САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

АВДЮШЕВ Виктор Анатольевич

ЭФФЕКТИВНЫЕ МЕТОДЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ОКОЛОПЛАНЕТНОЙ ОРБИТАЛЬНОЙ ДИНАМИКИ

Специальность 01.03.01 — Астрометрия и небесная механика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук

Санкт-Петербург — 2009

Работа выполнена в ОСП НИИ прикладной математики и механики Томского государственного университета

Научный консультант:
доктор физико-математических наук, профессор
Бордовицына Татьяна Валентиновна.

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук Соколов Леонид Леонидович,
Санкт-Петербургский государственный университет;
доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник
Чернетенко Юлия Андреевна,
Институт прикладной астрономии РАН;
доктор физико-математических наук, профессор
Шапорев Сергей Дмитриевич,
Балтийский государственный технический университет.

Ведущая организация:
Институт астрономии РАН.

Защита состоится 16 марта 2010 г. в 15 ч. 30 м. на заседании совета Д 212.232.15 по защите докторских и кандидатских диссертаций при Санкт-Петербургском государственном университете по адресу: 198504, Санкт-Петербург, Старый Петергоф, Университетский матико-механический факультет).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотек

Автореферат разослан «9» 12 2009 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Орлов В.В.

Общая характеристика работы

Актуальность исследования

Появление новых астрометрических средств наблюдения за последние десятилетия вызвало небывалое повышение точности и стремительное увеличение количества наблюдательной информации о движении как уже известных, так и постоянно открываемых небесных тел, что к настоящему моменту естественным образом ставит перед специалистами теоретической астрономии актуальную проблему о пересмотре существующих и разработке новых математических моделей, интерпретирующих наблюдательный материал. В связи с широким использованием в астрономии вычислительных технологий математические модели сейчас все чаще реализуются на компьютерах посредством соответствующих численных методов. Таким образом, для обработки современных наблюдений от численно реализуемых математических моделей требуется беспрецедентно высокая эффективность.

Эффективность численного моделирования характеризуется точностью вычисляемых результатов, а также быстродействием их получения. Центральными результатами моделирования орбитального движения являются векторы динамического состояния исследуемого небесного тела: в прямых задачах это — прогнозируемые векторы на заданные моменты времени, получаемые на основе начальных, тогда как в обратных это - начальные векторы динамического состояния, получаемые на основе сопоставления результатов моделирования прямой задачи с наблюдениями. В этом смысле построение численной модели по наблюдениям можно рассматривать как процесс совместного решения прямой и обратной задач, что предусматривает использование самых разнообразных методов для повышения точности и быстродействия вычислений. Говоря об эффективных методах численного моделирования, обычно имеют в виду такие методы, которые повышают либо точность при сохранении быстродействия на несколько порядков и выше, либо быстродействие при сохранении точности в несколько раз и более, либо, в лучшем случае, обе характеристики эффективности одновременно.

Эффективность численного моделирования определяется следующими основными факторами: 1) решаемой задачей (особенностью значений параметров, их точностью, налагаемыми условиями); 2) принятой математической моделью для ее решения; 3) методом компьютерной реализации модели; а также 4) архитектурой процессора, на котором выполняются вычисления, и ошибками компьютерной арифметики. Трудности моделирования, вызываемые как раз первыми двумя из перечисленных факторов, ставят сейчас перед небесными механиками ряд насущных проблем, для разрешения которых необходимы конструктивные подходы.

Уникальность параметрических значений в исследуемой задаче определяет различные особенности моделируемой динамики: конфигурацию орбиты, регулярность и скорость движения небесного тела и т.д., что, разумеется, непосредственно влияет на эффективность моделирования, основанного на численном интегрировании дифференциальных уравнений как формализации орбитальной динамики. В этом случае эффективность численного моделирования может быть повышена путем выбора более удачной формализации орбиты. Различные варианты дифференциальных уравнений движения в небесной механики предоставляют так называемые методы теории специальных возмущений, преобразующие классические уравнения к лучшему виду с точки зрения их численного интегрирования, что в результате позволяет повысить методическую и вычислительную точность, а также быстродействие численного моделирования.

Период развития методов теории специальных возмущений насчитывает уже несколько столетий. Первые методы были предложены еще в XIX веке (например, метод Энке или метод вариации произвольных постоянных Лагранжа). По понятным причинам изначально они разрабатывались и применялись в теориях общих возмущений. Бурное развитие и появление оригинальных методов теории специальных возмущений приходится на 60 70 гг. прошлого века, что, очевидно, было вызвано широким использованием в небесно-механической практике компьютерных технологий. Несмотря на то, что с тех пор прошло довольно много времени и по методам вышло множество работ, обзоры которых можно найти в (Херрик, 1977; Рой, 1981; Aarseth, 1988), фактически не было ни одной, где бы проводился сравнительный анализ разнотипных методов и давались четкие рекомендации по их использованию.

Численный подход к решению задач орбитальной динамики остро ставит проблему интегрирования короткопериодических возмущений. Эта проблема связана с таким явлением, когда в правых частях дифференциальных уравнений движения присутствуют быстроосциллирующие члены, частота которых существенно превышает среднее движение небесного тела. Даже если эти члены по величине меньше кеплеровского, задаваемого центральной силой, быстродействие численного интегрирования, тем не менее, будет определяться именно короткопериодическими членами, несмотря на то, что их вклад в решение может быть ничтожно малым. Как нетрудно заметить, подобные особенности возникают при численном интегрировании плохообусловленных (жестких) дифференциальных уравнений (Miranker, 1981).

Проблема короткопериодических возмущений в небесной механике типично имеет место в задачах, где моделируется орбита медленного (внешнего) объекта под гравитационным влиянием быстрых (внутренних), как, например, в задачах о движении далеких астероидов и спутников (Авдюшев, 2006а; Авдюшев, 2007), где учитываются влияния соответственно от планет земной группы и от близких массивных спутников типа галилеевых.

В случае малого вклада короткопериодических возмущений в исследуемую орбиту для разрешения вышеуказанной проблемы, как правило, прибегают к огрублению формализации движения путем включения возмущающих масс в центральную. Если же вклад короткопериодических возмущающих сил достаточно большой с точки зрения представления наблюдательных данных, обращаются к усреднению Гаусса (Дубошин, 1961; Jacobson, 2000; Emelyanov, 2005), что также приводит к упрощению динамической модели, но она оказывается все же точнее, нежели ее аналог с увеличенной центральной массой. Впрочем, второй подход имеет серьезную брешь, выраженную в том, что усреднение Гаусса не учитывает остаточные вековые эффекты в орбитальной долготе, которые на длительных интервалах времени могут привести к большим отклонениям моделируемых положений небесного тела относительно действительных.

В численном исследовании астероидных орбит наблюдается существенная потеря вычислительной точности в положении объекта при каждом его тесном сближении с большой планетой. Для разрешения этой трудности обычно прибегают к различного рода регуляризирующим преобразованиям дифференциальных уравнений движения (Stiefel, Scheifele, 1971; Heggie, 1974; Aarseth, Zare, 1974). Однако недостаток такого подхода главным образом связан со значительным усложнением формализации орбитального движения, в то время как существуют другие более простые способы повышения вычислительной точности (Авдюшев, 2000; Авдюшев, 2003b), которые изложены в содержательной части данной диссертационной работы.

Параметры орбитальной модели, как правило, определяются из наблюдений в рамках задачи наименьших квадратов. Если ошибки наблюдательных данных носят случайный характер, то параметрическая точность будет зависеть не только от точности наблюдений, но также и от их количества: при одинаковой дисперсии случайных ошибок наблюдений точность параметров повышается с увеличением объема измерительной информации. Важным этапом в определении орбитальных параметров является оценивание параметрической точности, что обычно выполняется в контексте линейной задачи наименьших квадратов. В то же время использование линейных оценок не всегда обосновано, в особенности когда ошибки параметров достаточно большие, поскольку связь между орбитальными параметрами и представляемыми моделью положениями небесного тела, вообще говоря, нелинейна.

Обычно используемый на практике стандартный подход для оценивания параметрической точности состоит в построении границы доверительной области, определяющей вероятностный разброс параметрических ошибок, в соответствии с заданной изоповерхностью целевой функции (Press et al., 1987). Однако, если даже часто изоповерхность достаточно хорошо описывает границу доверительной области, то указать вероятность накрытия ею реальных значений параметров в нелинейном случае оказывается невозможным (Draper, Smith, 1981).

Для нелинейного оценивания параметрической точности вообще нет универсальных методов (Draper, Smith, 1981; Демиденко, 1981; Bates, Watts, 1988), однако специфика исследуемой задачи порой все же позволяет сконструировать подходящие методы, пригодные для практического использования. Подобные методы в небесной механике предлагаются, например, в работах (Milani, 1999; Virtanen et al., 2001; Muinonen et al., 2006). Эффективный подход для нелинейного оценивания реализован (впрочем, без всякого обоснования) на сайте www.projectpluto.com, который вполне приемлем в тех случаях, когда внутренняя нелинейность (Beale, 1960) подпространства оцениваемых параметров в пространстве измеряемых равна нулю, хотя в практических задачах это условие не выполняется.

Параметрические ошибки могут быть вызваны не только ошибками наблюдений, но и особенностями обратной задачи, имеющей атрибуты некорректности. Обратная задача орбитальной динамики, как правило, сводится к минимизации некоторой целевой функции, которая выражает степень близости наблюдаемых и моделируемых положений объекта. Вообще говоря, совершенно нет никаких оснований полагать, что целевая функция имеет единственный минимум. Напротив, в большинстве обратных задач благодаря главным образом периодичности орбитального движения гиперповерхность целевой функции в пространстве определяемых параметров имеет довольно сложную структуру с многочисленными минимумами, что очень часто имеет место в нелинейных обратных задачах. Обычно не возникает затруднений в выборе минимума, соответствующего наилучшим оценкам орбитальных параметров, и таким минимумом является абсолютный, в котором значение целевой функции существенно меньше, нежели в других минимумах. Однако ситуация с выбором не всегда складывается столь благоприятно: в некоторых задачах (Авдюшев, Баньщикова, 2008) минимумы целевой функции могут быть почти равнозначными и тогда критерий качества по абсолютному минимуму не может рассматриться как безусловный. Проблема множественности минимумов часто имеет место в обратных задачах близких спутников и, насколько нам известно, она еще здесь совершенно не изучена.

Кроме того, в обратных задачах орбитальной динамики близких спутников существует также проблема поиска решения. Дело в том, что ввиду сложности целевой функции используемые для поиска решения квазиньютоновские итерационные методы типа Гаусса–Ньютона порой оказываются неэффективными: последовательные приближения искомых параметров, получаемые итерационно, часто медленно сходятся, либо расходятся вовсе, и тогда следует прибегать к более изощренным подходам.

Цели и задачи исследования

С учетом сформулированных выше проблем при выполнении данной диссертационной работы была поставлена цель разработать методы для повышения эффективности численного моделирования орбит, исследовать возможности методов в задачах околопланетной орбитальной динамики, а также получить с их помощью результаты, имеющие прикладное значение для динамической астрономии.

Для достижения поставленной цели были решены следующие задачи.

1. Разработаны оригинальные методы теории специальных возмущений для повышения методической и вычислительной точности, а также быстродействия численного моделирования (интегрирования) орбит. В частности, предложен метод сглаживания для эффективного интегрирования астероидных орбит, а также методы так называемой стабилизации по времени и стабилизации почти кругового движения. Кроме того, получены различные эффективные модификации метода Энке применительно к интегрированию орбит в пространстве Кустаанхеймо Штифеля.

2. Теоретически обоснованы предложенные и уже существующие и широко используемые на практике методы теории специальных возмущений применительно к характерным задачам орбитальной околопланетной динамики.

3. Проведен численный эксперимент с целью исследовать возможности методов теории специальных возмущений в задачах динамики спутников и астероидов, имеющих тесные сближения с большими планетами; выполнен сравнительный анализ эффективности методов; выработаны рекомендации по их использованию.

4. Исследована проблема короткопериодических возмущений в рассматриваемых задачах и разработаны эффективные подходы для ее решения на основе огрубления численных моделей.

5. Теоретически обосновано применение так называемых гравицентрических координатных систем для повышения вычислительной точности численного интегрирования в астероидных задачах, исследованы

особенности их применения, а также получены оценки эффективности применения соответствующих алгоритмов.

6. Исследованы особенности обратных задач динамики близких спутников Юпитера, получены оценки их орбитальных параметров по имеющимся наблюдениям объектов, а также изучена состоятельность оценок с точки зрения их использования для адекватного моделирования спутниковых орбит.

7. Разработаны эффективные алгоритмы для решения обратных задач динамики близких спутников на основе комплексного использования известных итерационных методов теории оптимизации, а именно Гаусса–Ньютона и градиентного спуска, совместно с так называемым проекционным методом.

8. Разработан эффективный метод для нелинейного оценивания параметрической точности динамических моделей. Метод основан на имитации статистики Фишера и реализуется путем многократного решения нелинейной задачи наименьших квадратов при различных выборках генерируемых наблюдений, получаемых путем внесения соответствующих случайных возмущений в моделируемые положения небесного тела. Оценены параметрические неопределенности в моделируемых орбитах близких и новых далеких спутников Юпитера.

Объект и предмет исследования

Объектом исследования в работе является орбитальная околопланетная динамика, тогда как предметом исследования – методы, предназначенные для повышения эффективности численного моделирования околопланетной динамики. Таким образом, в ходе выполнения диссертационной работы предполагалось разработать новые и усовершенствовать уже существующие методы для повышения эффективности численного моделирования околопланетной динамики, исследовать их возможности, а также получить с их помощью результаты, имеющие прикладное значение для динамической астрономии.

Наш интерес к задачам околопланетной динамики вызван, прежде всего, следующими обстоятельствами: 1) спутниковые системы планет предоставляют широкий спектр орбит, на примере которых можно всесторонне исследовать возможности рассматриваемых методик; 2) движение в околопланетном пространстве с точки зрения численного моделирования усложнено рядом характерных особенностей, а именно высокими скоростями близких спутников и астероидов, тесно сближающихся с планетой; гравитационным влиянием Солнца на движение далеких спутников, приводящим к значительным изменениям их орбит, а также короткопериодическими гравитационными возмущениями от близких массивных спутников типа галилеевых; 3) за последнее время в спутниковых системах открыто много новых объектов, что естественным образом привлекает к ним особое внимание. Наконец, отметим, что несмотря на принятые ограничения, применяемые методики могут быть также весьма полезны и для численного решения иных задач, не рассматриваемых в работе, например, астероидных или планетных, которые в плане моделирования имеют тесное родство с задачами околопланетной динамики.

Научная новизна исследования

Новизна диссертационной работы может быть охарактеризована следующими результатами, полученными соискателем.

1. Предложены новые методы и оригинальные модификации существующих методов теории специальных возмущений для повышения эффективности численного моделирования околопланетных орбит.

2. Проведен численный эксперимент по выявлению возможностей представленных методов применительно к задачам околопланетной динамики и на основе полученных численных результатов выполнен сравнительный анализ эффективности методов, а также выработаны четкие рекомендации по их использованию.

3. Сформулирована и исследована проблема короткопериодических возмущений, возникающая при численном интегрировании орбит далеких (медленных) объектов под гравитационном влиянием близких

(быстрых); предложены оригинальные способы эффективного решения проблемы.

4. Выявлена одна из важнейших причин существенной потери вычислительной точности при интегрировании орбит астероидов на моменты их тесных сближений с большими планетами; предложен так называемый метод синхронного слежения для повышения точности моделирования астероидного движения во время тесных сближений.

5. Сформулирована и детально исследована проблема неоднозначного определения орбит в обратных задачах динамики близких спутников.

6. Представлен оригинальный составной подход для эффективного численного поиска решения обратной задачи в случае моделирования орбит близких спутников.

7. Построена новая высокоточная численная модель спутникового движения применительно к спутниковой системе Юпитера на основе новой версии интегратора Гаусса–Эверхарта в редакции автора диссертации.

8. Используя построенную модель, получены новые оценки орбитальных параметров для всех новых далеких и внутренних спутников Юпитера.

9. Предложен новый подход типа Монте-Карло для нелинейного оценивания неопределенностей в орбитальных параметрах, получаемых из наблюдений.

10. Впервые получены оценки точности орбитальных параметров для новых спутников Юпитера.

Следует заметить, что результаты по пп. 5, 7, 8, 10 были получены при совместном участии Баньщиковой М.А., где однако ее вклад имеет отношение лишь к экспериментальной части работы, которая в то же время выполнялась под руководством автора данной диссертации. Впрочем, нельзя не отметить, что по п. 5 соавтором экспериментально была обнаружена важная с прикладной точки зрения особенность в обратных задачах динамики близких спутников, проявляющаяся в неоднозначном определении спутниковых орбит по нескольким группам наблюдений, тогда как впоследствии автор диссертационной работы дал теоретическое объяснение этому явлению.

Результаты, представленные в диссертации, также опубликованы в ряде статей с другими соавторами, однако их вклад выпадает за рамки научной работы соискателя.

Практическая значимость работы

Представленные в работе методы, а также разработанное на их основе программно-математическое обеспечение может быть использовано для повышения эффективности численного моделирования орбит в околопланетном пространстве, например, с целью идентификации и планирования наблюдений небесных тел. Как уже отмечалось, применяемые методики вполне приемлемы и для численного исследования иных задач, не рассматриваемых в работе, которые в плане моделирования имеют сходство с задачами околопланетной динамики. В частности, методы нелинейного оценивания параметрической точности могут быть весьма полезными в задачах астероидной опасности для оценки вероятности столкновения объектов с Землей, особенно в тех случаях, когда астероидная орбита определяется по немногочисленным наблюдениям на очень короткой дуге и потому имеет большие параметрические ошибки.

Некоторые предложенные автором методики, имеющие отношение к прямым задачам орбитальной динамики, применялись для решения ряда прикладных задач динамической астрономии в рамках следующих работ:

1. НИР по базовому финансированию «Исследование движения, распределения и эволюции орбит малых тел Солнечной системы по наблюдениям с Земли и из космоса» (ТГУ 3.5.96Ф, 1996–2000 гг., рук. проф. Т.В. Бордовицына);

2. НИР по базовому финансированию «Математическое моделирование движения, распределения и орбитальной эволюции малых тел

Солнечной системы по результатам измерений» (ТГУ 3.4.01Ф, 2001 2005 гг., рук. проф. Т.В. Бордовицына);

3. НИР по базовому финансированию «Исследование динамики больших популяций малых тел Солнечной системы» (ТГУ 1.36.06Ф, 2006–2010 гг., рук. проф. Т.В. Бордовицына);

4. Федеральная целевая научно-техническая программа Минпромнауки РФ «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития науки и техники» по теме «Исследование миграции малых тел Солнечной системы и развитие методов обнаружения потенциально опасных небесных тел, включая фрагменты космического мусора» (40.022.1.1.1108, 2002–2004 гг.);

5. Федеральная целевая научно-техническая программа Минпромнауки РФ «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития науки и техники», раздел «Фундаментальные исследования в области физических наук» по теме «Исследование возможностей использования радиоастрономической сети «КВАЗАР-КВО» для решения задач астрогеодинамики и фундаментального координатно-временного обеспечения России» (40.022.1.2.1109, 2002–2004 гг.).

Апробация результатов исследования

По результатам исследований опубликовано более 40 работ, из которых 5 в зарубежных изданиях (Bordovitsyna et al., 1997; Avdyushev, Bordovitsyna, 2000; Titarenko et al., 2000; Bordovitsyna et al., 2001; Avdyushev, 2003c); 12 в российских изданиях (Авдюшев, 1999a; Авдюшев, 2003a; Авдюшев, 2003b; Авдюшев, 2004; Авдюшев, 2006a; Авдюшев, 2006b; Авдюшев, Бордовицына, 2006; Баньщикова, Авдюшев, 2006b; Авдюшев, 2007; Авдюшев, Баньщикова, 2007b; Авдюшев, Баньщикова, 2008; Авдюшев, 2009), входящих в перечень ведущих рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертации на соискание ученой степени доктора наук; а также 15 статей в других изданиях (Авдюшев, 1997; Авдюшев, 1998; Бордовицына и др., 1998a; Бордовицына и др., 1998b; Авдюшев, 1999b; Васильченко, Авдюшев, 1999; Авдюшев, 2000; Бордовицына, Авдюшев, 2001; Баньщикова, Авдюшев, 2002; Мишкин и др., 2002; Козаногина, Авдюшев, 2002; Авдюшев, 2005; Авдюшев, 2006с; Баньщикова, Авдюшев, 2006а; Авдюшев, 2008).

Во всех работах, выполненных, в частности, совместно с Т.В. Бордовицыной, вклад соавторов касался либо постановочной части, либо экспериментальной, что, впрочем, не имеет непосредственного отношения к теме данной диссертации. В других совместных работах соавторы принимали участие лишь в проведении численных экспериментов, некоторые результаты которых (а именно полученные совместно с М.А. Баньщиковой) приводятся в диссертации. Между тем вклад соискателя как соавтора непосредственно касался разработки методов моделирования орбитального движения, причем к этой части работы другие соисполнители не привлекались.

Результаты исследований также докладывались и обсуждались на 22 конференциях различного уровня. Кроме того, некоторые результаты прошли апробацию экспертов по работам, финансируемым РФФИ (96-02-17999-а; 98-02-16491-а; 01-02-17266-а; 02-02-06888-мас; 05-02-17043-а; 08-02-00359-а) и КЦФЕ (ЕО2-11.0-6), в которых соискатель участвовал и как соисполнитель, и как руководитель.

Основные положения и результаты, выносимые на защиту

Соискатель выносит на защиту следующие положения и результаты.

1. Новые методы и оригинальные модификации существующих методов теории специальных возмущений для повышения эффективности численного моделирования околопланетных орбит.

2. Результаты сравнительного анализа эффективности методов теории специальных возмущений в задачах околопланетной динамики, а также рекомендации по их использованию.

3. Предложенные соискателем способы для эффективного решения проблемы короткопериодических возмущений.

4. Обоснование к применению гравицентрических координатных систем в астероидных и спутниковых задачах.

5. Результаты исследования проблемы неоднозначного определения орбит в обратных задачах динамики близких спутников.

6. Оригинальный составной подход для эффективного численного поиска решения обратной задачи в случае моделирования орбит близких спутников.

7. Новый подход типа Монте-Карло для нелинейного оценивания неопределенностей в орбитальных параметрах, получаемых из наблюдений.

Краткое содержание диссертационной работы

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы (172 наименования) и шести приложений, содержит 71 рисунок и 16 таблиц. Общий объем работы составляет 210 страниц.

Во введении обосновывается актуальность проблем, решаемых в диссертации; формулируются цели и задачи исследования; перечисляются результаты, характеризующие новизну и определяющие практическую значимость научной работы; представляются основные положения и результаты, выносимые на защиту; описывается структура диссертации.

Первая глава посвящена исследованию широкоприменяемых в небесной механике методов теории специальных возмущений. В частности, рассматриваются методы линеаризации и регуляризации, сглаживающие преобразования, метод вариации координат (Энке) и постоянных (Лагранжа), численную стабилизацию Баумгарта и Накози. Помимо этого соискателем предлагаются новые методы теории специальных возмущений, преобразующие дифференциальные уравнения орбитального движения к лучшему виду с точки зрения численного интегрирования. В частности, предлагаются метод консервативной стабилизации по времени и метод стабилизации для почти круговых орбит, а также метод, основанный на сглаживающем временнóм преобразовании для численного интегрирования орбит астероидов, имеющих тесные сближения с большими планетами.

Стабилизация по времени основана на том факте, что вследствие ляпуновской неустойчивости методическая ошибка развивается главным образом вдоль орбиты. Таким образом, получаемое численное решение можно рассматривать как отнесенное не на заданный момент времени t, а на некоторый близкий к нему момент $\bar{t}$; и чтобы после интегрирования получить стабилизированное решение, отнесенное ко времени t, необходимо производить сдвиг численного решения вдоль орбиты на время $t-\bar{t}$. В соответствии с оценками влияния неустойчивости на численное решение связь между t и $\bar{t}$ выражается через дифференциальное соотношение

$$\mathrm{d}t = \mathrm{d}\bar{t}\left(\frac{H}{h}\right)^{3/2},$$

где h — опорное (точное) значение кеплеровской энергии, а H — ее аналог, вычисляемый по интегрируемым переменным $\mathbf{x}$ и $\dot{\mathbf{x}}$, содержащим методические ошибки. Между тем формально численное решение будет описываться исходными уравнениями движения, но относительно переменной $\bar{t}$:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\bar{t}}\begin{pmatrix}\mathbf{x}\\ \dot{\mathbf{x}}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\dot{\mathbf{x}}\\ \mathbf{F}+\mathbf{P}\end{pmatrix}.$$

Для установления соответствия между старой и новой независимыми переменными (фактическим временем и фиктивным) систему необходимо дополнить уравнениями энергии и времени

$$\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}\bar{t}} = (\dot{\mathbf{x}}\cdot\mathbf{P})\left(\frac{H}{h}\right)^{3/2}, \quad \frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}\bar{t}} = \left(\frac{H}{h}\right)^{3/2}.$$

Здесь $\mathbf{F}$ и $\mathbf{P}$ — центральная и возмущающая силы.

Идея стабилизации для почти круговых орбит фактически состоит в том, что радиус-вектору $|\mathbf{x}|$ придается статус самостоятельной переменной и ее уравнение интегрируется совместно с уравнениями движения. В круговом движении радиус-вектор постоянен и будет интегрироваться без методических ошибок, а уравнения движения тогда становятся уравнениями гармонического осциллятора, которые, как известно, устойчивы по Ляпунову. Собственно, за счет этого свойства и достигается стабилизирующий эффект для почти круговых орбит.

Вообще полученная система уравнений орбитального движения вместе с уравнением для радиус-вектора не является устойчивой, однако при малых эксцентриситетах «остаточная» неустойчивость после стабилизации будет малой в сравнении с устраняемой неустойчивостью. Впрочем, несмотря на простоту предложенного подхода, прибегать к нему имеет смысл только в случае, когда $e < 0.002$.

Предложенное сглаживающее преобразование для исследования движения астероидов, сближающихся с большими планетами, имеет вид временного преобразования

$$\mathrm{d}t = \left(\sum_{i=0}^{N} \frac{M_i}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i|}\right)^{-1} \mathrm{d}s \equiv \rho \mathrm{d}s,$$

где s – фиктивное время; N – число планет; M_i и $\mathbf{x}_i$ – соответственно масса и положение i-й планеты, причем масса Солнца $M_0 = 1$, а $\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}$. Как видно из формулы, при тесном сближении с k-й планетой $|\mathbf{x} - \mathbf{x}_k| \to 0$ и $\rho \sim |\mathbf{x} - \mathbf{x}_k|$, поэтому сглаживающее преобразование вырождается в преобразование Сундмана, записанное относительно планеты.

В первой главе также приводятся полученные автором уравнения движения Энке в переменных Кустаанхеймо–Штифеля и Шперлинга–Боде с классическим (кеплеровская орбита) и улучшенным (с учетом сжатия центрального тела) опорным решением. В частности, в спутниковой задаче принимая за опорное решение

$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\alpha}\cos\varphi + \boldsymbol{\beta}\sin\varphi, \quad \varphi = \sqrt{\frac{1+4\Omega}{4}}E, \quad \omega = \omega_0, \quad \tau = \frac{\mu}{8\omega^3}[1-\Omega]E + \tau_0,$$

где $\boldsymbol{\alpha}$ и $\boldsymbol{\beta}$ – векторные постоянные, определяемые из начальных условий, получаем уравнения Энке в KS-переменных ($\mathbf{u}$, ω, τ, E)

$$\frac{\mathrm{d}^2\delta\mathbf{u}}{\mathrm{d}E^2} + \frac{1}{4}(1+4\Omega)\delta\mathbf{u} = \Omega\mathbf{u} + \frac{|\mathbf{u}|^2}{8\omega^2}\mathbf{L}^T\mathbf{P} - \frac{1}{\omega}\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}E}\frac{\mathrm{d}\mathbf{u}}{\mathrm{d}E}, \quad \frac{\mathrm{d}\delta\omega}{\mathrm{d}E} = -\frac{1}{2\omega}\left(\frac{\mathrm{d}\mathbf{u}}{\mathrm{d}E}\cdot\mathbf{L}^T\mathbf{P}\right),$$

$$\frac{\mathrm{d}\delta\tau}{\mathrm{d}E} = \frac{1}{8\omega^3}\left[\mu\left(1-\frac{\omega^3}{\omega_J^3}\right)[1-\Omega] + \mu\Omega + |\mathbf{u}|^2(\mathbf{u}\cdot\mathbf{L}^T\mathbf{P})\right] - \frac{2}{\omega^2}\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}E}\left(\mathbf{u}\cdot\frac{\mathrm{d}\mathbf{u}}{\mathrm{d}E}\right),$$

где $\mathbf{L}$ – матрица координатного преобразования Кустаанхеймо–Штифеля (Stiefel, Scheifele, 1971): $\mathbf{x} = \mathbf{L}\mathbf{u}$; ω_J – опорный аналог величины ω, а Ω – малый параметр, характеризующий сжатие центральной планеты с гравитационным параметром μ и второй зональной гармоникой $\mathcal{J}$:

$$\Omega = \frac{(2\omega)^4\mathcal{J}}{2\mu^3}.$$

После описания методов формулируется и исследуется проблема короткопериодических возмущений, возникающая при численном интегрировании орбит далеких (медленных) объектов под гравитационном влиянием близких (быстрых). Представлены теоретические оценки, указывающие на критические условия задачи, связанные с наличием короткопериодических возмущений, при которых использование методов теории специальных возмущений оказывается неэффективным. Так, если система координат связана с центральным телом, то критические условия в ограниченной задаче трех тел возникают при

$$\nu = (\alpha\beta)^{1/(p+1)}\alpha^{-3/2} > 1,$$

где $\alpha = a_P/a$, $\beta = \mu_P/(\mu + \mu_P)$, а p – порядок интегратора. Индексом P обозначены переменные для второго тела, близкого и быстрообращающегося около центрального тела. Например, проблема короткопериодических возмущений возникает при моделировании движения далеких спутников Юпитера, находящихся под гравитационным влиянием быстрых и массивных галилеевых спутников.

Описываются и анализируются результаты численного эксперимента по исследованию возможностей методов теории специальных возмущений в задачах динамики спутников и астероидов, имеющих тесные сближения с большими планетами. Даются рекомендации по их использованию. В частности, экспериментально показано, что в задачах динамики близких спутников необходимо использовать уравнения в элементах Роя, где в качестве быстрой переменной выступает средняя долгота; тогда как в астероидных задачах наиболее эффективными оказываются методы KS-теории, в особенности, когда моделируемые орбиты сильноэксцентричны.

В конце главы кратко излагается общая теория интегратора Эверхарта, который использовался в течение всей исследовательской работы для численного решения дифференциальных уравнений орбитального движения. Описывается алгоритм интегратора с коррективами, внесенными соискателем для улучшения вычислительного процесса.

Во второй главе детально исследуется проблема короткопериодических возмущений в задачах динамики внешних спутников, находящихся под влиянием внутренних массивных типа галилеевых. На практике для разрешения этой проблемы прибегают к одному из двух способов. Первый способ состоит в том, что массы близких спутников включаются в массу планеты, во втором способе влияние от массивных спутников моделируется с помощью так называемых гауссовых колец (Jacobson, 2000; Emelyanov, 2005). Оба способа приводят к упрощенным уравнениям движения: в первом это возмущенные уравнения задачи двух тел с модифицированным гравитационным параметром, во втором - уравнения, усредненные по быстрым аномалиям массивных спутников (Дубошин, 1961). Последние представляют орбитальное движение далеких спутников точнее, нежели первые, хотя в то же время усредненные уравнения гораздо сложнее.

Как известно, высокая точность представления орбитального движения с помощью усредненных уравнений достигается главным образом за счет того, что они учитывают вековые возмущения (первого порядка) в орбитальных элементах, вызванные короткопериодическими возмущающими силами. Однако после усреднения остаются еще неучтенными довольно большие вековые эффекты в быстрой переменной, которая определяет положение далекого спутника на орбите. Этот недостаток становится значительным в тех задачах, где орбиты внутреннего и внешнего спутников достаточно близки как, например, для Каллисто и Гималии, спутников Юпитера. Причем усредненные уравнения будут настолько плохо представлять реальную орбиту, что их использование может оказаться совершенно неоправданным на фоне простых уравнений с модифицированным гравитационным параметром.

В настоящей главе на примере динамики далеких спутников Юпитера исследуется влияние этих остаточных вековых эффектов на точность представления орбитального движения, а также предлагается метод для их устранения. Метод фактически состоит в том, что для компенсирования остаточных вековых эффектов в правые части уравнений движения вводится множитель $1 + \delta$. В круговой и плоской задаче получены формульные оценки коэффициента δ. В более сложном случае коэффициент оценивается путем предварительной подгонки на коротком интервале времени упрощенной модели к более точной, где учитываются движения быстрых массивных спутников.

Численно показано, что использование упрощенных моделей позволяет повысить быстродействие численного интегрирования орбиты далекого спутника почти на порядок при сохранении высокой точности вычисляемых орбитальных положений объекта, достаточной для представления современных наблюдений.

В третьей главе излагается концепция комплексных гравицентрических координатных систем применительно к астероидным задачам для повышения вычислительной точности численного моделирования тесных сближений объектов с большими планетами. Гравицентрической называется система координат с началом в притягивающем центре. Использование комплексных гравицентрических систем координат фактически предполагает численное моделирование астероидного движения либо последовательно относительно систем координат с разными центрами (Солнце–планета–Солнце), либо одновременно относительно гелиоцентрической и планетоцентрической систем. Например, уравнения движения астероида в рамках ограниченной задачи трех тел относительно двух систем координат будут

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}^2\mathbf{x}_S}{\mathrm{d}t^2} &= -\mu_S\frac{\mathbf{x}_S}{|\mathbf{x}_S|^3} - \mu_J\frac{\mathbf{x}_J}{|\mathbf{x}_J|^3} - \mu_J\frac{\mathbf{c}_{JS}}{|\mathbf{c}_{JS}|^3}, \\ \frac{\mathrm{d}^2\mathbf{x}_J}{\mathrm{d}t^2} &= -\mu_J\frac{\mathbf{x}_J}{|\mathbf{x}_J|^3} - \mu_S\frac{\mathbf{x}_S}{|\mathbf{x}_S|^3} - \mu_S\frac{\mathbf{c}_{SJ}}{|\mathbf{c}_{SJ}|^3}. \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь $\mathbf{x}_S$, $\mathbf{x}_J$ — гелиоцентрический и планетоцентрический векторы положения астероида; $\mathbf{c}_{JS} = -\mathbf{c}_{SJ}$ — гелиоцентрический вектор положения планеты, а μ_S и μ_J — гравитационные параметры массивных тел, Солнца и планеты. Преимущество системы (1) над гелиоцентрической состоит в том, что планетоцентрический вектор $\mathbf{x}_J$ рассматривается как самостоятельный, тогда как в гелиоцентрической системе он вычисляется как разность $\mathbf{x}_J = \mathbf{x}_S - \mathbf{x}_{JS}$, что при сближении сопряжено с достаточно большими для малого $\mathbf{x}_J$ ошибками округления, которые к тому же в правой части уравнений усиливаются сингулярностью в $\mathbf{x}_J = \mathbf{0}$.

В ограниченной плоской задаче трех тел (Солнце–планета–астероид) оценивается эффективность использования различных гравицентрических систем при различных сближениях $\min|\mathbf{x}_J|$ астероида с планетой (рисунок 1). Показано, что применение комплексных гравицентрических координатных систем позволяет повысить вычислительную точность на несколько порядков. Впрочем, прибегать к комплексным гравицентрическим системам имеет смысл только в том случае, если методические (или какие-либо другие) ошибки в векторе положения планеты $\mathbf{c}_{JS}$ значительно меньше вычислительных.

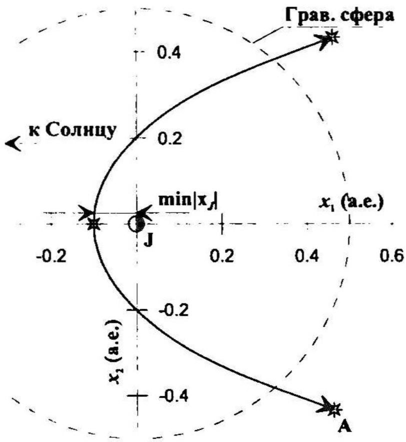

Рис. 1: Сближение астероида с планетой

В конце главы приводятся оценки влияния методических ошибок в положении планеты на точность определения движения сближающегося астероида. В частности, показано, что после тесного сближения (после прохождения объекта через гравитационную сферу планеты) в моделируемую астероидную орбиту вносится ошибка порядка той, что содержится в положении планеты.

Четвертая глава посвящена численному моделированию движения близких спутников. Формулируется проблема неоднозначного определения орбит близких спутников, которая связанна с многочисленными и равнозначными минимумами принятой целевой функции обратной задачи, что фактически имеет место, когда орбита спутника определяется по ряду разрозненных наблюдений, распределенных на длительном интервале времени порядка десятка тысяч оборотов спутника и более.

На примере круговой двухпараметрической задачи исследована проблема множества решений и показано, что поведение целевой функции обратной задачи в окрестности точных параметрических значений хорошо описывается функцией:

$$F(\zeta, \beta) = 1 - \sum_{j=1}^{M} k_j \cos((l_j - l_0)\zeta - \beta), \qquad (2)$$

где
$$\zeta = \frac{3}{2}\alpha n(t_M - t_1), \quad l_j = \frac{t_j - t_1}{t_M - t_1} \quad (j = 0, \ldots, M),$$

α – относительная вариация большой полуоси (первый параметр); β – вариация аномалии в эпоху (второй параметр); M – число групп наблюдений; $k_j = N_j/N$ – вес j-группы, определяемый числом наблюдений в группе N_j при общем количестве N; а t_j – дата группы наблюдений, выбираемая как одно из значений t j-группы (при этом предполагается, что $t_1 \ll t_2 \ll \ldots \ll t_M$). Таким образом, величины l_0 и $l_j \in [0,1]$ $(j = 1, \ldots, M)$ представляют собой нормированное временное распределение соответственно начальной эпохи и групп наблюдений относительно первой группы. Как видно, функция F 2π-периодична по β и при фиксированном α имеет единственный минимум на полуинтервале $[\beta_0 - \pi, \beta_0 + \pi)$ для любых $\beta_0 \in (-\infty, +\infty)$, поэтому область исследования F по β можно ограничить до любого полуинтервала длиной в 2π. Наличие тригонометрических составляющих в (2) выявляет сложное поведение целевой функции, имеющей множество минимумов.

Для удобства исследования целевой функции на предмет множества решений в работе также введена безразмерная характеристика Φ, минимумы которой однозначно соответствуют минимумам F на любой полосе $\alpha \in (-\infty, +\infty)$ и $\beta \in [\beta_0 - \pi, \beta_0 + \pi)$. Функция Φ имеет вид:

$$\Phi(\zeta) = \min_{\beta \in [\beta_0 - \pi, \beta_0 + \pi)} F(\zeta, \beta) = 1 - \sqrt{c^2 + s^2}, \tag{3}$$

$$c = \sum_{j=1}^{N} k_j \cos(l_j \zeta), \quad s = \sum_{j=1}^{N} k_j \sin(l_j \zeta).$$

Например, для двух групп наблюдений одинакового веса (спутник Адрастея) функция $\Phi(\zeta)$ имеет множество равнозначных минимумов, что говорит о существованиии проблемы выбора правильного решения, наилучшим образом представляющего действительную спутниковую орбиту.

В данной главе на примере круговой задачи также показано, что овражность минимизируемой функции (обусловленность матрицы аппроксимирующей квадратичной формы) непосредственно зависит от суммы квадратических отклонений моментов наблюдений относительно начальной эпохи. Отсюда наименьшая степень овражности (наилучшая обусловленность) достигается при выборе в качестве начальной эпохи среднеарифметической величины всех моментов наблюдений.

Применительно к орбитальной модели Адрастеи, основанной на формулах задачи двух тел, исследуются возможности метода Гаусса–Ньютона, широко используемого для решения обратных задач орбитальной динамики. В результате многочисленных экспериментов показано, что метод в рассматриваемых обратных задачах малоэффективен: в частности, область сходимости итерационной схемы Гаусса–Ньютона настолько мала, что с прикладной точки зрения применение схемы часто оказывается совершенно бесполезным. Низкая эффективность метода, прежде всего, вызвана сложным поведением целевой функции, которая, кроме того, является овражной в силу специфики обратной задачи. (Следует заметить, что вдоль оврага частота обращения спутника почти постоянна как, впрочем, и другие энергетические переменные.) В этой связи рассмотрены другие альтернативные методы, а именно: демпфированный метод Гаусса–Ньютона, метод Левенберга–Марквардта (в том числе с переменным шагом), а также предложенный соискателем составной метод с использованием известного метода градиентного спуска и так называемого проекционного метода совместно с методом Гаусса–Ньютона.

Реализация составного метода выполняется в три этапа: на первом этапе применяется метод градиентного спуска, обеспечивающий быструю сходимость итерационного процесса на дно оврага целевой функции; на втором этапе применяется метод Гаусса–Ньютона, но с поправкой решения на каждой итерации за его отклонение от энергетической поверхности, что позволяет возвращать решение на дно оврага; наконец, на третьем этапе, когда решение оказывается в малой окрестности минимума целевой функции, итерационный процесс завершается по оригинальной схеме Гаусса–Ньютона без дополнительных поправок.

Сравнительный анализ скорости сходимости методов показал, что наилучшим по быстродействию является составной метод. Даже при грубых начальных данных он позволяет получить решение обратной задачи всего за несколько десятков итераций, в то время как для других методов требуется не менее 800.

Далее описывается численная модель орбитального движения близких спутников (она же используется при исследовании движения далеких спутников в пятой главе), где учитываются основные возмущающие факторы: несферичность гравитационного поля Юпитера (до шестой зональной гармоники), притяжение от галилеевых спутников, Солнца и больших планет, а также релятивистские эффекты в рамках задачи Шварцшильда.

Приводятся полученные по имеющимся наблюдательным данным оценки орбитальных параметров спутников (Амальтеи, Тебы, Адрастеи и Метиды), а также соответствующие ковариационные матрицы, характеризующие распределение параметрических ошибок. Исследуются смежные оценки орбитальных параметров Адрастеи и Метиды на предмет их принадлежности к потенциально приемлемым для описания спутниковых орбит. Ввиду того, что Адрастея имеет всего две группы наблюдений, оказывается невозможным получить уверенные оценки орбитальных параметров спутника. В то же время, несмотря на то, что спутник Метида также наблюдался не столь часто, численное исследование смежных оценок показало, что изначально полученные оценки орбитальных параметров являются наилучшими и могут быть рекомендованы для моделирования спутниковой орбиты.

Пятая глава включает в себя результаты исследования неопределенностей в спутниковых орбитах, моделируемых на основе наблюдений. Формулируется проблема нелинейности при оценивании точности орбитальных параметров. Предлагается метод статистического моделирования возможных значений параметров для сильно нелинейных случаев. Метод основан на имитации статистики Фишера, используемой для определения доверительной области, и реализуется путем многократного решения нелинейной задачи наименьших квадратов при различных выборках моделируемых наблюдений, получаемых путем соответствующих случайных вариаций.

Для обратной задачи с целевой функцией S и оцениваемыми параметрами $\mathbf{q}$ (K-мерный вектор) по наблюдениям $\mathbf{p}^O$ (J-мерный вектор) схема метода имеет вид

$$\mathbf{q} : S(\mathbf{q}) = \|\hat{\mathbf{p}}^C + \delta\mathbf{p}r - \mathbf{p}^C(\mathbf{q})\|^2 \to \min . \qquad (4)$$

Здесь $\hat{\mathbf{p}}^C$ и $\mathbf{p}^C(\mathbf{q})$ – модельные представления наблюдений по значениям параметров $\hat{\mathbf{q}}$ и $\mathbf{q}$ соответственно, $\delta\mathbf{p}$ — вектор случайных нормально распределенных величин с дисперсией σ (оценка дисперсии ошибок наблюдений), а $r = \sqrt{(J-K)/\chi^2_{J-K}}$.

Метод тестируется в задаче спутниковой динамики для построения вероятностной области, сильно деформируемой нелинейностью. Результаты показывают, что нерегулярная вероятностная область, в отличие от моделируемой на основе оценок линейной задачи, существенно точнее представляет вероятностный разброс возможных параметров (рисунок 2).

Для того чтобы определить, можно ли использовать оценки линейной задачи наименьших квадратов для моделирования областей возможных движений в нелинейной задаче, вводится так называемый коэффициент нелинейности $\varkappa$, выражающий степень влияния нелинейности на распределение параметрических ошибок:

$$\varkappa = \frac{1}{2}\frac{\tilde{S} - \bar{S}}{\bar{S} - \hat{S}}, \qquad \bar{S} = \hat{S}\left(1 + \frac{K\mathcal{F}_{K,J-K,\alpha}}{J-K}\right), \tag{5}$$

где $\tilde{S}$ -- значения целевой функции на поверхности доверительного эллипсоида (линеаризированной задачи) с вероятностью α (Draper, Smith, 1981), $\bar{S}$ -- ожидаемые значения целевой функции в линейном случае, $\hat{S}$ -- значение целевой функции в оценке, $\mathcal{F}_{K,J-K,\alpha}$ -- α-квантиль функции вероятности Фишера со степенями свободы K и $J-K$. Данный коэффициент (5) позволяет в нелинейном случае приближенно оценить степень отклонения уровенной поверхности от эллипсоидальной. На практике достаточно оценить значения $\varkappa$ лишь в нескольких точках и в качестве таковых, как правило, выбирают вершины доверительного эллипсоида линеаризированной задачи, а максимальное среди значений $\varkappa$ в них рассматривают как показатель нелинейности задачи. Основываясь на собственном опыте, мы можем констатировать: если максимум $\varkappa$ превышает 0.1, то нелинейностью нельзя пренебрегать и в этом случае необходимо прибегать к нелинейному оцениванию.

С использованием линейного и нелинейного подходов для построения областей возможных параметров новых и внутренних спутников Юпитера исследуются неопределенности в спутниковых орбитах, определяемых по наблюдениям. Полученные результаты, в частности, показывают, что среди новых спутников имеются такие (S/2003 J02, S/2003 J03, S/2003 J04, S/2003 J10, S/2003 J12, S/2003 J23), орбиты которых еще не могут быть определены с приемлемой для планирования наблюдений точностью ввиду недостаточного количества наблюдательной информации. Орбиты этих

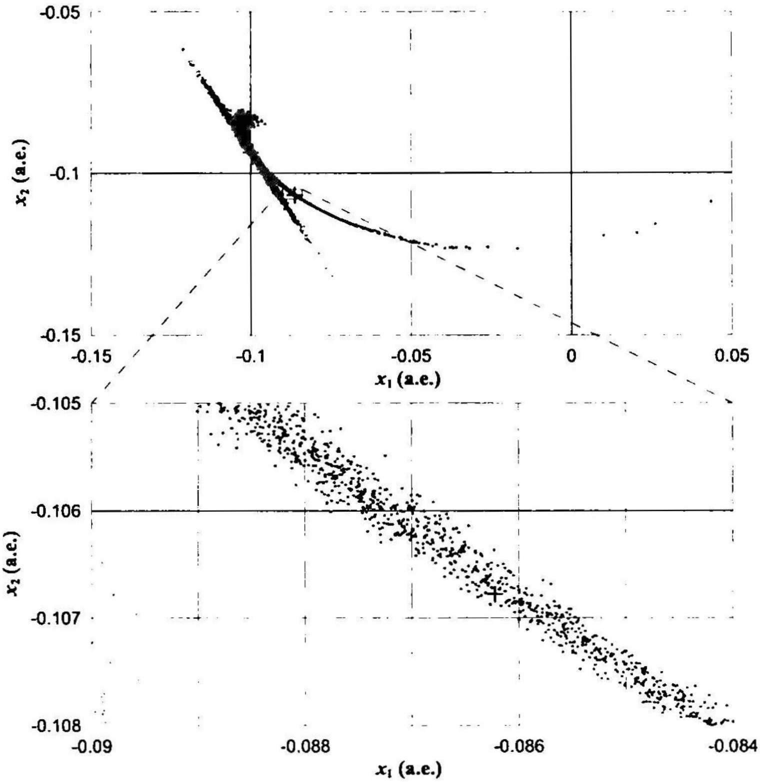

Рис. 2: Возможные положения спутника S/2003 J04 на координатной плоскости, построенные по линейным (серые точки) и нелинейным (черные точки) оценкам, в окрестности истинного решения в разных масштабах. Проекция истинного решения обозначена черным крестиком, проекция $\hat{\mathrm{q}}$ — серым.

объектов определяются настолько неуверенно, что их прогнозируемые положения (уже через оборот) могут содержать довольно большие ошибки, соизмеримые с размерами самих орбит. Такой прогноз для наведения телескопа на спутник (даже с широким полем сканирования) в действительности оказывается малонадежным, поскольку велика вероятность, что объект просто не попадет в сканируемый телескопом участок неба. Экспериментально также показано, что нелинейность используемых моделей для близких (внутренних) спутников Юпитера настолько значительна, что ковариационные матрицы, строго говоря, оказываются совершенно бесполезными для вероятностного описания распределений параметрических ошибок и в данном случае следует прибегать к нелинейному оцениванию.

Для статистического оценивания вероятности попадания объекта в малый объем заданного пространства на заданный момент времени, удаленный от начального, предлагаются основанные на линейных преобразованиях быстрые отображения, которые могут быть полезны в задачах астероидной опасности для оценки вероятности столкновения астероида с Землей, либо при планировании наблюдений объекта в будущем для оценки вероятности появления объекта на наблюдаемом малом участке неба.

Численные результаты показывают, что к быстрым отображениям целесообразно прибегать либо для приближенного оценивания вероятности попадания объекта в заданный малый объем, либо для предварительного отбора решений с последующей их проверкой на попадание при использовании численной модели орбитального движения. Применение быстрых отображений в таком качестве значительно уменьшает объем вычислений, что позволяет повысить быстродействие вычислительного процесса на несколько порядков и более.

В <u>заключении</u> перечисляются основные результаты исследовательской работы, а также выводы и соответствующие рекомендации.

Список опубликованных работ по теме диссертации[1]

Авдюшев В.А. Численные алгоритмы типа Энке в регуляризирующих элементах // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Томск: Изд-во ТГУ, 1997. Т. 1. Р. 121–125.

Авдюшев В.А. Построение численной теории движения галилеевых спутников Юпитера // Астрон. и геод. Томск: Изд-во ТГУ, 1998. Вып. 16. С. 89–97.

Авдюшев В.А. Численное моделирование движения галилеевых спутников Юпитера // Астрон. вест. 1999a. Т. 33. Вып. 3. С. 332–337.

Авдюшев В.А. Новая промежуточная орбита в задаче о движении близкого спутника сжатой планеты // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Томск: Изд-во ТГУ, 1999b. Т. 3. С. 126–127.

Авдюшев В.А. Метод синхронного слежения // Матер. всеросс. конф. «Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики». Томск, 6–8 июня 2000 г. Томск: Изд-во ТГУ, 2000. С. 117–118.

Авдюшев В.А. Новый метод стабилизации уравнений слабовозмущенного кеплеровского движения // Всеросс. астрон. конф. Тез. докл. С.-Петербург, 6–12 августа 2001 г. СПб: Изд-во АИ СпбГУ. С. 5–6.

Авдюшев В.А. Определение оптимального стабилизирующего параметра в методе Баумгарта для моделирования почти круговых орбит // Изв. вузов. Физика. 2003a. Приложение. Т. 46. Вып. 12. С. 5–12.

Авдюшев В.А. Метод синхронного слежения в ограниченной задаче трех тел // Изв. вузов. Физика. 2003b. Приложение. Т. 46. Вып. 12. С. 13–15.

Авдюшев В.А. Новая система начальных параметров для численного моделирования движения галилеевых спутников Юпитера // Астрон. вест. 2004. Т. 38. Вып. 3. С. 273–276.

Авдюшев В.А. Методы теории специальных возмущений в небесной механик // Тр. 34-й междунар. студ. науч. конф. «Физика космоса». Екатеринбург, 31 января–4 февраля 2005 г. Екатеринбург: Изд-во УрГУ, 2005. С. 23–31.

[1]Работы, в которых фамилия соискателя выделена жирным шрифтом, опубликованы в изданиях, входящих в перечень ведущих рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертации на соискание ученой степени доктора наук

Авдюшев В.А. О численном интегрировании орбит с короткопериодическими возмущениями // Изв. вузов. Физика. 2006a. Приложение. Т. 49. Вып. 2. С. 31–43.

Авдюшев В.А. Методы теории специальных возмущений. I. Принципы построения и обоснование к применению // Изв. вузов. Физика. 2006b. Т. 49. Вып. 12. С. 73–80.

Авдюшев В.А. Интегратор Гаусса Эверхарта. Новый фортран-код // Матер. всеросс. конф. «Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики». Томск, 3–5 октября 2006 г. Томск: Изд-во ТГУ, 2006c. С. 411–412.

Авдюшев В.А. Методы теории специальных возмущений. II. Сравнительный анализ численной эффективности // Изв. вузов. Физика. 2007. Т. 50. Вып. 1. С. 78–86.

Авдюшев В.А. Актуальные проблемы в определении спутниковых орбит // Тр. 37-й междунар. студ. науч. конф. «Физика космоса». Екатеринбург, 28 января–1 февраля 2008 г. Екатеринбург: Изд-во УрГУ, 2008. С. 21–35.

Авдюшев В.А. Новый метод для статистического моделирования возможных значений параметров в обратных задачах орбитальной динамики // Астрон. вест. 2009. Т. 43. N 5. С. 401–409.

Авдюшев В.А., Баньщикова М.А. Особенности в решении обратных задач динамики близких спутников // Тр. всеросс. астрон. конф. «ВАК 2007». Казань, 17–22 сентября 2007 г. Казань: Изд-во КГУ, 2007a. С. 3–4.

Авдюшев В.А., Баньщикова М.А. Области возможных движений новых спутников Юпитера // Астрон. вест. 2007b. Т. 41. N 5. С. 446–452.

Авдюшев В.А., Баньщикова М.А. Определение орбит близких спутников Юпитера // Астрон. вест. 2008. Т. 42. N 4. С. 317–340.

Авдюшев В.А., Бордовицына Т.В. Алгоритмы численного моделирования движения спутников больших планет Солнечной системы // Тез. докл. конф. «Астрометрия, геодинамика и небесная механика на пороге XXI века». С.-Петербург, 19–23 июня 2000 г. СПб.: ИПА РАН, 2000. С. 4–5.

Авдюшев В.А., Бордовицына Т.В. Развитие теории преобразований Шперлинга–Боде // Изв. вузов. Физика. 2006. Приложение. Т. 49. Вып. 2. С. 27–30.

Авдюшев В.А., Черницов А.М. Влияние методических ошибок в положении планеты на точность определения движения сближающегося астероида // Тез. докл. всеросс. астрон. конф. ВАК 2004 «Горизонты вселенной». Москва, ГАИШ МГУ, 3–10 июня 2004 г. М.: Изд-во ГАИШ МГУ, 2004. С. 219.

Баньщикова М.А., Авдюшев В.А. Уравнения Энке в переменных Шперлинга–Боде и их применение в задачах спутниковой динамики // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Томск: Изд-во ТГУ, 2002. Т. 5. С. 111–112.

Баньщикова М.А., Авдюшев В.А. Численное моделирование движения Амальтеи и Тебы, близких спутников Юпитера // Матер. всеросс. конф. «Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики». Томск, 5–7 октября 2004 г. Томск. С. 333–334.

Баньщикова М.А., Авдюшев В.А. Исследование областей возможных движений новых далеких спутников Юпитера // Матер. всеросс. конф. «Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики». Томск, 3–5 октября 2006 г. Томск: Изд-во ТГУ, 2006a. С. 413–414.

Баньщикова М.А., **Авдюшев В.А.** Численное моделирование динамики спутников Юпитера // Изв. вузов. Физика. 2006b. Приложение. Т. 49. Вып. 2. С. 74–82.

Баньщикова М.А., Авдюшев В.А. Исследование областей возможных движений далеких спутников Юпитера // Тр. всеросс. астрон. конф. «ВАК – 2007». Казань, 17–22 сентября 2007 г. Казань: Изд-во КГУ, 2007. С. 46–47.

Бордовицына Т.В., Авдюшев В.А. Алгоритмы высокоточного численного моделирования движения ИСЗ для задач определения параметров вращения Земли // Матер. конф., посвященной 70-летию Астрономической обсерватории ИГУ. Иркутск. 20–23 ноября 2001 г. Иркутск: Изд-во ИГУ. С. 91–93.

Бордовицына Т.В., Авдюшев В.А., Титаренко В.П. Численное моделирование общей задачи трех тел // Исследование по баллистике и смежным вопросам механики. Томск: Изд-во ТГУ, 1998a. Вып. 2. С. 164–168.

Бордовицына Т.В., Быкова Л.Е., Авдюшев В.А. Проблемы применения регуляризирующих и стабилизирующих преобразований в задачах динамики спутников планет и астероидов // Астрон. и геод. Томск: Изд-во ТГУ, 1998b. Вып. 16. С. 33–57.

Бордовицына Т.В., Галушина Т.Ю., **Авдюшев В.А.** Стабилизирующие и регуляризирующие преобразования в задаче численного моделирования движения особых астероидов // Изв. вузов. Физика. 2003. Приложение. Т. 46. Вып. 12. С. 23–34.

Бордовицына Т.В., Галушина Т.Ю., Авдюшев В.А. Исследование применения KS-преобразования в задачах динамики АСЗ // Матер. всеросс. конф. «Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики». Томск, 5–7 октября 2004 г. Томск. С. 329–332.

Бордовицына Т.В., Титаренко Е.Ю., Авдюшев В.А. Численное моделирование движения спутников Марса на интервале времени, охваченном наблюдениями // Всеросс. астрон. конф. Тез. докл. С.-Петербург, 6–12 августа 2001 г. СПб: Изд-во АИ СпбГУ, 2001. С. 173.

Васильченко О.И., Авдюшев В.А. Алгоритмы типа Энке в переменных Кустаанхеймо–Штифеля в задачах динамики ИСЗ // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Томск: Изд-во ТГУ, 1999. Т. 3. С. 138–139.

Козаногина Е.В., Авдюшев В.А. Стабилизация типа Баумгарта в ограниченной круговой задаче трех тел // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Томск: Изд-во ТГУ, 2002. Т. 5. С. 130 131.

Мишкин А.В., Бордовицына Т.В., Авдюшев В.А. Моделирование эволюции фрагментов распада геостационарного спутника на больших интервалах времени // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики. Томск: Изд-во ТГУ, 2002. Т. 5. С. 130–131.

Avdyushev V. Numerical Stabilization of Orbital Motion // IAA Transactions. No. 8. Celestial Mechanics, St. Petersburg, 2002. P. 13–14.

Avdyushev V. Numerical Stabilization of Orbital Motion // Celest. Mech. 2003c. V. 87. I. 4. P. 383–409.

Avdyushev V. A Method of Perturbed Observations for Building the Regions of Possible Parameters in Orbital Dynamics Inverse Problems // Proc. Internat. Astron. Conf. «Dynamics of Solar System Bodies», Tomsk, July 27–August 1, 2008. P. 17.

Avdyushev V., Bordovitsyna T. Algorithms of Numerical Simulation of the Motion of Satellites // Proc. of US/European Celestial Mechanics Workshop, 3–7 July 2000. Poznan, Poland. 2000. P. 223–224.

Bordovitsyna T., **Avdyushev V.**, Chernitsov A. New Trends in Numerical Simulation of the Motion of Small Bodies of the Solar System // Celest. Mech. 2001. V. 80. I. 3. P. 227–247.

Bordovitsyna T., Avdyushev V., Chernitsov A. Two Trends in the Development of Numerical Algorithms of Celestial Mechanics // IAA Transactions. No. 8. Celestial Mechanics, St. Petersburg, 2002. P. 31–32.

Bordovitsyna T.V., Bykova L.E., Avdyushev V.A. Encke-Type Algorithms in Regularizing and Stabilizing Kustaanheimo–Stiefel Variables // Proc. of Fourth international workshop on positional astronomy and celestial mechanics. October 7–11, 1996. Penyscola, Spain. 1997. P. 267–270.

Titarenko E.Yu., Bordovitsyna T.V., Avdyushev V.A. Numerical Simulation of the Motion of Martian Satellites // Proc. of US/European celestial mechanics workshop, July 3–7, 2000. Poznan, Poland. 2000. P. 225–226.

Список цитируемой литературы

Демиденко Е.З. Линейная и нелинейная регрессии. М.: Фин. и стат., 1981. 302 с.

Дубошин Г.Н. Теория притяжения. М.: Изд-во физ.-мат. лит., 1961. 286 с.

Рой А.Е. Движение по орбитам. М.: Мир, 1981. 544 с.

Херрик С. Астродинамика. М.: Мир, 1977. Т. 2. 263 с.

Aarseth S.J., Zare K. A Regularization of the Three-Body Problem // Celest. Mech. 1974. V. 10. P. 185–205.

Aarseth S.J. Integration Methods for Small N-body Systems // The Few Body Problem / M.J. Valtonen (ed.). Kluwer Academic Publishers, 1988. P. 287–307.

Bates D.M., Watts D.G. Nonlinear Regression Analysis and Its Applications. John Wiley & Sons, Inc. 1988. 365 p.

Beale E.M.L. Confidence Regions in Non-Linear Estimation // J. R. Statist. Soc. 1960. V. 22. N 1. P. 41–88.

Draper N.R., Smith H. Applied Regression Analysis. John Wiley and Sons Ltd. 1981. 709 p.

Emelyanov N.V. Ephemerides of the Outer Jovian Satellites // Astron. Astrophys. 2005. V. 435. P. 1173–1179.

Heggie D.C. A Global Regularization of the Gravitational N-body Problem // Celest. Mech. 1974. V. 10. P. 217–242.

Jacobson R.A. The Orbits of the Outer Jovian Satellites // Astron. J. 2000. V. 120. P. 2679–2686.

Milani A. The Identification Problem I: Recovery of Lost Asteroids // Icarus. 1999. V. 137. P. 269–292.

Miranker W.L. Numerical Methods for Stiff Equations and Singular Perturbation Problems. Reidel Publishing Company. 1981. 202 p.

Muinonen K., Virtanen J., Granvik M., Laakso T. Asteroid Orbits Using Phase-Space Volumes of Variation // Mon. Not. R. Astron. Soc. 2006. V. 368. P. 809–818.

Press W.H., Flannery B.P., Teukolsky S.A., Vetterling W.T. Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing. Cambridge: University Press, 1987. 499 p.

Stiefel E.L., Scheifele G. Linear and Regular Celestial Mechanics. Springer-Verlag, Berlin; Heidelberg; New York. 1971. 301 p.

Virtanen J., Muinonen K., Bowell E. Statistical Ranging of Asteroid Orbits // Icarus. 2001. V. 154. P. 412–431.

Подписано к печати 28.10.09. Формат 60×84 1/8.
Бумага офсетная. Гарнитура Таймс. Печать цифровая. Печ. л. 2,00.
Тираж 100 экз. Заказ 4536.

Отпечатано в Отделе оперативной полиграфии химического факультета СПбГУ
198504, Санкт-Петербург, Старый Петергоф, Университетский пр., 26
Тел.: (812) 428-4043, 428-6919

10~