Шапиро, В.А. Шапошников, и др.; в работах, посвященных проблемам математизации различных областей научного знания следующих авторов: Ю.С. Владимиров, А.В. Волошинов, М. Иверсен, О.И. Кедровский, А.Н. Кочергин, Г.И. Рузавин, М. Штайнер и др.

Труды, освещающие развитие представлений о природе математики, посвященные описанию подходов к ее обоснованию в истории математического знания и философии. Это работы В.А. Бажанова, Б.В. Бирюкова, Г. Вейля, В.Н. Катасонова, В.И. Колядко, А.Ф. Кудряшева, И.С. Кузнецовой, Г.Г. Майорова, П. Мартин-Лефа, В.В. Мороз, М.И. Панова, А.В. Родина, А.П. Юшкевича, С.А. Яновской и др.

Это работы, посвященные проблемам философии и методологии науки в целом, проблемам обоснования естествознания, проблемам физических и других отдельных научных областей таких авторов, как Л.Г. Антипенко, В.В. Аристов, В.И. Аршинов, Б.С. Грязнов, Е. Вигнер, В.И. Жог, И.Т. Касавин, В.Н. Князев, А.Н. Кочергин, В.А. Лекторский, Л.И. Маневич, Л.А. Микешина, А.М. Новиков, Ю.А. Петров, М.А. Розов, В.Н. Садовский, З.А. Сокулер, В.С. Степин, А.Л. Субботин, В.А. Суровцев, В.С. Швырев, С.А. Яновская, Я.С. Яскевич и др.

Используемая в диссертации установка о наличии в фундаменте математического знания трех независимых исходных компонент – арифметической, логической и геометрической – разрабатывается в современной отечественной литературе в трудах Е.И. Арепьева, посвященных построению новой реалистической интерпретации онто-гносеологических основ математики, а также в исследованиях наследия программы математического формализма в трудах Д.И. Алябьева.

Вместе с тем, выявления и реконструкции онтологических и гносеологических принципов интуиционистского обоснования математики, исходящего из установки о наличии трех равнозначных составляющих фундамента математики – логической, арифметической и геометрической, – до настоящего времени не предпринималось в развернутом виде ни в отечественной, ни в зарубежной литературе. Данная работа призвана в определенной степени восполнить этот пробел.

Цель и задачи диссертационного исследования

Целью диссертационного исследования является разработка и аргументация модели онто-гносеологических основ математического знания путем выявления и реконструкции интуиционистских представлений о связи базисных разделов математики с действительностью и процессом познания.

Достижение поставленной цели предполагает решение ряда следующих задач:

— выявление проблемной ситуации в оценке бытийных и теоретико-познавательных основ интуиционизма, в интерпретации философско-математических следствий данной программы;

— определение предпосылок интуиционизма в эволюции математики, истоков интуиционистской трактовки фундамента математики в истории философии;

— интерпретация связи истин арифметики с реальностью и процессом познания на основе содержательной составляющей программы интуиционизма;

— онто-гносеологическое истолкование логики на основе анализа ее содержательного описания, введения в интуиционизме;

— выявление онто-гносеологических аспектов и следствий содержательного истолкования геометрической составляющей математики в интуиционизме;

— построение и аргументация комплексной модели бытийных и теоретико-познавательных основ математического знания, отвечающей современному состоянию математики и ее философских оснований, через реконструкцию и развитие интуиционистских представлений.

Теоретико-методологические принципы и источники исследования

Основными методами, используемыми в диссертационном исследовании, являются: элементы системного подхода, логико-лингвистический анализ, герменевтическая интерпретация. Значительное внимание в методологическом аппарате диссертации уделено сравнительному и интерпретирующему анализу. Помимо этого, основные задачи, поставленные в работе, требовали для своего решения широкого внедрения методов историко-философского анализа и историко-философской реконструкции. Так как диссертационная работа направлена на исследование онто-гносеологических аспектов оснований математики, в ней используется также метод контекстуального анализа и др. Использование вышеуказанного методологического аппарата направлено на прояснение природы математического знания, как посредством выявления особенностей эволюции самой математики, так и через раскрытие генезиса философско-математических проблем.

К источникам исследования относятся вошедшие в классику мировой философии и математики труды следующих мыслителей: Аристотель, И. Бар-Хиллел, П. Бернайс, Л.Э.Я. Брауэр, Н. Бурбаки, Г. Вейль, Г. Галилей, К.Ф. Гаусс, К. Гёдель, А. Гейтинг, Д. Гильберт, Г. Грисс, Э. Гуссерль, Д. ван Даллен, Р. Дедекинд, Р. Декарт, Евклид, И. Кант, Г. Кантор, Х.Б. Карри, С.К. Клини, А.Н. Колмогоров, Г.В. Лейбниц, Н.И. Лобачевский, А.А. Марков, А. Пуанкаре, Б. Рассел, Б. Риман, Г. Фреге, А. Френкель, И. Фихте, Л. Эйлер.

Научная новизна исследования

Научная новизна исследования заключается в том, что реализуется новый подход к реконструкции интуиционистской программы обоснования математики и результатам, полученным в ходе данной реконструкции. Он состоит в следующем:

- обосновано, что истолкование Брауэром природы математики и науки в целом содержит противоречия, возникающие, во-первых, из-за признания логики вторичной областью по отношению к арифметической составляющей математики. Во-вторых, трактовка Брауэром математики лишь как производной области от интуиции последовательности событий неоправданно исключает причинность, что противоречит его же пониманию науки как описания причинных последовательностей событий, а математики как эталона, идеала научного знания;

- аргументирована неправомерность утверждения арифметической составляющей математики как единственной фундаментальной области, и обоснована фундаментальность и значимость для математики также логической компоненты, что подтверждается выводом самих интуиционистов о невозможности математических построений без привлечения логики;

- выявлено, что истолкование природы геометрии в интуиционизме ориентируется на ее эмпирическую трактовку, а создание неевклидовых систем ошибочно толкуется как свидетельство ненадежности, неточности (и эмпиричности) евклидовой геометрии. Показано, что проводимая Брауэром аналогия с физикой содержит позитивный элемент онтологического характера, признает объективность геометрических истин и законов, их включенность в структуру бытия. Тем самым геометрическая составляющая рассматривается как фундаментальная для математики наряду с логической и арифметической компонентами;

- обосновано, что путем экспликации, реконструкции и развития установок содержательной части программы интуиционизма можно интерпретировать исходные истины арифметической, логической и геометрической составляющих математики как априорно заданные принципы человеческого познания, объективно воспроизводящие в абстрактной форме универсальные свойства действительности.

Теоретическая и практическая значимость работы

Теоретическая значимость работы состоит в том, что ее результаты позволяют дополнить сложившуюся к настоящему времени картину бытийного и теоретико-познавательного истолкования природы математики как вида знания, способствуют расширению круга предполагаемых подходов и сопутствующих этим подходам методов при исследовании отдельных проблем философии науки, позволяют более глубоко и разносторонне осмыслить философское наследие интуиционистской программы оснований математики.

Результаты диссертации могут использоваться при разработке проектов и проведении исследований, связанных с проблемами обоснования математики и научного знания вообще, могут использоваться в курсах философии и методологии науки для философских специальностей, в курсах истории и философии науки для соискателей и аспирантов физико-математических специальностей, при разработке спецкурсов, посвященных философским аспектам оснований математики и пр.

Апробация диссертации

Цели и результаты настоящего диссертационного исследования вошли в круг задач и результатов научно-исследовательского проекта «Онтологические и гносеологические основы математического знания в направлениях философии математики конца XIX–XX столетия», получившего поддержку РГНФ, грант № 08-03-00049а (продолжающийся коллективный проект, в котором автор является исполнителем). Основные результаты, полученные в ходе исследования, отражены в публикациях (в том числе и в центральных периодических изданиях, рекомендованных ВАК для публикации результатов диссертационных исследований).

Помимо этого, отдельные результаты диссертационного исследования прошли апробацию на международных научных конференциях: «Философия математики: актуальные проблемы» (Москва, 28-30 мая 2009 г.); «Философия математики: актуальные проблемы» (Москва, 15-16 июня 2007 г).

Структура диссертации

Структура диссертационной работы определяется целью и поставленными задачами. Работа состоит из введения, двух глав, включающих в себя по три параграфа, заключения и списка литературы.

Основное содержание работы

Во введении обосновывается актуальность темы исследования, проводится анализ уровня разработанности поставленной в работе проблемы, формулируются цель и задачи исследования, указываются основные методологические принципы, используемые для проведения исследования, источники, обосновывается новизна, указывается теоретическая и практическая значимость работы, ее апробация, а также структура работы.

Первая глава «Проблема сущностного истолкования математики: предпосылки и становление интуиционистского подхода»

В первом параграфе первой главы «Проблема значимости интуиционистского подхода в онтологических и теоретико-познавательных основаниях математики» обосновывается, что раскрытие роли интуиционистской программы в философском и методологическом обосновании математики остается на сегодняшний день проблемой, не получившей исчерпывающего решения. С одной стороны, интуиционизм опирается на установку о том, что в основе математики лежит интуиция времени, или интуиция последовательности событий. С другой стороны, интуиционисты выдвигают требования к построению математики, сводящие роль математической интуиции к минимуму. Представители интуиционизма также утверждают вторичность логической составляющей математического знания, выводимость логики из арифметики, но, в то же время, говорят о необходимости построения математики, исходящего из логических требований, превосходящих своей строгостью требования логицизма и формализма. Интуиционистские требования, как известно, применимы в ограниченной части математики, исходя из них построить математику в полном объеме не удалось, но эти же требования привели к созданию новых дисциплин, разделов, дополняющих математическое знание и, в первую очередь, математическую логику.

Все вышеизложенное позволяет сделать вывод, что философско-методологическое и, в частности, онтологическое и гносеологическое значение программы интуиционизма не может быть раскрыто лишь путем оценки отдельных высказываний представителей этого течения, что ряд позитивных идей и принципов онто-гносеологического характера можно получить путем экспликации, развития и реконструкции бытийных и познавательных установок, присутствующих в содержательной части интуиционистских концепций.

В данной части работы аргументируется, что на современном уровне развития математики и ее оснований вполне очевидным является наличие как минимум трех сущностно значимых и самостоятельных составляющих математики – логической, арифметической и геометрической. В связи с этим, в параграфе обосновывается, что для наиболее продуктивного и адекватного исследования интуиционизма необходимо принятие установки о наличии трех указанных составляющих, несводимых друг к другу в сущностном плане, хотя такая позиция и противоречит традиционно трактуемому пониманию природы математики интуиционизмом. Далее приводится подтверждение возможности и правомерности использования вышеуказанной установки на примерах трудов современных исследователей, работающих в области философского обоснования математического знания.

В параграфе приводится краткое обозрение отличий интуиционистской и классической математики, сравнение общих и специфических особенностей программы интуиционизма с логицистской и формалистской программами оснований, с направлением французского полуинтуиционизма, с советской конструктивистской школой А.А. Маркова как одним из примеров дальнейшего развития конструктивного подхода в математике.

Во втором параграфе первой главы «Истоки интуиционистского истолкования природы математики в истории математического знания» определяются предпосылки интуиционистского направления в эволюции математики. Аргументируется, что отдельные идеи и предпосылки интуиционистского обоснования математики встречаются на разных этапах развития математического знания, в учениях многих математиков. К ним мы можем отнести математическую школу пифагорейцев, в которой считалось возможным приведение всех связей между вещами к числу, а построение числа представляло собой процесс прибавления единицы, начиная с первого члена арифметического ряда. Связь чисел с точками пространства приводила к первичному конструктивному построению «треугольных», «квадратных», «пятиугольных» чисел. Идеи античного ученого Протагора о необходимости отказа в математических построениях и умозаключениях от абстракций любого рода имеют некоторое сходство с воззрениями интуиционистов на определение фундаментальных понятий и отношений в математике.

Поставленные в апориях Зенона вопросы об основаниях математики во многом определили точку зрения Евдокса Книдского на понятие бесконечного в математике. Она совпадала с позицией интуиционистов в смысле невозможности использования актуальной бесконечности в математических вычислениях. Построенный на основе этих взглядов метод исчерпывания, предполагающий возможность получения любой величины путем последовательного деления величины исходной, также имеет сходство с конструктивным построением интуиционистов.

Предпосылки интуиционистских взглядов встречаются в «Началах» Евклида. Подтверждением этому служит соответствие принципов доказательств, применяемых в «Началах», принципам конструктивного построения, определяемых Брауэром и его последователями в своей программе, то есть требованию указания пути построения однозначно определяемого конструктивного объекта с определенным свойством.

В средневековье предпосылки интуиционизма встречаются в творчестве Т. Брадвардина, где ученый проводит анализ понятий актуальной и потенциальной бесконечности в пользу последней, а также определяет время как континуум, измеряющий следование, что совпадает с интуиционистскими взглядами на сущность времени как основы математики. Дж. Валлис в своих работах предполагал первичность арифметики перед геометрией в математическом познании, указывая на необходимость выражения алгебраических понятий с помощью арифметики, что также совпадает с установками интуиционистской программы.

В трудах Г. Галилея также имеются положения, позволяющие относить его к предтечам интуиционистского подхода. Приведя во взаимнооднозначное соответствие счетное бесконечное множество и бесконечную часть того же множества, он приходит к выводу о невозможности определения равенства, а также больших и меньших величин в случае, когда в математических построениях используется актуальная бесконечность.

В работах Л. Эйлера по аналогии с интуиционистской точкой зрения указывается, что принятие актуальной бесконечности приводит к парадоксу, когда определяется количество, не обладающее свойством дальнейшего увеличения. Такое предположение противоречит сущности понятия количества и его фундаментальному свойству – возможности дальнейшего приращения. Аналогичное отношение к феномену актуальной бесконечности высказывали и великие математики К.Ф. Гаусс и Ж.Л. Лагранж, считающие актуальную бесконечность отвлеченной от каких-либо образов, что делает невозможным приписывание ей каких-либо свойств. Кроме того, К.Ф. Гаусс, основываясь на результатах Н.И. Лобачевского и Ф.В. Больяи по разработке неевклидовых систем геометрии, как и интуиционисты, исключал геометрию из фундаментальных составляющих математики, предполагал ее вторичность по отношению к арифметике.

В качестве предпосылок интуиционистского подхода к обоснованию математики в параграфе отмечаются также работы А. Пуанкаре, содержащие близкие интуиционистам взгляды на природу и сущность оснований математики. Французский ученый приходит к выводу о необходимости исключения геометрии из фундамента математики, поскольку эта область усложняется метафизическими вопросами о природе и происхождении понятия пространства. Кроме того, Пуанкаре утверждает, что построения, проводимые математиком при создании математических теорий, имеют вид определенных «конструкций». Его подход соответствует интуиционистским требованиям конструктивности и однозначной определенности на каждом этапе математического построения. Также к предпосылкам интуиционизма относится последовательная критика логицистской программы обоснования математики, присутствующая в работах Пуанкаре.

В параграфе выявляются предпосылки интуиционистского подхода к решению проблем, относящихся к области оснований математики. К таким предпосылкам можно отнести определение первичности арифметики в фундаменте математического знания, а также необходимость исключения актуальной бесконечности из математики и требование конструктивности на всех этапах построения математических теорий. Таким образом, в этой части работы раскрываются предпосылки интуиционизма, выявляющие его историческая обусловленность развитием математики, обусловленность эволюцией взглядов на природу исходных математических объектов и понятий, развитием методов построения математических теорий.

В третьем параграфе первой главы «Историко-философские предпосылки интуиционистского истолкования природы математики» выявляются предпосылки интуиционизма в истории философского знания. Обосновывается, что идейные истоки интуиционистского истолкования природы математики содержатся в учениях и работах различных философов, начиная с античности.

В парадоксах Зенона Элейского содержатся первые предпосылки интуиционистского подхода к определению непрерывного и бесконечного. Принятые им положения относительно статуса бесконечности в математике впоследствии стали фундаментальными в интуиционизме Брауэра при критике оснований классического математического знания.

Сходные с интуиционизмом идеи и даже прямые предпосылки программы Брауэра обнаруживаются в трудах Аристотеля. К таким идеям и предпосылкам относится сходное с интуиционистами понимание континуума, как среды свободного становления, а также прямая критика Аристотелем закона исключенного третьего, применяемого для неопределенных событий в будущем, то есть в отношении актуальной бесконечности. Также к предпосылкам брауэровской программы относится созданная Аристотелем теория силлогизма, фундамент построения которой имеет лингвистический, а не математический характер, что соответствует точке зрения интуиционистов на сущность и природу логики.

В эпоху Нового времени к предпосылкам интуиционизма относятся воззрения Ф. Бэкона, определившего несовершенство языкового аппарата, используемого учеными, в качестве одного из основных препятствий развития науки. Такая точка зрения, принятая в интуиционизме, позволила Брауэру и его последователям определить логику как область, в которой не исключены ошибки, поскольку она, по мнению интуиционистов, имеет непосредственную связь с языком и возможными неточностями в нем при передаче информации.

Важные предпосылки программы Л.Э.Я. Брауэра обнаруживаются в работах Р. Декарта, который предполагал исключить рассуждения о бесконечном из науки, заменив их рассуждением о не имеющих границ сущностях. Декарт предлагает рассматривать не бесконечные, а беспредельные объекты и отношения, считая количественную делимость беспредельной, что вполне соотносится с требованием интуиционистов об исключении актуальной бесконечности из математики. Декарт также приходит к выводу о необходимости исследования действующих причин созданных вещей, что соответствует Брауэровскому методу познания мира, посредством изучения причинных последовательностей явлений. Задолго до Брауэра Декарт предложил считать истинными те утверждения и результаты, которые воспринимаются человеком непосредственно, а ошибки размышления над очевидными образами и сущностями приписывал, как и Ф. Бэкон, неточностям, возникающим при использовании языка.

Некоторые философские предпосылки интуиционизма содержатся в предпринятой Г.В. Лейбницем попытке построения универсальной характеристики. Указанный математиком метод построения исчисления в дальнейшем оказался одной из основных движущих сил в развитии математического знания. При этом в качестве первичных, фундаментальных основ при построении всей теории универсальной характеристики Лейбницем было определено число и арифметические действия с числами. Кроме того, наряду с важным опытным научным познанием, Лейбниц указывает специальный тип познания – адекватное интуитивное познание. Такой тип познания наиболее характерен для математики и является неотъемлемым при восприятии первичных понятий и терминов, на основе которых возможно построение любой научной теории. Аналогичной точки зрения на природу первичных положений математики впоследствии придерживались интуиционисты, считавшие интуитивное восприятие сменяющихся моментов времени основанием натурального ряда и арифметики. Арифметика, в свою очередь, трактовалась Брауэром как фундамент всего математического знания.

Значительное влияние на философские аспекты интуиционистского направления оказали идеи И. Канта, считавшего время и пространство фундаментальными типами созерцания и восприятия человеком действительности, представляющими основу для всего математического знания. Несмотря на неприятие точки зрения Канта о статусе пространственной компоненты познания, Л.Э.Я. Брауэр полностью солидарен с философом в определении роли интуиции времени, как фундамента для построения арифметической составляющей математического знания. Как и интуиционисты, основой арифметики Кант называет процесс мысленного прибавления единиц во времени, что приводит к построению натурального ряда, а на его основе всей математики. Значительное влияние на методологию интуиционизма оказало приводимое Кантом определение конструктивного мысленного построения математических объектов, практически без изменений принятое Брауэром. Помимо этого, бесконечность определяется Кантом как потенциальная возможность прибавления еще одного компонента при измерении количества, что является предпосылкой введения в математику понятия свободно становящейся последовательности и полностью совпадает с определением потенциальной бесконечности, единственно возможной в интуиционизме.

В трудах И.Г. Фихте также содержатся отдельные философские предпосылки интуиционистского подхода к обоснованию математики. Фихте доказывает, что не только сами понятия математики, но также все свойства этих понятий нам изначально известны и даны непосредственно в интуиции. Это определяет в человеке возможность мысленного конструирования интуитивно воспринимаемых объектов, что аналогично идее конструктивного построения математики в интуиционизме, на основе интуитивной очевидности правильного результата на каждом этапе построения.

Присутствие философских предпосылок интуиционизма обнаруживается в феноменологии Э. Гуссерля, что подтверждается в трудах самих представителей интуиционизма. Построение научной картины мира предполагается Гуссерлем возможным вследствие свойственной человеческому разуму способности к рациональному познанию, и благодаря присутствию в разуме интеллектуальной интуиции. Последняя представляет собой схожую с брауэровской логико-математическую интуицию, которая позволяет воспринимать самоочевидные, первичные объекты и истины, необходимые для дальнейшего построения всего научного знания, в том числе математики.

Таким образом, в данном параграфе определяются философские предпосылки интуиционизма в истории философии. Их наличие подтверждается присутствием в различных философских программах указаний на составляющую математического знания, связанную со способностью человека определять непосредственные, первичные математические объекты и отношения, служащие фундаментом для построения математики. В параграфе обосновывается, что интуиционистский подход к определению исходных, первичных понятий фундамента математического знания обусловлен не только развитием математики, но зависит также от генезиса философских взглядов на ее основания.

Вторая глава «Онто-гносеологические установки интуиционистского истолкования арифметической, логической и геометрической составляющих математики»

В первом параграфе второй главы «Специфика интуиционистского истолкования арифметики. Явные и имплицитные установки интуиционизма» рассматривается проблема связи базисных арифметических понятий с действительностью и процессом познания в интуиционистской трактовке, а также проблема значимости арифметической компоненты для онтологического и гносеологического обоснования математики.

В данной части исследования выявляются установки и принципы, которые ложатся в фундамент программы интуиционизма и служат основой для традиционного истолкования значимости философских аспектов этого течения. В параграфе анализируются высказывания Брауэра о статусе арифметической составляющей в основаниях математики, его утверждения о единственности арифметической компоненты, как фундаментальной области при построении всей математики. Так, давая определение математического знания в работах «Intuitionism and formalism» и «Consciousness, Philosophy and Mathematics», Брауэр говорит, что интуиция дву-единства, основанная на разделении событий во времени на предшествующие и последующие, создает в мышлении человека натуральный ряд чисел. Далее на основе понятия натурального ряда разум человека имеет возможность построения арифметики, а на ее фундаменте и всей математики.

Обнаруживаются подтверждения этой позиции у других представителей интуиционизма. А. Гейтинг, аналогично Брауэру, считает первичным непосредственно воспринимаемым понятием в математике процесс счета чисел, основанный на восприятии разделенных во времени сущностей. Таких же взглядов придерживается в своих рассуждениях и Г. Вейль. Способность восприятия разумом человека течения времени определяется им в качестве фундамента построения натурального ряда, на основании которого интуиционисты создают теорию континуума, представленного в виде среды свободного становления.

В этой части работы рассматриваются также традиционно трактуемые представления Брауэра и его последователей о связи арифметической составляющей математики с действительностью и процессом познания. Так Брауэр указывает, что сознание человека изначально не имеет связи с опытным познанием, ощущениями и окружающей действительностью, но уже содержит возможность восприятия последовательностей разделенных моментов времени, что позволяет отделить математику от опытного познания. А. Гейтинг и Г. Вейль в своих трудах также признают априорный характер арифметики, изначальное присутствие ее первичных понятий и связей в разуме человека, и независимость их от объективной действительности.

В параграфе предлагается авторская интерпретация вышеуказанных вопросов, реконструирующая явные и имплицитные установки интуиционизма. В частности, в отношении арифметической составляющей математики признается, что данная компонента выступает неотъемлемой частью оснований математического знания, утверждается ее фундаментальность, сущностная значимость. Помимо этого аргументируется, что в содержательных составляющих программы интуиционизма арифметика неявно интерпретируется не только как априорно заданная в разуме форма познания, но и как имеющая связь с объективной действительностью компонента. Кроме того, обосновывается недостаточность одной лишь арифметики в качестве основания всего фундамента математики. Эти положения подтверждаются исследованием содержательной части программы интуиционизма, анализом способов введения и истолкования арифметического раздела математики, его базисных понятий и положений. Так, установлено, что в содержательной части концепции Брауэра наука в целом характеризуется как процесс выявления последовательностей причинного характера. При этом идеальным типом научного познания Брауэр называет математику, а источником математического знания определяет восприятие человеком последовательностей событий, происходящих во времени. В итоге, возникает противоречие, вызванное исключением интуиционистами логической категории причинности из фундамента математического знания, представляющего собой эталон науки, построение которой без рассмотрения причинных последовательностей невозможно.

Таким образом, в данной части работы обосновывается, что арифметическая составляющая математики в отношении к математическому знанию имеет фундаментальный статус неотъемлемой компоненты. В онто-гносеологическом отношении арифметика, на основе анализа и реконструкции концепций интуиционизма, может быть интерпретирована как априорно заданное в разуме человека абстрактное отражение универсальных законов действительности.

Во втором параграфе второй главы «Проблема соотношения логики и математики в интуиционизме. Связь логических объектов и истин с действительностью и процессом познания» проводится анализ программы интуиционизма на предмет выявления связи исходных понятий логики с действительностью и процессом познания. Также параграф включает аргументацию значимости логической составляющей при онто-гносеологическом обосновании математики, ее фундаментальности для математики в методологическом отношении.

В данном параграфе представлены основные позиции интуиционистской программы, отражающие критику классической математической логики Брауэром и его последователями. Как известно, Брауэр определяет логику как вторичную по отношению к арифметике и всей математике компоненту, которая основой своей имеет размышления о конечных сущностях, но неправомерно применяется в исследованиях бесконечного. Основоположник интуиционизма предполагает значительную связь между логикой и языком, вследствие чего неизбежные ошибки, возникающие при употреблении языка, включены в структуру самой логики. На основании таких рассуждений Брауэр приходит к выводу о необходимости отказа от использования закона исключенного третьего при исследовании в математике объектов и понятий, связанных с бесконечным. Математик предполагает возможность существования большого количества различных логик, адаптированных для решения конкретных научных задач. В целом, логика, как считает Брауэр, не может претендовать на фундаментальный статус и неограниченное использование в математике только на основании того, что ее результаты являются верными в большинстве случаев применения.

Аналогичная точка зрения в отношении логики высказывается А. Гейтингом, который предполагает, что конструктивная математика должна использовать новую логику. Недостатком классической логики ученый видит ее неадаптированность к математическим исследованиям, в которых присутствует понятие бесконечности. При этом, однако, Гейтинг утверждает, что выводы классической математической логики должны иметь статус математических теорем наиболее общего характера. Очевидно, что это противоречит установке интуиционизма о вторичности логики по отношению к математике, о ее конвенциональности. Г. Вейль предполагает возможность разделения математической логики на две составляющие, одна из которых будет лишена трансфинитных высказываний «все» и «существует» и сможет применяться в конструктивных построениях. Он также настаивает на неприменимости закона исключенного третьего для интуиционистских построений, аргументируя это различным пониманием природы бесконечности в интуиционистской и классической математиках.

Данный раздел работы содержит описание воззрений интуиционистов на связь логической составляющей математики с процессом познания и объективной действительностью. В частности выясняется, что представления Брауэра состоят в том, что логика в разуме мыслящего субъекта зарождается только на этапе, следующим за построением отдельных математических объектов, этапе, когда для описания этих объектов требуется язык, непосредственное отношение к которому логика и имеет. В отношении онтологии, Брауэр приходит к выводу об отсутствии связи между логикой в ее классическом понимании и жизненным опытом человека, но допускает возможность создания логик различного рода, с целью их применения для решения различных вопросов, возникающих в отдельных научных областях.

В параграфе осуществляется авторская трактовка поставленных ранее вопросов о сущностном статусе логики на основе анализа работ Л.Э.Я. Брауэра и его последователей. С опорой на исследование содержательного введения и истолкования базисных понятий и положений логики в интуиционизме, а также на основе собственных аргументов автора, обращения к современному положению дел в науке и философии математики, делается вывод о фундаментальности логической составляющей, ее равнозначности с арифметической составляющей в основаниях математики. Обосновывается объективный характер логики в ее отношении к действительности, и, одновременно, ее априорность.

В данном разделе диссертационного исследования приводится подтверждение важности и актуальности интуиционистского подхода к определению логической составляющей математики. Выявляется, что заслуга Брауэра и его последователей состоит в выдвижении комплекса новых требований к этой компоненте математического знания, что в дальнейшем привело к созданию неклассических логических теорий. Наряду с этим, аргументируется ошибочность трактовки представителями интуиционизма самого факта создания неклассических логических систем, неправомерность рассмотрения Брауэром и его последователями этого события как подтверждения необходимости пересмотра статуса логики в фундаменте математики, утверждения за ней статуса конвенциональной, вторичной по отношению к математике компоненты. В параграфе приводится аргументация того, что возникновение альтернативных ветвей логики не опровергает фундаментальный статус этой компоненты в основаниях математики. Обосновывается, что неклассические версии логики лишь дополняют классическую, и позволяют, тем самым, более полно описывать процессы и события действительности.

В параграфе было выявлено, что привлечение в математику логик, кардинально отличающихся от классической, оказалось неприемлемым для самих интуиционистов, подтверждением чему служит критика А. Гейтингом логической системы без отрицания, которую попытался построить Г.Ф.К. Грисс. Также было определено, что позиция Г. Вейля в отношении логики как фундаментальной компоненты математики неоднозначна, поскольку он, предлагая разделение классической логики на две составляющие, одна из которых будет приемлема для интуиционизма, критикует при этом отказ интуиционистов от использования элементарных принципов логики. В своих работах Вейль предполагает наличие в фундаменте классической логики оснований, которые непосредственно связаны со способностью человека заниматься математикой, что не позволяет определять логику как вторичную по отношению к арифметике компоненту, а указывает на их равнозначность и необходимость для методологического и онто-гносеологического обоснования математики.

Таким образом, в данном параграфе приводится аргументация фундаментальности логической компоненты для оснований математики, самостоятельная значимость и неотъемлемость логики, наряду с другими составляющими, для построения математического знания. Обосновывается также, что с онто-гносеологической точки зрения исходные логические принципы могут характеризоваться как априорно заданные в разуме человека объективные отношения, отражающие определенные свойства действительности.

Третий параграф второй главы «Геометрические объекты и истины, их связь с действительностью и процессом познания в интуиционистской трактовке оснований математики» посвящен исследованию исходных понятий и отношений геометрии в интуиционистской трактовке, с целью выявления онтологического статуса этой компоненты математики и ее связи с процессом познания.

В данной части исследования рассматривается сформулированный Брауэром подход к определению сущности геометрии как составляющей математики, полностью основанной на арифметике и не имеющей собственных фундаментальных исходных законов и принципов. В качестве одного из подтверждений своей точки зрения Брауэр приводит построенный Декартом метод координат, позволяющий пространственные объекты и отношения выражать числами. Помимо этого, основоположник интуиционизма подвергает критике точку зрения И. Канта, считавшего невозможным построение фундамента математики без привлечения понятия пространства. По аналогии с логической составляющей, Брауэр утверждает возможность существования множества различных геометрических систем, адаптированных для решения конкретных задач, или просто кажущихся более удобными для математика. Подтверждением своих убеждений голландский математик считает создание неевклидовых геометрий, которые существуют в математической науке наряду с Евклидовой системой и успешно используются в практической деятельности. Также подтверждение брауэровского подхода к статусу геометрической компоненты в математике обнаруживается у Г. Вейля, который в работе «О философии математики» приводит пример представления геометрии как структуры, построенной на арифметической основе. Помимо этого, на примере аналитической геометрии Вейль показывает, что она является только одним из способов изложения линейной алгебры.

В параграфе исследуются воззрения интуиционистов на связь геометрии с действительностью и процессом познания. В частности, утверждение Брауэра, что человек получает опыт вне связи с математикой и вне какой-либо пространственной концепции. На основании этого основатель интуиционизма предполагает возможным для разума человека в любой момент абстрагироваться от Евклидовой геометрии и использовать другую геометрическую схему, связывая с ней свой опыт. Относительно связи геометрии с объективной реальностью он утверждает, что однозначное отождествление этой компоненты с миром объектов имело место и считалось неопровержимым только до момента построения исключительно в разуме человека неопровержимых неевклидовых систем, по функциональности сопоставимых с геометрией Евклида.

Далее в параграфе представлена авторская интерпретация статуса геометрической компоненты в основаниях математики, ее отношения к действительности и процессу познания, опирающаяся на исследование содержательных аспектов интуиционизма, анализ способов введения и истолкования базисных понятий и положений геометрии в работах Брауэра и его последователей. В процессе реконструкции были использованы авторские аргументы, приводимые с учетом современных тенденций и результатов в математике и ее философских основаниях. В этой части работы аргументируется, что геометрическая компонента является фундаментальной и должна характеризоваться как равнозначная с логической и арифметической составляющая оснований математики. По отношению к действительности первичные сущности и отношения геометрической составляющей фундамента математики должны трактоваться как наиболее абстрактное отображение возможностей существования материального мира. В отношении процесса познания геометрия, по аналогии с арифметикой и логикой, определяется в работе как априорная, изначально заданная в разуме человека.

Подтверждением вышеуказанных установок является во многом противоречивая позиция самих интуиционистов, изобилующая неоднозначными трактовками отдельных аспектов сущностного определения геометрии, а также неточными описаниями наиболее характерных ее свойств и особенностей. Так, Л.Э.Я. Брауэр, в работе «On the foundations of mathematics» высказывает противоречащие общей установке интуиционизма мысли о фундаментальной важности категории пространства в науке, а также о сравнимости этой категории по уровню объективности с категорией времени. Ученый говорит о необходимости разработки геометрического метода в различных областях математики. Кроме того, несмотря на высказанное мнение о возможности построения множества геометрических систем, Брауэр приходит к выводу о трактовке геометрии как априорной области человеческого познания и отделяет ее, как и другие компоненты математики, от мира опыта. В таких противоречивых установках прослеживается непоследовательный подход ученого к рассмотрению вопросов философского характера, относящихся к пониманию сущности математического знания. В диссертационном исследовании указывается, что неверное определение статуса геометрической компоненты было обусловлено ошибочной трактовкой Брауэром значения неевклидовых геометрий, рассматриваемых им в качестве абсолютных альтернатив евклидовой геометрии. В действительности, неевклидовы системы представляют собой частные случаи геометрии вообще, как неотъемлемой составляющей фундамента математики. Они позволили описывать процессы и объекты окружающей действительности в областях большой гравитации, при скоростях, сравнимых со световой и пр. Здесь прослеживается аналогия с логической компонентой оснований математики и ее неклассическими ответвлениями, появление которых было неправильно истолковано интуиционистами как подтверждение вторичности, конвенциональности логики. Кроме того, сам Брауэр приходит к выводу, что человеческий разум способен к интерпретации результатов опытного познания только посредством геометрической системы Евклида. Это также подтверждает сущностную значимость и самостоятельность геометрии и позволяет определять ее в качестве фундаментальной и неотъемлемой компоненты математики, служащей описанию пространственных свойств действительности.

В работе представлены утверждения о природе геометрии, встречающиеся в работах Г. Вейля и подтверждающие ее фундаментальный статус в основаниях математики. В частности, ученый утверждает, что структура пространства характеризуется набором априорных понятий и выражений, являющихся первичными для построения всех других структур геометрии. Вейль сравнивает вышеуказанные понятия геометрии с их аналогами в арифметике, косвенно подтверждая равнозначность этих компонент фундамента математики. Также значимость базисных истин и положений геометрии в бытийном и теоретико-познавательном плане подтверждается у Г. Вейля указанием на логическую и интуитивную однородность пространства, объективность свойств первичных геометрических истин для любого ученого, вне зависимости от эпохи, в которой он жил и места расположения его на поверхности планеты.

Таким образом, в данном разделе диссертации строится и аргументируется интерпретация, предполагающая закрепление за геометрической компонентой статуса фундаментальной и равнозначной с арифметической и логической компонентами части математики. Указанная интерпретация в онто-гносеологическом отношении определяет геометрическую составляющую математического знания как априорно заданную в нашем разуме, первичные объекты и истины которой имеют объективный статус, то есть отражают в наиболее абстрактной форме определенные свойства бытия.

Заключение посвящено подведению общих итогов исследования и содержит основные результаты диссертационной работы.

Основные идеи диссертации отражены в следующих публикациях:

1. Левченко А.С. К проблеме онто-гносеологического истолкования оснований арифметики в течении интуиционизма / А.С. Левченко // Вестник Оренбургского государственного университета №9(91)/сентябрь 2008 – Оренбург: Изд-во Оренбургского ун-та, 2009. – С. 10-15. (Статья, 0,5 п.л.)

2. Левченко А.С. Онтологические и гносеологические принципы истолкования логической составляющей оснований математики в интуиционизме / А.С. Левченко // Вестник Оренбургского государственного университета №7(101)/июль 2009 – Оренбург: Изд-во Оренбургского ун-та, 2009. – С. 142-149. (Статья, 0,5 п.л.)

3. Левченко А.С. Онтологические и гносеологические аспекты истолкования геометрии в программе интуиционизма / А.С. Левченко // Вестник Российского государственного гуманитарного

университета. Серия «Философия. Социология». – 2010. – №13(56). – С. 263-272. (Статья, 0,7 п.л.)

4. Л.Э.Я. Брауэр. Математика, наука и язык / пер. с сокр. А.С. Левченко // Вестник Российского государственного гуманитарного университета. Серия «Философия. Социология». – 2010. – №13(56). – С. 249-258. (Статья, 0,7 п.л.)

5. Левченко А.С. Онто-гносеологические аспекты интуиционистского истолкования логических оснований математики / А.С. Левченко // Проблемы онто-гносеологического обоснования математических и естественных наук / под общ. ред. Е.И. Арепьева; Курск. гос. ун-т. – Курск, 2008. –С. 185 – 195. (Статья, 0,6 п.л.)

6. Левченко А.С. Онто-гносеологические аспекты интуиционистского истолкования арифметики / А.С. Левченко // Проблемы онто-гносеологического обоснования математических и естественных наук №2– Курск. гос. ун-т. – Курск, 2009. – С. 71-81. (Статья, 0,5 п.л.)

7. Левченко А.С. Об историческом генезисе математической логики и ее взаимодействии с философией и математикой / А.С. Левченко // Философия математики: актуальные проблемы. Материалы Международной научной конференции 15-16 июня 2007. – М., Изд. Савин С.А., 2007. – С. 414-415. (Тезисы, 0,1 п.л.)

8. Левченко А.С. О новом подходе к исследованию онтологических и гносеологических установок интуициоистского обоснования математики / А.С. Левченко // Философия математики: актуальные проблемы: Тезисы Второй международной научной конференции; 28-30 МАЯ 2009. – М.: МАКС ПРЕСС, 2009. – С. 28 – 30. (Тезисы, 0,2 п.л.)

Подп. к печ. 04.02.2011 Объем 1,25 п.л. Заказ № 21 Тир 100 экз.
Типография МПГУ