

На правах рукописи



ФЕДОРОВ Юрий Валентинович

**АКУСТИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ В ДВУХФАЗНЫХ
ПОЛИДИСПЕРСНЫХ СРЕДАХ С ФАЗОВЫМИ ПЕРЕХОДАМИ**

01.02.05 – Механика жидкости, газа и плазмы

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Казань – 2016

Работа выполнена в ФГБУН Института механики и машиностроения
Казанского научного центра РАН

Научный руководитель:

Губайдуллин Дамир Анварович
доктор физико-математических наук, член-
корреспондент РАН,
ФГБУН Институт механики и
машиностроения КазНЦ РАН

Официальные оппоненты:

Гималтдинов Ильяс Кадиорович
доктор физико-математических наук,
профессор кафедры физики ФГБОУ ВО
Уфимский государственный нефтяной
технический университет

Зарипов Шамиль Хузеевич

доктор физико-математических наук,
профессор, зав. кафедрой моделирования
экологических систем Института экологии и
природопользования Казанского
(Приволжского) федерального университета

Ведущая организация:

ФГБУН Институт механики имени
Р.Р. Мавлютова УНЦ РАН, г. Уфа

Защита состоится «30» июня 2016 г. в 16 ч. 00 мин. на заседании диссертационного совета Д 212.081.11 при ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный университет» по адресу: 420008, г. Казань, ул. Кремлевская, 18

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Казанского (Приволжского) федерального университета. Электронная версия размещена на официальном сайте Казанского (Приволжского) федерального университета (<http://www.kpfu.ru>).

Автореферат разослан «___» мая 2016 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,

к.ф.-м.н., доцент



Саченков А.А.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. Решение задач механики многофазных сред актуально в связи с широким распространением таких систем в природе и их использованием в технологических процессах. Многофазные среды, как правило, образованы смесями жидкости, газа или пара, твердых частиц и встречаются как газовзвеси, пузырьковые жидкости, паро- или газожидкостные потоки. Широко распространенными процессами в многофазных средах являются волновые процессы. В действительности гетерогенные среды являются полидисперсными, и при описании распространения волн в этих средах следует учитывать реальное распределение диспергированных включений по размерам, а также межфазный обмен массой, импульсом и теплом. Знание характерных параметров многофазных смесей и закономерностей распространения в них волн позволяет предсказывать их поведение в различных практически важных ситуациях, проводить расчеты режимов работы разных устройств, аппаратов и установок современной техники. Также знания акустических свойств дисперсных смесей позволяют исследовать различные образцы на наличие включений и делать вывод об их размерах и объемном содержании.

Исследованием волновой динамики газовзвесей или пузырьковой жидкости занимались многие ученые, среди них Р.И. Нигматулин, С.С. Кутателадзе, В.Е. Накоряков, А.И. Ивандаев, Н.С. Хабеев, И.Ш. Ахатов, Н.А. Гумеров, S. Temkin, A. Prosperetti, Б.Г. Покусаев, А.Г. Кутушев, А.А. Губайдуллин, Д.А. Губайдуллин, И.К. Гималтдинов, В.Ш. Шагапов, С.Ф. Урманчеев и другие. Однако, несмотря на ряд опубликованных работ, распространение акустических волн в парогазовых смесях с каплями и частицами, а также в двухфракционной смеси жидкости с парогазовыми и газовыми пузырьками разных сортов без учета и с учетом фазовых превращений изучено недостаточно. А именно, не исследовано влияние полидисперсности включений в каждой фракции на динамику акустических волн. В настоящей работе приводится решение данных задач. Полученные теоретические результаты могут быть использованы для развития более общих теорий, при обработке

экспериментальных данных, а также при разработке методов акустической диагностики.

Целью настоящей диссертации является теоретическое изучение распространения акустических возмущений в двухфракционных парогазовых смесях с каплями и частицами, а также в двухфракционных пузырьковых жидкостях при наличии фазовых превращений с учетом непрерывного распределения включений каждой фракции по размерам.

Научная новизна. В диссертации впервые теоретически изучена динамика акустических возмущений в парогазовых смесях с полидисперсными каплями и полидисперсными частицами и в двухфракционных полидисперсных пузырьковых жидкостях при наличии фазовых превращений. Выведены соответствующие дисперсионные соотношения, определяющие динамику волн малой амплитуды в указанных средах. Выполнен анализ влияния полидисперсности включений, основных параметров дисперсных смесей на дисперсию и диссипацию акустических волн.

Обоснованность и достоверность. Полученные результаты основаны на фундаментальных законах и уравнениях механики сплошных гетерогенных сред, а также физически естественных допущениях. Результаты в частных случаях хорошо согласуются с теоретическими и экспериментальными данными других авторов.

Теоретическая и практическая значимость. Полученные результаты расширяют и углубляют теоретические знания о волновых процессах в дисперсных системах и имеют широкий спектр приложения на практике. Результаты и выводы исследований акустических свойств парогазовых смесей с полидисперсными каплями и полидисперсными частицами и смесей жидкости с полидисперсными парогазовыми и газовыми пузырьками могут быть использованы при развитии методов акустической диагностики двухфазных смесей и контроля протекающих в них процессов.

Диссертационная работа выполнена в соответствии с научным планом Института механики и машиностроения КазНЦ РАН, при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 10-01-0098, № 13-01-00135), в рамках программы Президиума РАН № 21П, № 23П, при

содействии Совета по грантам Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых и ведущих научных школ РФ (гранты МК-1316.2010.1, МК-4294.2013.1, МК-2244.2014.1 и грант НШ-834.2012.1), при поддержке Министерства образования и науки РФ (государственные контракты № 14.740.11.0351, № 14.В37.21.0644), РФФИ (15-11-10016).

Положения, выносимые на защиту.

- Математические модели, описывающие распространение акустических волн в двухфракционных парогазовых смесях с каплями и частицами, а также в двухфракционных пузырьковых жидкостях с учетом полидисперсности включений в каждой фракции.
- Дисперсионные соотношения, определяющие распространение акустических возмущений в двухфракционных парогазовых смесях с полидисперсными каплями и частицами, а также в двухфракционных смесях жидкости с полидисперсными парогазовыми и газовыми пузырьками.
- Низкочастотные и высокочастотные асимптотики коэффициента затухания и фазовой скорости.
- Закономерности распространения акустических волн в парогазовых смесях с полидисперсными каплями и частицами, а также в двухфракционных смесях жидкости с полидисперсными парогазовыми и газовыми пузырьками.

Апробация работы. Основные результаты, полученные в диссертации, докладывались и обсуждались на следующих научных конференциях и школах: Международная школа молодых ученых «Механика неоднородных жидкостей в полях внешних сил. Вихри и волны» (г. Москва, 2011), Итоговая конференция КазНЦ РАН (г. Казань, 2012-2014), Всероссийская школа-семинар молодых ученых и специалистов ак. РАН В.Е. Алемасова «Проблемы теплообмена и гидродинамики в энергомашиностроении» (г. Казань, 2012, 2014), V Российская конференция с международным участием «Многофазные системы: теория и приложения» (г. Уфа, 2012), Всероссийская научная школа молодых ученых «Волны и вихри в сложных средах» (г. Москва, 2012), 4-ая и

5-ая международная научная школа молодых ученых «Волны и вихри в сложных средах» (г. Москва, 2013, 2014), European Aerosol Conference (Prague, 2013), VII Всероссийская конференция «Актуальные проблемы прикладной математики и механики» (г. Абрау-Дюрсо, 2014), X международная конференция по неравновесным процессам в соплах и струях (Крым, Алушта, 2014), Всероссийская научная конференция «Обратные краевые задачи и их приложения» (г. Казань, 2014), 6-ая международная научная школа молодых ученых «Волны и вихри в сложных средах» (г. Калининград, 2015), XI всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (г. Казань, 2015), международная конференция «Тепломассообмен и гидродинамика в закрученных потоках» (г. Казань, 2015).

Публикации.

Основные результаты диссертации опубликованы в 22 работах, 8 из которых – в изданиях из перечня ВАК, список которых приведен в конце автореферата.

Личный вклад автора состоит в проведении основного объема описанных в работе теоретических исследований, анализе полученных результатов, подготовке, написании и оформлении публикаций. Научный руководитель Д.А. Губайдуллин определял цели исследований, участвовал в интерпретации полученных результатов. Р.И. Нигматулин принял участие в анализе результатов расчетов динамики акустической волны в смеси жидкости с полидисперсными пузырьками газа.

Объем и структура работы. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Общий объем диссертации составляет 124 страницы, в том числе 45 рисунков и 1 таблица. Список литературы состоит из 130 наименований. В заключении сформулированы основные результаты работы.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность темы диссертации, формулируется цель работы, излагается ее краткое содержание, и приводятся положения, выносимые на защиту.

В первой главе дан краткий обзор опубликованных теоретических и экспериментальных работ по теме диссертации. Обсуждены основные особенности распространения слабых монохроматических и импульсных возмущений в парогасокапельных смесях с частицами. Рассмотрены результаты работ, посвященные исследованию распространения возмущений в пузырьковых жидкостях.

Во второй главе исследовано распространение акустических волн в двухфракционных парогасовых смесях с каплями и частицами с учетом полидисперсности включений в каждой фракции.

Система линейных интегро-дифференциальных уравнений возмущенного движения данной смеси имеет вид [1], обобщенный на случай дополнительной фракции полидисперсных твердых частиц

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho'_i}{\partial t} + \rho_{i0} \left(\frac{\partial v'_1}{\partial r} + \theta \frac{v'_1}{r} \right) &= -J, \quad \frac{\partial \rho'_{2a}}{\partial t} + \int_{\Delta r_a} N_0^a(r_a) g_0(r_a) \left(\frac{\partial v'_{2a}}{\partial r} + \theta \frac{v'_{2a}}{r} \right) dr_a = J, \\ \frac{\partial \rho'_{2b}}{\partial t} + \int_{\Delta r_b} N_0^b(r_b) g_0(r_b) \left(\frac{\partial v'_{2b}}{\partial r} + \theta \frac{v'_{2b}}{r} \right) dr_b &= 0, \quad (J = \int_{\Delta r_a} N_0^a(r_a) j_a dr_a, i = 1, V), \\ \rho_{10} \frac{\partial v'_1}{\partial t} + \frac{\partial p'_1}{\partial x} + \int_{\Delta r_a} N_0^a(r_a) f_a dr_a + \int_{\Delta r_b} N_0^b(r_b) f_b dr_b &= 0, \\ g_0(r_a) \frac{\partial v'_{2a}}{\partial t} = f_a, \quad g_0(r_b) \frac{\partial v'_{2b}}{\partial t} = f_b, \\ \rho_{10} c_{p1} \frac{\partial T'_1}{\partial t} - \alpha_{10} \frac{\partial p'_1}{\partial t} &= - \int_{\Delta r_a} N_0^a(r_a) q_{1a} dr_a - \int_{\Delta r_b} N_0^b(r_b) q_{1b} dr_b, \\ g_0(r_a) c_{2a} \frac{\partial T'_{2a}}{\partial t} = -q_{2a}, \quad g_0(r_b) c_{2b} \frac{\partial T'_{2b}}{\partial t} &= -q_{2b}, \\ q_{1a} + q_{2a} = -j_a l_0, \quad q_{1b} + q_{2b} &= 0, \\ p'_V = \frac{C_V^2}{\gamma_V \alpha_{10}} \rho'_V + p_{V0} \frac{T'_1}{T_{10}}, \quad p'_1 = \frac{C_1^2}{\gamma_{10} \alpha_{10}} (\rho'_1 + \Delta \bar{R} (\rho'_V - k_V \rho'_1)) &+ \frac{p_{10}}{T_{10}} T'_1, \\ g_0(r_a) = \frac{4}{3} \pi r_a^3 \rho_{2a}^\circ, \quad g_0(r_b) = \frac{4}{3} \pi r_b^3 \rho_{2b}^\circ, \quad \Delta r_a = [r_a^{\min}, r_a^{\max}], \quad \Delta r_b = [r_b^{\min}, r_b^{\max}]. \end{aligned}$$

В случае, когда фракции капель и частиц являются монодисперсными, данная система уравнений принимает вид [2].

Переменные с индексом 1 относятся к несущей фазе, с индексом 2 – к дисперсной фазе, индекс 0 соответствует начальному невозмущенному состоянию, переменные с индексом a относятся к каплям радиуса r_a , с индексом b – к частицам радиуса r_b . Индексы V и G обозначают параметры паровой и газовой компоненты несущей фазы. Здесь ρ° , ρ – истинная и средняя плотности, g_0 – масса одного включения, p_1 – давление несущей фазы, l_0 – удельная теплота парообразования, T – температура, p_V – парциальное давление пара в газовой фазе, J – суммарная интенсивность межфазного массообмена в единице объема, которая определяется диффузионным потоком пара к поверхности капли и интенсивностью конденсации или испарения на поверхности отдельной капли, f – межфазная сила, действующая на индивидуальное включение со стороны несущей фазы, v – скорость, θ – параметр, определяющий геометрию волны, c – теплоемкость, q – тепловой поток, C_1 – скорость звука, k_V – концентрация пара, N_0 – функция распределения включений по размерам.

Для замыкания системы задаются зависимости силового, теплового и массового взаимодействия фаз от частоты возмущений [3].

В результате рассмотрения решения полученной системы уравнений в виде прогрессивных волн, получена дисперсионная зависимость комплексного волнового числа $K_* = K + iK_{**}$ от частоты возмущений. Данная процедура является стандартной [1-3]. Зависимость $K_{**}(\omega)$ определяет коэффициент затухания, $C_p = \omega / K$ описывает фазовую скорость, $\sigma = 2\pi K_{**} / K$ – декремент затухания на длине волны.

На рисунке 1 показано влияние полидисперсности частиц и капель на вид зависимостей относительной скорости звука и декремента затухания на длине волны от безразмерной частоты возмущений $\Omega_{5,3} = \omega \tau_{va}^{(5,3)}$. Рассматривалась смесь воздуха с водяным паром, каплями воды и частицами песка. Массовые содержания капель воды m_a и частиц песка m_b равны 0.3. Давление смеси $p_0 = 0.1$ МПа. Кривые 1 на рисунках a и b соответствуют монодисперсным

каплям и частицам со среднеарифметическими радиусами $r_{a0} = 5.5 \cdot 10^{-5}$ м, $r_{b0} = 5.5 \cdot 10^{-7}$ м. Кривые 2, 3 соответствуют полидисперсным каплям и частицам ($10^{-5} < r_a < 10^{-4}$ м, $10^{-7} < r_b < 10^{-6}$ м) с различными функциями распределения включений по размерам:

$$2 - N_0^j(r_j) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(r_j - r_{j0})^2}{2}\right],$$

$$3 - N_0^j(r_j) = r_j^{-3}, \quad j = a, b.$$

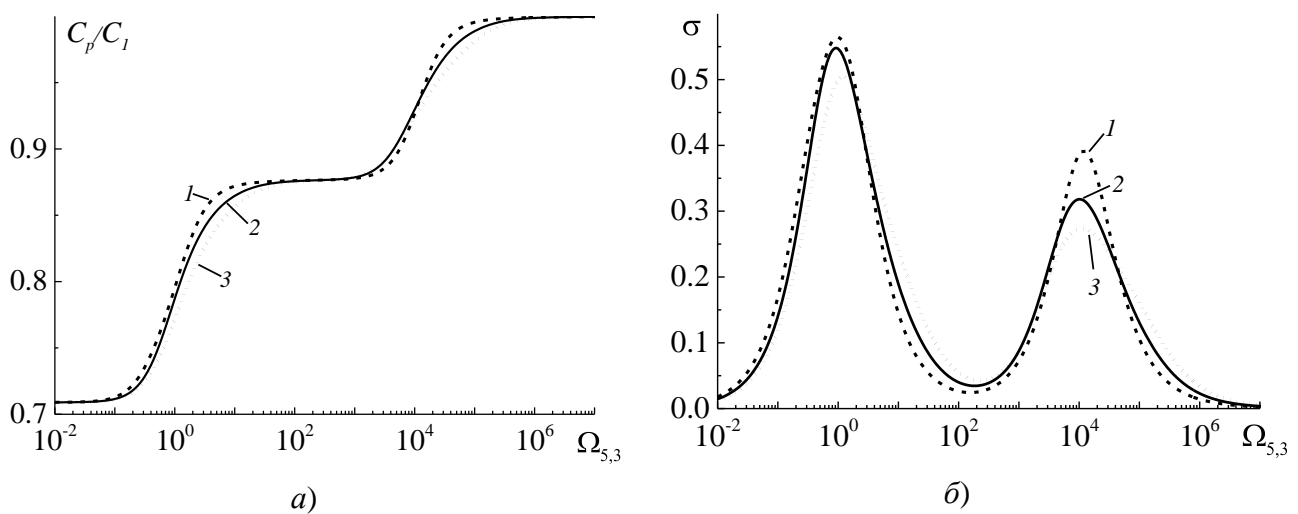


Рисунок 1. Зависимости относительной скорости звука и декремента затухания от безразмерной частоты возмущений для смеси воздуха с водяным паром, каплями воды и частицами песка.

Выделим два момента. Во-первых, наличие двух фракций полидисперсных включений в смеси приводит к возникновению двух характерных перегибов в зависимостях относительной скорости звука и появлению двух локальных максимумов в зависимостях декремента затухания на длине волны от безразмерной частоты возмущений. Похожий эффект также наблюдается, если фракции включений монодисперсные [2]. Во-вторых, учет полидисперсности включений с различными функциями распределения приводит к уменьшению максимума декремента затухания на длине волны по сравнению с максимумом декремента затухания для монодисперсных включений со среднеарифметическим размером. При этом различие функций распределения включений по размерам может существенно влиять на интенсивность затухания

акустических возмущений. Различие радиусов включений и выбор разных функций распределения не влияют на значения равновесной и замороженной скорости звука, поскольку данные величины не зависят от размеров включений, а определяются только термодинамическими параметрами смеси. Замороженная скорость звука попросту совпадает со скоростью звука в чистом газе. В целом, полидисперсность включений также оказывает влияние на зависимости фазовой скорости от безразмерной частоты возмущений.

В частном случае смеси воздуха с водяным паром и полидисперсными каплями воды установлено хорошее соответствие теоретических кривых декремента затухания с имеющимися в литературе экспериментальными данными, что подтверждает применимость математической модели к описанию акустических волн в рассматриваемых средах.

В третьей главе изучается распространение акустических возмущений в двухфракционных смесях жидкости с пузырьками разных газов с учетом полидисперсности пузырьков в каждой фракции.

Линеаризованная система интегро-дифференциальных уравнений возмущенного движения данной смеси выводится обобщением полученных ранее уравнений [4] на случай полидисперсных фракций дисперсной фазы с использованием описанной процедуры [3]. В результате рассмотрения решения полученной системы уравнений в виде прогрессивных волн, получено дисперсионное соотношение, как зависимость комплексного волнового числа K_* от частоты возмущений, определяющее динамику акустической волны в рассматриваемой среде.

На рисунке 2 представлено влияние полидисперсности пузырьков на зависимости фазовой скорости (a) и коэффициента затухания (b) от частоты возмущений для смеси воды с пузырьками воздуха и гелия. Объемное содержание пузырьков воздуха $\alpha_{20}^a = 0.005$, пузырьков гелия $\alpha_{20}^b = 0.05$, при размерах пузырьков $10^{-5} < r_a < 10^{-4}$ м, $10^{-4} < r_b < 10^{-3}$ м. Кривые 1 на рисунках a и b построены для монодисперсных пузырьков со среднеарифметическими радиусами $r_{a0} = 5.5 \cdot 10^{-5}$ м, $r_{b0} = 5.5 \cdot 10^{-4}$ м. Кривые 2, 3 соответствуют полидисперсным пузырькам с различными функциями распределения:

$$2 - N_0^j(r_j) = r_j^{-3},$$

$$3 - N_0^j(r_j) = r_j \exp(-r_j^2 / 2), \quad j = a, b.$$

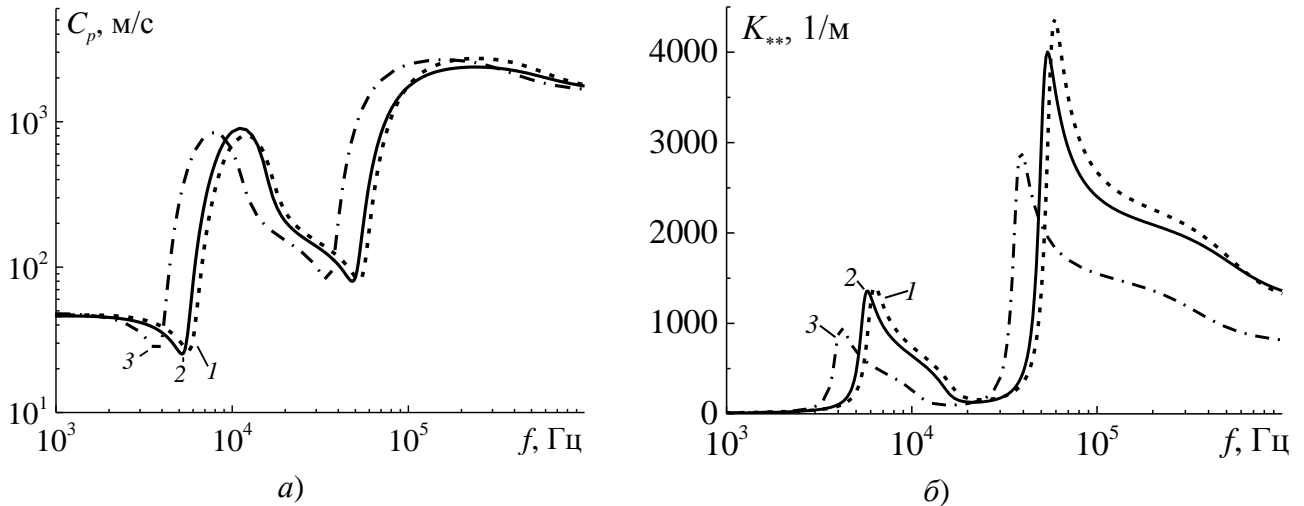


Рисунок 2. Влияние полидисперсности пузырьков на зависимости фазовой скорости (а) и линейного коэффициента затухания (б) от частоты возмущений.

Есть два момента. Во-первых, наличие двух фракций полидисперсных пузырьков приводит к возникновению двух локальных минимумов в зависимостях фазовой скорости и двух локальных максимумов в зависимостях коэффициента затухания, что связано с различием значений резонансных частот собственных колебаний пузырьков. Похожий эффект также наблюдается, если фракции пузырьков газа монодисперсные [4]. Во-вторых, учет полидисперсности пузырьков с различными функциями распределения приводит: 1) к существенному изменению положения кривой фазовой скорости относительно частоты возмущений; 2) к уменьшению максимального значения коэффициента затухания, причем различие функций распределения пузырьков по размерам существенно влияет на затухание акустических возмущений.

На рисунке 3 приведены сопоставления теоретических зависимостей коэффициента затухания от частоты возмущений с результатами экспериментов [5]. Экспериментальные данные получены при значениях: а) – $\alpha_{20}^a = 0.01$, $r_{a0} = 2.6 \cdot 10^{-3}$ м, б) – $\alpha_{20}^a = 0.0053$, $r_{a0} = 2.1 \cdot 10^{-3}$ м. При этих же значениях построены кривые 1. Как видно из рисунка 3 теоретическая кривая 1 хорошо описывает экспериментальные данные лишь при умеренных частотах, а

при высоких частотах прослеживается полное несоответствие. Было обращено внимание на то, что в реальных экспериментах достаточно сложно получить монодисперсную пузырьковую среду. Есть вероятность наличия в жидкости примеси очень мелких пузырьков и малого объемного содержания трудно определяемая оптическим методом. Для этого случая была построена кривая 2 при следующих параметрах:

$$a) - \alpha_{20}^a = 0.01, \alpha_{20}^b = 0.0002,$$

$$r_a \in [2.6 \cdot 10^{-3}, 5.6 \cdot 10^{-3}] \text{ м}, r_b \in [6.5 \cdot 10^{-4}, 8.5 \cdot 10^{-4}] \text{ м},$$

$$б) - \alpha_{20}^a = 0.0053, \alpha_{20}^b = 0.0001,$$

$$r_a \in [2.1 \cdot 10^{-3}, 4.1 \cdot 10^{-3}] \text{ м}, r_b \in [6.5 \cdot 10^{-4}, 8.5 \cdot 10^{-4}] \text{ м}.$$

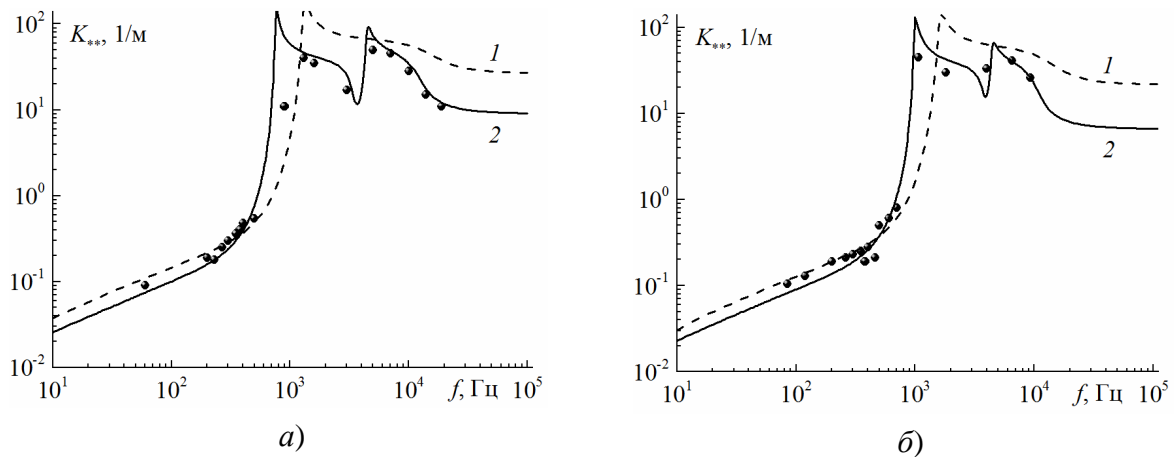


Рисунок 3. Сравнение зависимостей коэффициента затухания от частоты возмущений для смеси воды с пузырьками воздуха с экспериментальными данными [5].

Видно, что предположение о наличии в жидкости примеси более мелких пузырьков приводит к лучшему согласию теоретических и экспериментальных данных и объясняет наличие двух максимумов коэффициента затухания в эксперименте.

На рисунке 4 приведено сравнение теории с экспериментальными данными [6] для фазовой скорости и коэффициента затухания звуковых возмущений в воде с полидисперсными пузырьками воздуха. Радиус r_a пузырьков в ходе экспериментов и в расчетах изменялся в интервале от 0.58 до 0.75 мм.

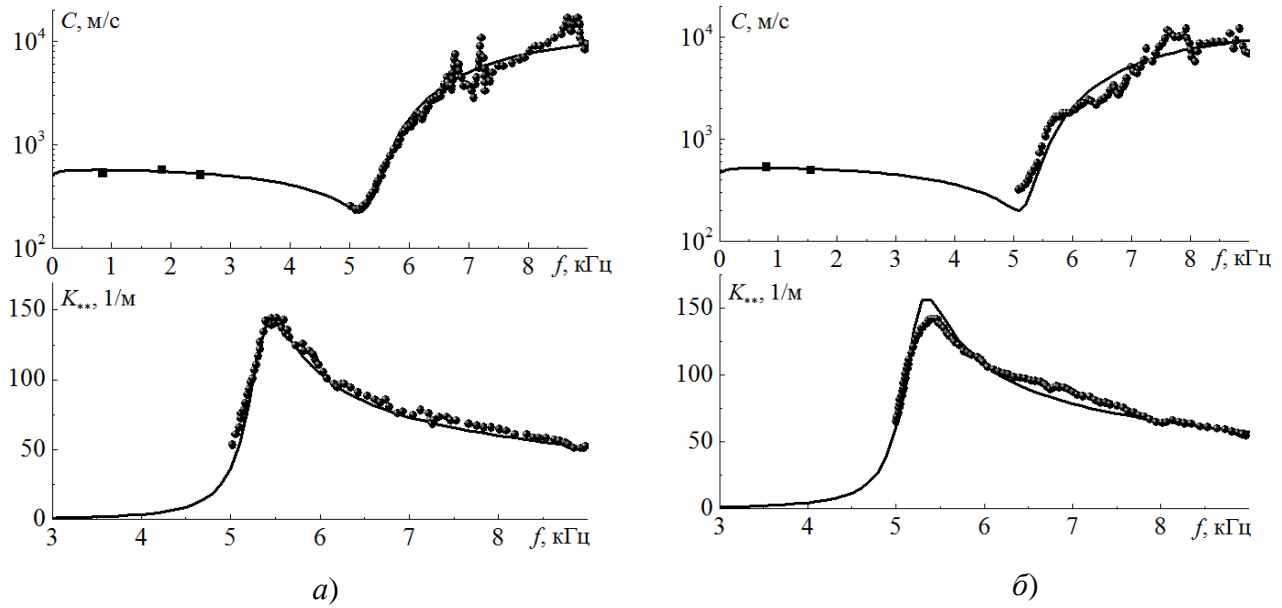


Рисунок 4. Сравнение кривых фазовой скорости и коэффициента затухания для смеси воды с пузырьками воздуха с экспериментальными данными [6]:

$a) - \alpha_{20}^a = 0.033\%$, $r_{a1} = 0.6$ мм, $s = 0.031$ мм, $b) - \alpha_{20}^a = 0.041\%$, $r_{a1} = 0.622$ мм, $s = 0.038$ мм.

Для каждой серии экспериментов авторами была определена функция распределения пузырьков по размерам с некоторыми параметрами распределения следующего вида

$$N_0^a(r_a) = \frac{1}{s\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(r_a - r_{a1})^2}{2s^2}\right], \quad r_a^{\min} < r_a < r_a^{\max}.$$

Объемное содержание пузырьков и параметры распределения получены авторами эксперимента также путем вторичных измерений, сделанных после опыта. Оказалось, что статистические данные распределения не были постоянны во времени. Они изменялись в ходе экспериментов. Несмотря на это, в целом, теоретическая модель достаточно хорошо описывает экспериментальные измерения.

На рисунке 5 приведено сравнение теории с экспериментальными данными [7] для коэффициента затухания ультразвуковых возмущений в пузырьковой смеси. Минимальный радиус пузырьков в эксперименте составлял 0.05 мм, а максимальный радиус – 0.16 мм. Размеры пузырьков изменялись по закону распределения Гаусса.

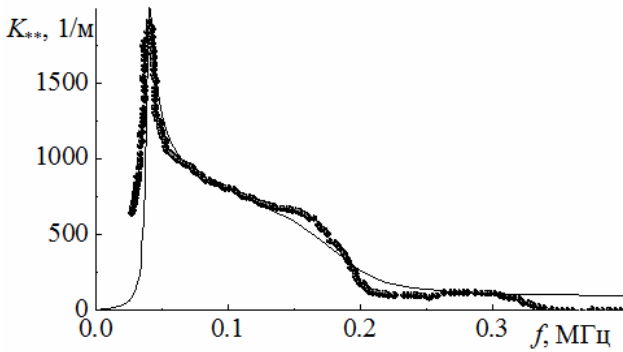


Рисунок 5. Сравнение зависимости линейного коэффициента затухания от частоты возмущений с экспериментальными данными [7].

Объемное содержание пузырьков составляло 0.15 %. Как видно из рисунка, наблюдается хорошее согласование теоретической кривой коэффициента затухания с экспериментальными данными. Таким образом, представленная математическая модель жидкости с полидисперсными пузырьками газа разных сортов пригодна для

исследования как звуковых, так и ультразвуковых возмущений.

В четвертой главе изучается распространение акустических волн в двухфракционной смеси жидкости с полидисперсными парогазовыми и газовыми пузырьками при наличии фазовых превращений.

Линеаризованная система интегро-дифференциальных уравнений возмущенного движения данной смеси выводится обобщением полученных ранее уравнений [8] на случай полидисперсных фракций дисперсной фазы. Аналогично, последним двум главам рассматривается решение полученной системы уравнений в виде прогрессивных волн. Выводится дисперсионное соотношение, описывающее динамику распространения акустических волн в двухфракционной смеси жидкости с полидисперсными парогазовыми и газовыми пузырьками.

На основе полученного дисперсионного соотношения на рисунке 6 показано влияние полидисперсности пузырьков на зависимости фазовой скорости (a) и коэффициента затухания (b) от частоты возмущений $f = \omega / 2\pi$ для смеси воды с паровоздушными пузырьками и пузырьками гелия, при объемном содержании паровоздушных пузырьков $\alpha_{20}^a = 0.001$ и пузырьков гелия $\alpha_{20}^b = 0.001$, при начальной концентрации пара $k_{V0} = 0.9$. Кривые 2, 3 построены для полидисперсной среды при значениях радиусов пузырьков $10^{-4} < r_a < 10^{-3}$ м, $10^{-5} < r_b < 10^{-4}$ м с разными функциями распределения пузырьков по размерам.

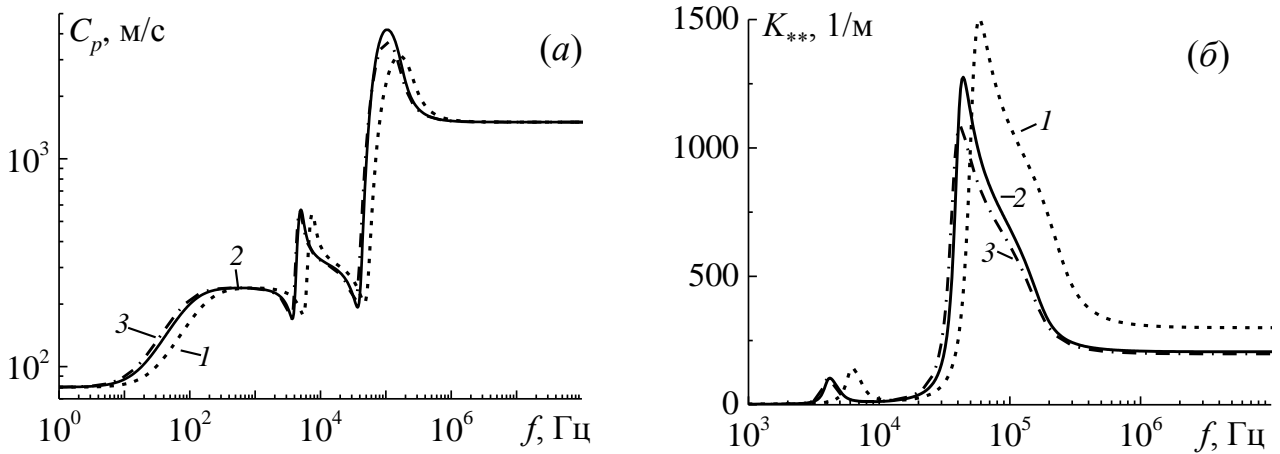


Рисунок 6. Влияние полидисперсности пузырьков на зависимости фазовой скорости (а) и линейного коэффициента затухания (б) от частоты возмущений.

Для кривой 2 функция распределения пузырьков по размерам выбрана в виде функции Гаусса

$$N_0^j(r_j) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(r_j - r_{j1})^2}{2}\right], \quad r_{j1} = \frac{r_j^{\min} + r_j^{\max}}{2},$$

а для кривой 3 в виде функции Релея

$$N_0^j(r_j) = r_j \exp\left(-\frac{r_j^2}{2}\right).$$

Кривая 1 построена для монодисперсной среды при фиксированных радиусах пузырьков $r_{a0} = (r_a^{\min} + r_a^{\max}) / 2$, $r_{b0} = (r_b^{\min} + r_b^{\max}) / 2$.

Как и в предыдущей главе, наличие двух фракций полидисперсных пузырьков приводит к возникновению двух локальных минимумов в зависимостях фазовой скорости (а) и двух локальных максимумов в зависимостях коэффициента затухания (б). Учет полидисперсности пузырьков с различными функциями распределения приводит к уменьшению максимального значения коэффициента затухания, причем различие функций распределения может также существенно оказывать влияние на интенсивность затухания акустических возмущений. Отметим, что различие радиусов пузырьков и выбор различных функций распределения не оказывают влияния на значения равновесной и замороженной скорости звука, поскольку данные величины также определяются термодинамическими параметрами смеси.

Выражение равновесной C_e скорости звука для жидкости с парогазовыми пузырьками, полученное из дисперсионного соотношения при предельном переходе частоты возмущений к нулю и при отсутствии второй фракции пузырьков, записывается следующим образом

$$\frac{1}{C_e^2} = \frac{1}{C_f^2} + \frac{\alpha_{10}\rho_{10}^\circ}{p_0} \frac{\xi_1 + \xi_2 - \xi_3}{\xi_4} \quad (1)$$

$$\xi_1 = k_{G0}m_1\alpha_{20}(ET_0 + GR_1), \quad \xi_2 = (1-G)\frac{ml_0\alpha_{20}}{c_{p1}},$$

$$\xi_3 = \frac{k_{G0}\alpha_{20}p_0m}{\rho_{20}^\circ c_{p1}} \left(\frac{R_1}{T_0} + E \right), \quad \xi_4 = \frac{ml_0}{c_{p1}} + m_1k_{G0}ET_0,$$

$$E = \frac{R_{V0}R_{G0}}{R_{20}^2}, \quad G = k_{V0}\frac{R_{V0}}{R_{20}}, \quad \Delta R = \frac{R_{V0} - R_{G0}}{R_{20}},$$

$$R_{20} = k_{V0}R_{V0} + k_{G0}R_{G0}, \quad m_1 = 1 + m\frac{c_{p2}}{c_{p1}},$$

$$R_1 = \left(\Delta R + \frac{1 - m^\circ}{k_{G0}} \right) T_0, \quad m = \frac{\alpha_{20}}{\alpha_{10}} m^\circ, \quad m^\circ = \frac{\rho_{20}^\circ}{\rho_{10}^\circ}.$$

Здесь ρ_{V0}° , ρ_{G0}° – плотности пара и газа, R_{V0} , R_{G0} – паровая и газовая постоянные, k_{V0} , k_{G0} – массовая концентрация пара и газа, индекс 1 относится к несущей фазе, индекс 2 – к дисперсной, α – объемное содержание, l_0 – удельная теплота парообразования, c_p – удельная теплоемкость, T_0 – температура, p_0 – давление.

Выражение равновесной C_e скорости звука для парожидкостной смеси, полученное из формулы (1) при предельном переходе $k_{V0} \rightarrow 1$, принимает вид [9]

$$\frac{1}{C_e^2} = \frac{1}{C_f^2} + \frac{(mp_0 - c_{p1}m_1T_0\rho_{V0}^\circ)(m^\circ - 1)\alpha_{20}\alpha_{10}\rho_{10}^\circ}{p_0l_0m\rho_{V0}^\circ}, \quad (2)$$

$$m_1 = 1 + \frac{mc_{p2}}{c_{p1}}, \quad m = \frac{\alpha_{20}}{\alpha_{10}} m^\circ, \quad m^\circ = \frac{\rho_{V0}^\circ}{\rho_{10}^\circ}, \quad \alpha_{20} + \alpha_{10} = 1.$$

В случае, когда в жидкости находятся только газовые пузырьки $k_{V0} \rightarrow 0$, равновесная скорость звука имеет известный вид [10]

$$\frac{1}{C_e^2} = \frac{1}{C_f^2} + \frac{\alpha_{20}\alpha_{10}\rho_{10}^\circ}{p_0}. \quad (3)$$

На рисунке 7 приведены зависимости равновесной скорости звука от объемного содержания для смеси воды с паровоздушными пузырьками при различных значениях начальной концентрации водяного пара.

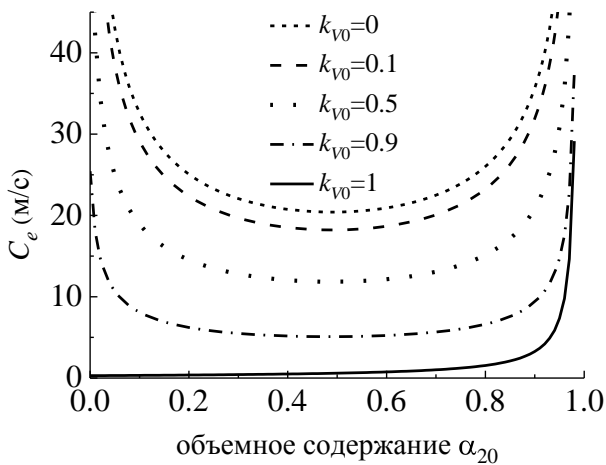


Рисунок 7. Зависимости равновесной скорости звука от объемного газо- или паросодержания при различных значениях начальной концентрации пара.

Давление смеси $p_0 = 0.1$ Мпа.

Нижняя кривая ($k_{V0} = 1$) построена по формуле (2) и соответствует паровым пузырькам, верхняя кривая ($k_{V0} = 0$) по формуле (3) и соответствует пузырькам воздуха, остальные кривые по формуле (1) и соответствуют паровоздушным пузырькам. Видно, что небольшое количество газа в парогазовых пузырьках оказывает влияние на характер кривой

равновесной скорости. Если для газовых или парогазовых пузырьков кривые равновесной скорости являются немонотонными, то для чисто паровых пузырьков наблюдается монотонно возрастающая кривая. Как представлено на рисунке 8, в частных случаях данный факт также находит свое неплохое экспериментальное подтверждение. Следует отметить, что низкочастотная скорость звука в парожидкостной среде с учетом фазовых превращений в области умеренных паросодержаний принимает довольно низкие значения и может составлять, к примеру, единицы метров в секунду, что близко к значению скорости звука Ландау.

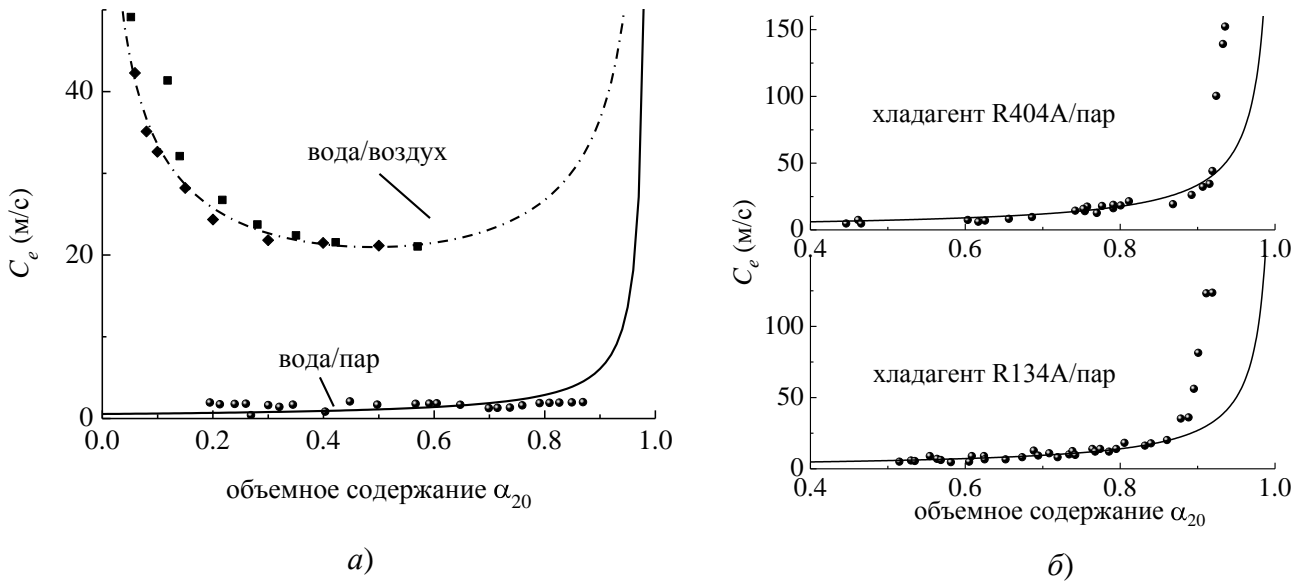


Рисунок 8. Сравнение зависимостей равновесной скорости звука от объемного газо- или паросодержания с экспериментальными данными: а) – [11], б) – [12].

Основные результаты и выводы

В данной работе развита теория распространения акустических возмущений в парогазовых смесях с полидисперсными частицами и каплями, а также в двухфракционных смесях жидкости с полидисперсными парогазовыми и газовыми пузырьками с учетом и без учета фазовых превращений. Представлены математические модели, выведены соответствующие дисперсионные соотношения, получены асимптотики коэффициента затухания и фазовой скорости на низких и высоких частотах. На основании выполненной работы сделаны следующие выводы:

1. Установлено, что учет полидисперсности дисперсной фазы в парогазовой смеси с каплями и частицами приводит, по сравнению с монодисперсными газовзвесьями, к уменьшению декремента затухания акустических возмущений на длине волны, то есть импульс возмущения давления в указанной среде затухает менее интенсивно по сравнению со средой с монодисперсными включениями.
2. Показано, что учет полидисперсности дисперсной фазы в жидкости с парогазовыми и газовыми пузырьками без учета и с учетом фазовых переходов с различными функциями распределения пузырьков по

размерам приводит к уменьшению коэффициента затухания акустических возмущений, по сравнению с монодисперсными пузырьковыми жидкостями.

3. Объяснено наличие двух максимумов для зависимости коэффициента затухания от частоты возмущений наблюдаемых в экспериментах, связанных с присутствием в смеси двух фракций полидисперсных пузырьков, одна из которых состоит из пузырьков значительно меньшего размера и объемного содержания, чем другая.
4. Показано, что наличие газа в пузырьках пара приводит к немонотонной зависимости равновесной скорости звука от объемного содержания, что, в частных случаях, подтверждается экспериментальными данными.
5. Установлено, что увеличение начальной концентрации пара в пузырьках приводит к монотонному снижению равновесной скорости звука.
6. Выполненная работа позволяет выявить некоторые общие свойства акустики газозвесей с акустикой пузырьковой жидкости. Так коэффициент затухания на низких частотах прямо пропорционален квадрату частоты возмущений и для двух указанных сред на низких частотах характерными являются некоторые средние радиусы включений, имеющие одинаковый интегральный вид. Учет процесса массообмена приводит к уменьшению равновесной скорости звука и увеличению величины затухания на определенных частотах. Влияние полидисперсности включений для указанных сред носит схожий характер. Однако есть и различия. В акустике пузырьковой жидкости важно учитывать радиальные движения пузырьков (сжатие или расширение), а также сжимаемость несущей фазы (жидкости). Учет сжимаемости был приведен Нигматулиным Р.И., Шагаповым В.Ш., Вахитовой Н.К. (ДАН, 1989) на основе решения задачи об акустической разгрузке одиночного сферического пузырька в акустическом поле. В решении фигурировал коэффициент $\beta = 1/3$. В данной работе на основании сопоставления теории с экспериментом, предложено новое значение $\beta = 1/6$, которое фактически учитывает стесненность жидкости (наличие множества пузырьков газа). В итоге, развитая теория с предложенным новым

значением β хорошо описывает многие новые экспериментальные данные, опубликованные в литературе.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Работы, опубликованные в журналах, рекомендованных ВАК РФ:

- A1. Федоров Ю.В. Распространение акустических волн в двухфракционных газозвесьях с полидисперсными частицами разных материалов и размеров / Д.А. Губайдуллин, Ю.В. Федоров // Известия вузов. Проблемы энергетики. – 2011. – Т. 5-6. – С. 3-11.
- A2. Федоров Ю.В. Влияние фазовых переходов на распространение акустических волн в смеси газа с паром, каплями и полидисперсными частицами твердого материала / Д.А. Губайдуллин, Ю.В. Федоров // Известия вузов. Проблемы энергетики – 2011. – Т. 9-10. – С. 3-11.
- A3. Федоров Ю.В. Сферические и цилиндрические волны в парогазовых смесях с полидисперсными частицами и каплями / Д.А. Губайдуллин, Ю.В. Федоров // Теплофизика высоких температур. – 2012. – Т. 50, № 5. – С. 659-664.
- A4. Федоров Ю.В. Распространение малых возмущений в полидисперсной парогазокапельной смеси с полидисперсными частицами при наличии фазовых превращений / Д.А. Губайдуллин, Ю.В. Федоров // Известия РАН. Механика жидкости и газа. – 2012. – № 5. – С. 43-51.
- A5. Федоров Ю.В. Звуковые волны в двухфракционных полидисперсных пузырьковых жидкостях / Р.И. Нигматулин, Д.А. Губайдуллин, Ю.В. Федоров // Доклады академии наук. – 2012. – Т. 447, № 3. – С. 284-287.
- A6. Федоров Ю.В. Звуковые волны в двухфракционных полидисперсных пузырьковых средах / Д.А. Губайдуллин, Ю.В. Федоров // Прикладная математика и механика. – 2013. – Т. 77, № 5. – С. 743-753.
- A7. Федоров Ю.В. Акустические волны разной геометрии в полидисперсных пузырьковых жидкостях. Теория и эксперимент / Р.И. Нигматулин, Д.А. Губайдуллин, Ю.В. Федоров // Доклады академии наук. – 2013. – Т. 450, № 6. – С. 665-669.

- A8. Федоров Ю.В. Звуковые волны в жидкости с полидисперсными парогазовыми и газовыми пузырьками / Д.А. Губайдуллин, Ю.В. Федоров // Известия РАН. Механика жидкости и газа. – 2015. – № 1. – С. 81-90.

Работы, опубликованные в других изданиях:

- A9. Федоров Ю.В. Распространение акустических волн в смеси газа с паром, каплями и полидисперсными частицами твердого материала с фазовыми переходами / Д.А. Губайдуллин, Ю.В. Федоров // В сб. «Актуальные проблемы механики сплошной среды. К 20-летию ИММ КазНЦ РАН» – Казань: Фолиант, 2011. – Т. 2. – С. 181-192.
- A10. Fedorov Yu. V. The effect of polydispersity of particles on propagation of acoustic waves in two-fractional gas-particle suspensions / Yu. V. Fedorov // Международная научная школа молодых ученых и специалистов «Механика неоднородных жидкостей в полях внешних сил. Вихри и волны». – Москва, 2011. – С. 16-17.
- A11. Федоров Ю.В. Слабые волны в парогазовых смесях с полидисперсными каплями и частицами / Ю.В. Федоров // Труды ИМех УНЦ РАН, материалы V Российской конференции с международным участием «Многофазные системы: теория и приложения». – 2012. – Вып. 9. – С. 159-161.
- A12. Федоров Ю.В., Губайдуллин Д.А. Распространение акустических волн в парогазовых смесях с полидисперсными частицами и каплями / Ю.В. Федоров, Д.А. Губайдуллин // Всероссийский конкурс научно-исследовательских работ студентов и аспирантов в области математических наук: сборник работ победителей. – Ульяновск, 2012. – С. 219-221.
- A13. Федоров Ю.В. Акустические волны в двухфракционных полидисперсных пузырьковых жидкостях / Д.А. Губайдуллин, Ю.В. Федоров // Волны и вихри в сложных средах: Всероссийская научная школа молодых ученых. – Москва, 2012. – С. 64-67.
- A14. Федоров Ю.В. Акустические волны в парогазовых смесях с полидисперсными каплями и частицами / Ю.В. Федоров // Проблемы

теплообмена и гидродинамики в энергомашиностроении: Труды VIII школы-семинара молодых ученых и специалистов ак. РАН В.Е. Алемасова. – Казань, 2012. – С. 78-80.

- A15. Fedorov Yu.V. Dispersion and dissipation of weak waves in gas-vapor mixtures with polydispersed drops and particles / Yu.V. Fedorov // International Conference on the Methods of Aerophysical Research. – 2012, Kazan. – P. 86-87.
- A16. Fedorov Yu. V. Acoustic waves in vapour-gas mixtures with polydispersed particles and droplets / Yu.V. Fedorov, D.A. Gubaidullin, D.D. Gubaidullina // European Aerosol Conference, Prague, 2013. Систем. требования: Adobe Acrobat Reader –URL: http://eac2013.cz/EAC%20abstracta/Fundamentals/Fedorov-Yury_Fundamentals_20130130-084612_1969242732.pdf
- A17. Федоров Ю.В. Звуковые волны в полидисперсных пузырьковых жидкостях / Ю.В. Федоров // 4-ая международная научная школа молодых ученых «Волны и вихри в сложных средах». – Москва, 2013. – С. 137-140.
- A18. Федоров Ю.В. Звуковые волны в жидкостях с полидисперсными пузырьками разных газов / Д.А. Губайдуллин, Ю.В. Федоров // Материалы X международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях. – Алушта, 2014. – С. 85-86.
- A19. Федоров Ю.В. Акустика жидкости с полидисперсными парогазовыми и газовыми пузырьками / Ю.В. Федоров // Проблемы теплообмена и гидродинамики в энергомашиностроении: Материалы докладов IX школы-семинара молодых ученых и специалистов ак. РАН В.Е. Алемасова. – Казань, 2014. – С. 185-186.
- A20. Федоров Ю.В. Звуковые волны в двухфракционной смеси жидкости с полидисперсными парогазовыми и газовыми пузырьками / Ю.В. Федоров // 5-ая международная научная школа молодых ученых «Волны и вихри в сложных средах». – Москва, 2014. – С. 219-220.
- A21. Федоров Ю.В. Акустические волны в двухфракционной смеси жидкости с полидисперсными пузырьками пара и газа / Д.А. Губайдуллин, Ю.В.

Федоров // 6-ая международная научная школа молодых ученых «Волны и вихри в сложных средах». – Калининград, 2015. – С. 77-80.

- A22. Федоров Ю.В. Влияние массообмена на акустику жидкости с парогазовыми пузырьками / Д.А. Губайдуллин, Ю.В. Федоров // Теплообмен и гидродинамика в закрученных потоках: пятая международная конференция. – Санкт-Петербург, 2015. – С. 132-133.

СПИСОК ЦИТИРУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Губайдуллин, Д.А. Сферические и цилиндрические волны малой амплитуды в полидисперсных туманах с фазовыми превращениями / Д.А. Губайдуллин // Изв. РАН. – МЖГ. – 2003. – № 5. – С. 85-94.
- [2] Губайдуллин, Д.А. Акустические волны в двухфракционных смесях газа с паром, каплями и твердыми частицами разных материалов и размеров при наличии фазовых превращений / Д.А. Губайдуллин, А.А. Никифоров, Е.А. Уткина // Изв. РАН. МЖГ. – 2011. – № 1. – С. 95-103.
- [3] Губайдуллин, Д.А. Динамика двухфазных парогазокапельных сред / Д.А. Губайдуллин. – Казань: Изд-во Казанского математического общества, 1998. – 153 с.
- [4] Губайдуллин, Д.А. Акустические волны в двухфракционной смеси жидкости с пузырьками разных газов и различного начального радиуса / Д.А. Губайдуллин, А.А. Никифоров, Р.Н. Гафиятов // Известия вузов. Проблемы энергетики. – 2009. – Т. 3-4. – С. 3-9.
- [5] Silberman, E. Sound velocity and attenuation in bubbly mixtures measured in standing wave tubes / E. Silberman // Journal of the Acoustical Society of America. – 1957. – V. 29, № 6. – P. 925-931.
- [6] Wilson, P.S. Phase speed and attenuation in bubbly liquids inferred from impedance measurements near the individual bubble resonance frequency / P.S. Wilson, R.A. Roy, W.M. Carey // Journal of the Acoustical Society of America. – 2005. – V. 117, № 4. – P. 1895-1910.
- [7] Leroy, V. Sound velocity and attenuation in bubbly gels measured by transmission experiments / V. Leroy, A. Strybulevych, J.H. Page, M.G.

- Scanlon // Journal of the Acoustical Society of America. – 2008. – V. 123, № 4. – P. 1931-1940.
- [8] Губайдуллин, Д.А. Акустические волны в двухфракционных пузырьковых жидкостях с фазовыми превращениями / Д.А. Губайдуллин, А.А. Никифоров, Р.Н. Гафиятов // Теплофизика высоких температур. – 2012. – Т. 50, № 2. – С. 269-273.
- [9] Азаматов, А.Ш. Распространение малых возмущений в парогазожидкостной среде / А.Ш. Азаматов, В.Ш. Шагапов // Акустический журнал. – 1981. – Т.27, № 2. – С. 161-169.
- [10] Ландау, Л.Д. Механика сплошных сред / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М.: Гостехиздат, 1953.
- [11] Покусаев, Б.Г. Скорость низкочастотных волн давления в парожидкостной среде с неподвижным слоем шаровых частиц / Б.Г. Покусаев, Э.А. Таиров, С.А. Васильев // Акустический журнал. – 2010. – Т. 56, № 3. – С. 341-347.
- [12] Kuczynski, W. Characterization of pressure-wave propagation during the condensation of R404A and R134A refrigerants in pipe mini-channels that undergo periodic hydrodynamic disturbances / W. Kuczynski // Int. J. Heat and Fluid Flow. – 2013. – V. 40. – P. 135-150.