На правах рукописи

Ельцова Тамара Александровна

Гомоморфная устойчивость абелевых групп

01.01.06 — Математическая логика, алгебра и теория чисел

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Томск 2009

Работа выполнена на кафедре алгебры механико-математического факультета Томского государственного университета

Научный руководитель	доктор физико-математических наук, профессор С.Я. Гриншпон
Официальные оппоненты	доктор физико-математических наук, профессор А.А. Фомин
	кандидат физико-математических наук, доцент И.Л. Фаустова
Ведущая организация	ГОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет»

Защита состоится «13» ноября 2009 г. в 14 ч. 45 мин. на заседании диссертационного совета Д 212.267.21 при Томском государственном университете по адресу: 634050, Томск, ул. Ленина, д. 36, корпус 2, ауд.304.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Томского государственного университета по адресу: 634050, Томск, ул. Ленина, д. 34а.

Автореферат разослан «12» октября 2009 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета А.Н. Малютина

Общая характеристика работы

Актуальность темы. При изучении алгебраических систем большую роль играют отображения этих систем, среди которых особое значение имеют гомоморфизмы.

Тот факт, что множество всех гомоморфизмов из одной абелевой группы в другую образует абелеву группу $\mathrm{Hom}(A, B)$, оказался исключительно важным. Кроме того, группы гомоморфизмов можно рассматривать как функторы, особая роль которых была установлена С. Эйленбергом и С. Маклейном в [17]. Алгебраическое строение группы $\mathrm{Hom}(A, B)$ известно только в некоторых частных случаях. Основные результаты здесь были получены Р. Пирсом [28], который нашел инварианты группы $\mathrm{Hom}(A, B)$ как алгебраически компактной группы в случае периодической группы A.

В последнее время тематика, связанная с группой $\mathrm{Hom}(A, B)$ и вообще с гомоморфизмами абелевых групп, приобретает все большую актуальность. Изучению строения групп гомоморфизмов абелевых групп и исследованию их свойств посвящены работы Л. Фукса [19], [20], Л.И. Власовой [1], С.Я. Гриншпона [3], П.А. Крылова [5], А.М. Себельдина [11], [12], В.Б. Коновалова [4], П. Гросса [21], [22], А. Мадера [24], Ф. Шульца [31], Р. Уорфилда [37], Д. О'Нилла [27] и других алгебраистов. Важные результаты о группах гомоморфизмов и кольцах эндоморфизмов абелевых групп приведены в [6]. Отметим также, что обзор большого количества работ, связанных с гомоморфизмами абелевых групп, содержится в [8].

Подобная тематика проявляется и в исследованиях алгебраических систем, близких к абелевым группам. Например, А.И. Кущовым изучались свойства полугруппы эндоморфизмов коммутативной регулярной полугруппы ([7]). А.А. Петровым рассматривались гомоморфные порождения классов полугрупп ([10]). Гомоморфизмы группоидов, алгебр, модулей и других алгебраических систем изучали также М.И. Толовиков [13], Е.Е. Ширшова [15], А. Драпал [16], С. Маклайн [23], М. Матоушек [25], М. Новотный [26], Я. Помиката [29], Д. Валкан [35].

Наряду с исследованиями группы гомоморфизмов $\mathrm{Hom}(A, B)$ исследуются также гомоморфные образы абелевых групп и других алгебраических систем (см., например, [9], [14], [18], [30], [32], [33], [34], [36]).

При изучении групп гомоморфизмов абелевых групп, гомоморфных образов и при исследовании вполне характеристических подгрупп интерес представляет следующий вопрос: в каких случаях объединение (теоретико-множественное) гомоморфных образов группы A в группе B является подгруппой группы B.

Группу A назовем *гомоморфно устойчивой относительно группы* B, если объединение гомоморфных образов группы A в группе B является подгруппой группы B, то есть если $\bigcup\limits_{\alpha \in \mathrm{Hom}(A,B)} \mathrm{Im}\,\alpha$ – подгруппа группы B.

Цель работы. Целью диссертационной работы является изучение гомоморфно устойчивых групп из различных классов абелевых групп.

Общая методика исследования. В диссертации используются методы теории абелевых групп, теории модулей, гомологической алгебры, некоторые теоретико-множественные идеи. В работе используются также понятие вполне транзитивной абелевой группы без кручения, введенное П.А. Крыловым, и некоторые результаты о таких группах, полученные С.Я. Гриншпоном и П.А. Крыловым.

Научная новизна. Все результаты диссертационной работы являются новыми. Основными результатами работы можно считать следующие.

- Исследована гомоморфная устойчивость прямых сумм, прямых слагаемых и гомоморфная устойчивость относительно прямых произведений.
- Доказано, что всякая сепарабельная группа гомоморфно устойчива относительно любой группы и получен критерий гомоморфной устойчивости жестких групп.
- Исследована гомоморфная устойчивость периодических групп и гомоморфная устойчивость групп из некоторых классов относительно периодических групп.
- Доказано, что любая однородная вполне транзитивная группа гомоморфно устойчива относительно любой группы и получен критерий гомоморфной устойчивости произвольной группы относительно однородной вполне транзитивной группы идемпотентного типа.
- Изучены связи делимых и редуцированных групп с гомоморфной устойчивостью.
- Исследована гомоморфная устойчивость прямых произведений групп без кручения относительно узких групп.

Теоретическая и практическая ценность. Результаты диссертационной работы имеют теоретическое значение и могут быть использованы в исследованиях по теории абелевых групп и модулей, а также при чтении спецкурсов для студентов старших курсов и аспирантов.

Апробация результатов. Результаты диссертационной работы докладывались на Региональной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых "Сибирская школа молодого ученого"(Томск, 1999 г.), на XXXVII и XLIII Международных научных студенческих конференциях "Студент и научно-технический прогресс"(Новосибирск, 1999 г. и 2005 г.), на V Международной конференции "Алгебра и теория чисел: современные проблемы и приложения"(Тула, 2003 г.), на Международной конференции по математике и механике (Томск, 2003 г.), на Всероссийских симпозиумах "Абелевы группы" (Бийск, 2005 г. и 2006 г.), на научной конференции молодых ученых, аспирантов и студентов ММФ, посвященной трехсотлетию со дня рождения Л. Эйлера (Томск, 2007 г.), на Международной конференции "Алгебра и ее приложения", посвященной 75–летию В.П. Шункова (Красноярск, 2007 г.), на Международной алгебраической конференции, посвященной 100–летию со дня рождения А.Г. Куроша (Москва, 2008 г.), на Всероссийской конференции по математике и механике, посвященной 130–летию Томского государственного университета и 60–летию механико – математического факультета (Томск, 2008 г.). Основные результаты неоднократно докладывались на семинарах кафедры алгебры Томского государственного университета. По теме диссертации опубликовано 20 работ ([38] – [57]).

Структура и объем работы. Представляемая диссертационная работа состоит из введения, списка обозначений, трех глав и списка литературы. Каждая глава состоит из трех параграфов. Работа изложена на 94 страницах. Библиография содержит 63 наименования.

Содержание работы. В первой главе диссертации рассматривается определение гомоморфно устойчивой группы и доказываются результаты для прямых сумм и прямых произведений, связанные с гомоморфной устойчивостью. В первом параграфе этой главы приводятся основные определения и известные результаты, используемые в дальнейшем. Во втором дается основное определение гомоморфно устойчивых групп и исследуется гомоморфная устойчивость прямых сумм.

Основными результатами второго параграфа являются следующие теоремы.

Теорема 2.2. *Пусть $\{A_i\}_{i\in I}$ – семейство абелевых групп, каждая из которых гомоморфно устойчива относительно группы B. Тогда группа $\bigoplus_{i\in I} A_i$ также гомоморфно устойчива относительно группы B.*

Теорема 2.4. *Если группа A гомоморфно устойчива относительно группы B, то A гомоморфно устойчива относительно любого прямого слагаемого группы B.*

В третьем параграфе исследуется гомоморфная устойчивость относительно прямых произведений групп. Для этого вводится понятие гомоморфной связанности группы с данным семейством групп:

Группу A назовем *гомоморфно связанной с семейством групп* $\{B_i\}_{i\in I}$, если для любого семейства гомоморфизмов $\{\alpha_i\}_{i\in I}$, где $\alpha_i \in \mathrm{Hom}(A, B_i)$, и любого семейства $\{g_i\}_{i\in I}$ элементов группы A существуют такие элемент $g \in A$ и семейство гомоморфизмов $\{\delta_i\}_{i\in I}$ ($\delta_i \in \mathrm{Hom}(A, B_i)$), что $\alpha_i g_i = \delta_i g$ для всякого $i \in I$.

Основным результатом данного параграфа является теорема.

Теорема 3.4. *Пусть A – группа, гомоморфно связанная с семейством групп $\{B_i\}_{i\in I}$. Группа A гомоморфно устойчива относительно группы $\prod_{i\in I} B_i$ тогда и только тогда, когда A гомоморфно устойчива относительно каждой группы семейства $\{B_i\}_{i\in I}$.*

Вторая глава состоит из трех параграфов. В четвертом параграфе изучается гомоморфная устойчивость сепарабельных групп.

Основным результатом этого параграфа является следующая теорема.

Теорема 4.2. *Всякая сепарабельная группа гомоморфно устойчива относительно любой группы.*

В пятом параграфе дается полный ответ на вопрос о гомоморфной устойчивости жесткой группы и показывается, что в классе групп без кручения можно строить группы не являющиеся гомоморфно устойчивыми.

Теорема 5.1. *Для жесткой группы A следующие условия эквивалентны:*

1) A гомоморфно устойчива относительно некоторой группы, содержащей прямое слагаемое, изоморфное $A \oplus A$;

2) A гомоморфно устойчива относительно любой группы без кручения;

3) A гомоморфно устойчива относительно любой группы;

4) ранг группы A не превосходит единицы.

Теорема 5.2. *Для всякого натурального числа n отличного от единицы, существует группа без кручения ранга n, не являющаяся гомоморфно устойчивой относительно некоторой группы, но всякая ее подгруппа меньшего ранга является гомоморфно устойчивой относительно любой группы.*

В шестом параграфе изучается связь гомоморфной устойчивости и однородных вполне транзитивных групп.

Основными результатами данного параграфа являются следующие теоремы.

Теорема 6.1. *Любая однородная вполне транзитивная группа гомоморфно устойчива относительно любой группы.*

Пусть A и B – группы, причем B – группа без кручения. Обозначим через $\chi(A, B)$ множество характеристик всех ненулевых элементов вида ηa, где $\eta \in \mathrm{Hom}(A, B)$, $a \in A$, то есть

$$\chi(A, B) = \{\chi(\eta a) \mid a \in A,\ \eta \in \mathrm{Hom}(A, B),\ \eta a \neq 0\}.$$

Заметим, что множество $\chi(A, B)$ является частично упорядоченным относительно естественного порядка на множестве характеристик.

Следующий критерий полностью отвечает на вопрос, когда произвольная группа гомоморфно устойчива относительно однородной вполне транзитивной группы идемпотентного типа.

Теорема 6.4. *Пусть B - однородная вполне транзитивная группа идемпотентного типа. Группа A является гомоморфно устойчивой относительно группы B тогда и только тогда, когда выполнено следующее условие: если $\chi(A, B) \neq \emptyset$, то множество $\chi(A, B)$ содержит наименьшую в этом множестве характеристику.*

Третья глава состоит из трех параграфов. В седьмом параграфе исследуется гомоморфная устойчивость периодических групп и гомоморфная устойчивость относительно периодических групп.

Будем говорить, что A - группа с нулевой характеристикой, если выполняется одно из двух условий:

1) A - непериодическая группа и фактор-группа $A/T(A)$ содержит хотя бы один элемент нулевой характеристики;

2) A - периодическая группа.

Получены такие результаты.

Теорема 7.1. *Всякая группа с нулевой характеристикой гомоморфно устойчива относительно любой периодической группы.*

Следствие 7.2. *Всякая периодическая группа гомоморфно устойчива относительно любой группы.*

В восьмом параграфе исследуется гомоморфная устойчивость делимых и редуцированных групп. Показано, что для групп без кручения исследование гомоморфной устойчивости группы A относительно группы B можно свести к исследованию гомоморфной устойчивости редуцированной части группы A относительно редуцированной части группы B.

Приведем основные результаты этого параграфа.

Теорема 8.1. *Всякая делимая группа гомоморфно устойчива относительно любой группы.*

Теорема 8.2. *Всякая группа гомоморфно устойчива относительно любой делимой группы.*

Теорема 8.4. *Группа без кручения A гомоморфно устойчива относительно группы B тогда и только тогда, когда группа A гомоморфно устойчива относительно редуцированной части группы B.*

Теорема 8.6. *Группа без кручения A гомоморфно устойчива относительно группы B тогда и только тогда, когда редуцированная часть группы A гомоморфно устойчива относительно группы B.*

Из теорем 8.4 и 8.6 получается такое следствие.

Следствие 8.8. *Группа без кручения A гомоморфно устойчива относительно группы B тогда и только тогда, когда редуцированная часть группы A гомоморфно устойчива относительно редуцированной части группы B.*

В девятом параграфе исследуются группы, гомоморфно устойчивые относительно узких групп. В результатах этого параграфа предполагается неизмеримость множества компонент в прямых произведениях рассматриваемых групп. Это ограничение зависит лишь от аксиоматики теории множеств. Пока неизвестно совместно или нет существование измеримых кардинальных чисел с аксиоматикой ZF – теории множеств.

Пусть P обозначает прямое произведение счетного числа бесконечных циклических групп, а J_p – аддитивную группу кольца целых p-адических чисел.

Следующие результаты являются основными в девятом параграфе.

Теорема 9.1. *Пусть B – узкая группа и $\{A_i\}_{i\in I}$ – семейство групп без кручения, каждая из которых гомоморфно устойчива относительно группы B, причем множество I неизмеримо. Тогда группа $\prod\limits_{i\in I} A_i$ также гомоморфно устойчива относительно группы B.*

Теорема 9.2. *Прямое произведение сепарабельных групп без кручения (в частности, любая векторная группа) с неизмеримым множеством компонент является гомоморфно устойчивой группой относительно любой узкой группы.*

Теорема 9.4. *Пусть B – группа без кручения, не содержащая подгрупп, изоморфных одной из групп P или J_p, где p – произвольное простое число. Если $\{A_i\}_{i\in I}$ – семейство групп без кручения, каждая из которых гомоморфно устойчива относительно группы B и множество I неизмеримо, то группа $\prod\limits_{i\in I} A_i$ также гомоморфно устойчива относительно группы B.*

Автор искренне благодарит научного руководителя профессора Самуила Яковлевича Гриншпона за постановку задач, внимание к моей научной работе, помощь в оформлении статей и данной диссертации.

Список литературы

[1] Власова Л. И. Об определяемости групп группами гомоморфизмов // Вестн. МГУ. Сер. Математика, механика. –1979. – № 5. – С. 52–55.

[2] Гриншпон С. Я. Вполне характеристические подгруппы K–прямых сумм абелевых групп без кручения // Абелевы группы и модули. — Томск, 1996. — № 13–14. – С. 37–53.

[3] Гриншпон С. Я. О равенстве нулю группы гомоморфизмов // Изв. вузов. Сер. Математика. — 1998. — № 9. – С. 42–46.

[4] Коновалов В. Б. Группы гомоморфизмов и их автоморфизмы // Исследования по матем. анализу и алгебре. — Томск: Изд-во Том. ун-та, 1998. — С. 165–168.

[5] Крылов П. А. Об абелевых группах без кручения // Абелевы группы и модули. — Томск, 1980. — С. 91–101.

[6] Крылов П. А. Связи абелевых групп и их колец эндоморфизмов / П. А. Крылов, А. В. Михалев, А. А. Туганбаев. — Томск: Изд-во Том. ун-та, 2002. — 464с.

[7] Купцов А. И. Некоторые свойства полугруппы эндоморфизмов коммутативной регулярной полугруппы // Алгебраические системы с одним алгебраическим действием. 31 Герценовские чтения. – Л., 1978. – С. 15–21.

[8] Михалев А. В. Бесконечные абелевы группы: методы и результаты / А. В. Михалев, А. П. Мишина // Фундам. и прикл. мат. — 1995. — Т.1., № 2. — С. 319–375.

[9] Молдаванский Д. И. О конечных гомоморфных образах некоторых групп с одним определяющим соотношением / Д. И. Молдаванский, А. В. Якушев // Науч. тр. Иванов. гос. ун-та. Мат. — 1997. — № 1. — С. 72–78.

[10] Петров А. А. Гомоморфное порождение классов полугрупп // Соврем. алгебра. — 1996. — № 1. — С. 116–123.

[11] Себельдин А. М. Группы гомоморфизмов вполне разложимых абелевых групп без кручения // Изв. вузов. Сер.Математика. — 1973. — № 7. — С. 77–84.

[12] Себельдин А. М. О группах гомоморфизмов абелевых групп без кручения // Абелевы группы и модули. — Томск, 1976. — С. 78–86.

[13] Толовиков М. И. Гомоморфизмы алгебр функций, определяемых на полугруппе, и их комбинаторные приложения // Алгебра и т. чисел: соврем. проблемы и прилож.: тез. докл. 5 междунар. конф. (Тула, 19 – 24 мая 2003) – Тула, 2003. — С. 216–217.

[14] Тушев А. В. О разрешимых группах, чьи конечные гомоморфные образы имеют ограниченный ранг // Мат. заметки. — 1994. — Т. 56., № 5. — С. 136–139.

[15] Ширшова Е. Е. О гомоморфизмах pl-групп // Фундам. и прикл. мат. — 1997. — Т. 3., № 1. — С. 303–314.

[16] Drapal Ales. Homomorphisms of primitive left distributive groupoids // Commun. Algebra. — 1994. — Vol. 22., № 7. — P. 2579–2592.

[17] Eilenberg S. Group extensions and homology / S. Eilenberg, S. MacLane // Ann. of Math. — 1942. — Vol. 43. — P. 757–831.

[18] Ercan S. Torsion-free groups with every proper homomorphic image an N1-group // Algebra and Discrete Math. — 2004. — № 2. — P. 56–58.

[19] Fuchs L. Note on Abelian groups, I // Ann. Univ. Sci. Budapest. — 1959. — Vol. 2. — P. 5–23.

[20] Fuchs L. Note on Abelian groups, II // Acta. Math. Acad. Sci. Hungar. — 1960. — Vol. 11. — P. 117–125.

[21] Grosse P. Maximale periodische Klassen abelscher Gruppen // Math. Z. — 1966. — Vol. 94, № 4. — P. 235–255.

[22] Grosse P. Homomorphismen endlicher Ordnung // Ann. Univ. Sci. Budapest. — 1967. — Vol. 10 — P. 31–35.

[23] MacLine S. Abstract algebra uses homomorphisms // Amer. Math. Mon. — 1996. — Vol. 103., № 4. — P.330–331.

[24] Mader A. A Galois correspondence in Abelian groups // Lecture Notes Math. — 1977. — Vol. 616. — P.384–391.

[25] Matousek M. Boolean carried homomorphisms in orthomodular lattices // Demonstr. Math. — 2004. — Vol. 37., № 2. — P. 255–265.

[26] Novotny M. Construction of all homomorphisms of groupoids // Czechosl. Math. J. — 1996. — Vol. 46., № 1. — P. 141–153.

[27] O'Neill J.D. On homomorphisms between direct products of infinite cyclic groups // Commun Algebra. — 2000. — Vol. 28., № 11. — P. 5047–5052.

[28] Pierce R. Homomorphisms of primary Abelian groups // Topics in Abelian Groups, Chicago, Illinois. — 1963. — P. 215–310.

[29] Pomykata J.A. On the notion of homomorphism in manysorted algebras // Demonstr. Math. — 2003. — Vol. 36., № 3. — P. 537–541.

[30] Qaiser M. A graphical technique to obtain homomorphic images of $\Delta(2, 3, 11)$ / M. Qaiser, Ahmed. Munir // Quasigroups and Relat. Syst. — 2006. — Vol. 14., № 2. — P. 195–206.

[31] Schultz P. Torsion-free extensions of torsion-free Abelian groups // J. Algebra. — 1974. — Vol. 30., № 1-3. — P. 75–91.

[32] Segev Y. On finite homomorphic images of the multiplicative group of a division algebra // Ann. Math. — 1999. — Vol. 149., № 1. — P. 219–251.

[33] Tasic B. A note on homomorphic images, subalgebras and various products // Algebra univers. — 2005. — Vol. 52., № 4. — P. 431–438.

[34] Tucci R.P. Inverse semigroups all of whose proper homomorphic images are groups // Bull. Austral. Math. Soc. — 2004. — Vol. 69., № 3. — P. 395–401.

[35] Valcan D. On some homomorphisms of direct sums of modules // Proc. A. Razmodze Math. Inst. — 2000. — Vol. 124. — P. 151–162.

[36] Walter V. Linear groups rich in finite quotients // J. Pure and Appl.Algebra. — 1997. — Vol. 121., № 2. — P. 209–214.

[37] Warfield R.B. Homomorphisms and duality for torsion-free groups // Math. Z. — 1968. — Vol. 107., № 3. — P. 189–200.

Работы автора по теме диссертации

[38] Ельцова Т. А. UH – группы // Тр. региональной научно-практической конф. студентов, аспирантов и молодых ученых "Сибирская школа молодого ученого". — Томск, 1999. — Том IV.Физика, математика, информационные технологии. — С. 39.

[39] Ельцова Т. А. Объединение гомоморфных образов // Материалы XXXVII Междунар. научной студенческой конф. "Студент и научно-технический прогресс". Дополнительный сборник. — Новосибирск, 1999. — С. 85–86.

[40] Гриншпон С. Я. Объединение гомоморфных образов / С. Я. Гриншпон, Т. А. Ельцова // Исследования по математическому анализу и алгебре. Сборник науч. трудов. — Томск, 2000. — С. 31–40. — (авторский вклад – 75%)

[41] Гриншпон С.Я. Гомоморфные образы абелевых групп / С. Я. Гриншпон, Т. А. Ельцова // Алгебра и т. чисел: соврем. проблемы и прилож.: тез. докл. 5 междунар. конф. (Тула, 19 – 24 мая 2003) — Тула, 2003. — С. 86. — (авторский вклад – 75%)

[42] Гриншпон С.Я. Гомоморфная устойчивость абелевых групп / С. Я. Гриншпон, Т. А. Ельцова // Междунар. конф. по математике и механике: тез. докл. 16–18 сентября 2003. — Томск, 2003. — С. 40. — (авторский вклад – 75%)

[43] Гриншпон С.Я. Гомоморфно устойчивые абелевы группы / С. Я. Гриншпон, Т. А. Ельцова // Вестн. Том. ун-та. Сер. Математика. Кибернетика. Информатика. — Томск, 2003. — № 280. — С. 31–33. — (авторский вклад – 75%)

[44] Ельцова Т.А. Гомоморфно устойчивые абелевы группы // Материалы XLIII Междунар. научной студенческой конф. "Студент и научно-технический прогресс". — Новосибирск, 2005. — С. 6–7.

[45] Ельцова Т.А. Гомоморфные образы абелевых групп // Абелевы группы: тр. Всерос. симпозиума (Бийск, 22–25 августа 2005) — Бийск, 2005. — С. 14–16.

[46] Ельцова Т.А. Гомоморфно устойчивые абелевы группы // Вестн. Том. ун-та. Сер. Математика. Кибернетика. Информатика. — Томск, 2006. — № 290. — С. 30–32.

[47] Гриншпон С.Я. Гомоморфные образы абелевых групп / С. Я. Гриншпон, Т. А. Ельцова // Абелевы группы: тр. Всерос. симпозиума (Бийск, 19–25 августа 2006) — Бийск, 2006. – С. 18–19. – (авторский вклад – 75%)

[48] Ельцова Т.А. Гомоморфная устойчивость абелевых групп без кручения // Научная конф. молодых ученых, аспирантов и студентов ММФ, посвященная трехсотлетию со дня рождения Л. Эйлера: сб. материалов. — Томск, 2007. — С. 52–53.

[49] Гриншпон С.Я. Гомоморфная устойчивость и вполне транзитивность абелевых групп / С. Я. Гриншпон, Т. А. Ельцова // Вестн. Том. ун-та. — Томск, 2007. — № 298. -- С. 114–116. – (авторский вклад – 50%)

[50] Гриншпон С.Я. Гомоморфные образы абелевых групп / С. Я. Гриншпон, Т. А. Ельцова // Фундам. и прикл. мат. – 2007. – Т. 13., № 3. – С. 17–24. — (авторский вклад – 50%)

[51] Гриншпон С.Я. Гомоморфная устойчивость абелевых групп относительно узких групп / С. Я. Гриншпон, Т. А. Ельцова // Междунар. конф. «Алгебра и ее приложения», посвящена 75-летию В.П. Шункова: тез. докл. — Красноярск, 2007. – С. 44–45. – (авторский вклад – 75%)

[52] Гриншпон С.Я. Гомоморфная устойчивость прямых произведений абелевых групп без кручения / С. Я. Гриншпон, Т. А. Ельцова // Вестн. Том. ун-та. Сер. Математика и механика. — Томск. – 2007. – № 1(2). – С. 32–36. — (авторский вклад – 75%)

[53] Гриншпон С.Я. Гомоморфная устойчивость прямых произведений абелевых групп / С. Я. Гриншпон, Т. А. Ельцова // Междунар. алгебраическая конф., посвященная 100-летию со дня рождения А.Г. Куроша: тез. докл. — М., 2008. – С. 77–78. — (авторский вклад – 75%)

[54] Гриншпон С.Я. О гомоморфной устойчивости абелевых групп без кручения / С. Я. Гриншпон, Т. А. Ельцова // Всерос. конф. по математике и механике: тез. докл. 22–25 сентября 2008. — Томск, 2008. — С. 41–42. — (авторский вклад – 75%)

[55] Гриншпон С.Я. Гомоморфная устойчивость абелевых групп / С. Я. Гриншпон, Т. А. Ельцова // Фундам. и прикл. мат. — 2008. — Т. 14., № 5. — С. 67–76. — (авторский вклад - 50%)

[56] Гриншпон С.Я. Связь делимых и редуцированных групп с гомоморфной устойчивостью / С. Я. Гриншпон, Т. А. Ельцова // Вестн. Том. ун-та. Сер. Математика и механика. — Томск. — 2008. — № 2(6). — С. 14–19. — (авторский вклад - 75%)

[57] Grinshpon S.Ya. Homomorphic images of Abelian groups / S. Ya. Grinshpon, T. A. Yeltsova // J. Math. Sci. — 2008. — Vol. 154., № 3.— C. 290–294. — (авторский вклад - 50%)

10 -

Заказ 955. Тираж 100 экз. Формат 60x84/16.
Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники.
634050, г. Томск, пр. Ленина, 40.
Тел. (83822) 533018.