УДК 539.3

ИССЛЕДОВАНИЕ УДЕЛЬНОЙ ЭНЕРГОЕМКОСТИ КИНЕТИЧЕСКИХ НАКОПИТЕЛЕЙ ЭНЕРГИИ[1)]

Д.В. БЕРЕЖНОЙ, Д.Е. ЧИКРИН, А.Ф. ГАЛИМОВ

Казанский (Приволжский) федеральный университет

E-mail berezhnoi.dmitri@mail.ru; dmitry.kfu@gmail.com; galimof.aidar@yandex.ru

STUDY FOR SPECIFIC ENERGY CAPACITY OF FLYWHEEL ENERGY STORAGE

D.V. BEREZHNOI, D.E. CHICKRIN, A.G. GALIMOV

Kazan Federal University

Аннотация

В работе излагаются основы методики исследования удельной энергоемкости кинетических накопителей энергии, где кроме традиционной оценки энергоемкости по кинетической энергии дается и оценка по удельной потенциальной энергии упругих деформаций. Анализируются возможности использования различных материалов при изготовлении маховиков.Отмечается, что используемая в работе оценка удельной энергоемкости кинетических накопителей энергии дает большую вариативность при их конструировании.

Ключевые слова: Маховик, удельная энергоемкость, кинетическая и потенциальная энергия

Summary

The paper introduces basic methods of computational investigation for specific energy capacity of flywheel energy storage. In addition to the traditional estimation of energy capacity on the kinetic energy specific potential energy estimation of elastic strain is added. The possibilities of the use of various structural materials in the manufacture of flywheels is analyzed, some recommendations on the form of flywheel are given. «Extended» estimation of energy capacity which is used in this paper gives greater variability in the design of flywheel energy storage. In some cases it allows the reduction of the rotational speed of the rotor part of the structure.

Key words: Flywheel, specific energy capacity, kinetic and potential energy.

Введение

В связи с развитием современных технологий в промышленности и на транспорте появляется множество мобильных устройств, поэтому большое значение приобретает проблема аккумулирования энергии. Создание новых материалов позволяет не только совершенствовать уже имеющиеся традиционные электрохимические батареи, а искать новые методы накопления и хранения энергии, в том числе и механические [1, 2]. К ним можно отнести так называемые статические и динамические механические накопители энергии.

Одной из относительно простых и, в то же время, крайне перспективных является технология накопления энергии при помощи маховика. Маховик сохраняет переданную ему энергию в виде кинетической энергии вращения. Другими словами, это некое массивное тело вращения, использующееся в качестве накопителя (инерционный аккумулятор) кинетической энергии. Однако даже современные технологии не исчерпывают всех возможностей маховика. При достаточно быстром вращении он может накапливать

[1)] Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты 12-01-00955, 12-01-97026, 12-01-31212, 13-97057, 13-01-97058)

кинетическую энергию, которую легко не только наращивать, но и использовать, превратив маховик в электромеханический аккумулятор. В данной работе представлены некоторые результаты оценки накопляемой маховиком энергии, в том числе кинетической и потенциальной энергии деформации, для различных материалов и дан ряд рекомендаций по выбору материалов, из которых можно изготовлять маховик.

1. Общие соотношения

Рассмотрим задачу об определении напряжений во вращающемся с постоянной угловой скоростью ω однородном диске плотностью ρ [3]. В этом случае полученное решение не зависит от угла вращения φ, а зависит только от текущего радиуса r диска. Известно, что на каждую точку вращающегося тела действует центробежная сила, пропорциональная расстоянию от оси вращения, поэтому радиальная составляющая потенциала массовых сил имеет вид $\rho\omega^2 r$, а уравнения равновесия записываются в виде

$$r\frac{\partial\sigma_{rr}}{\partial r} + \sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi} = \rho\omega^2 r,$$

где σ_{rr} — радиальное напряжение, $\sigma_{\varphi\varphi}$ — окружное. Зависимости между компонентами тензора деформации и компонентами вектора перемещения в полярных координатах записываются в следующем виде:

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad \varepsilon_{\varphi\varphi} = \frac{1}{r}\frac{\partial u_\varphi}{\partial\varphi} + \frac{u_r}{r}, \quad \varepsilon_{r\varphi} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial u_r}{\partial\varphi} + \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} - \frac{u_\varphi}{r}\right),$$

откуда

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad \varepsilon_{\varphi\varphi} = \frac{u_r}{r}, \quad \varepsilon_{r\varphi} = 0, \text{ т.к. } u_r = u_r(r), u_\varphi = 0.$$

Представим зависимости между напряжениями и деформациями в соответствии с обобщенным законом Гука. Применительно к плоскому напряженному состоянию эти соотношения можно записать в виде

$$\sigma_{rr} = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_{rr} + \mu\varepsilon_{\varphi\varphi}) = \frac{E}{1-\mu^2}\left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \mu\frac{u_r}{r}\right),$$

$$\sigma_{\varphi\varphi} = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_{\varphi\varphi} + \mu\varepsilon_{rr}) = \frac{E}{1-\mu^2}\left(\frac{u_r}{r} + \mu\frac{\partial u_r}{\partial r}\right),$$

где μ — коэффициент Пуассона, E — модуль Юнга материала диска.

Подставив эти соотношения в уравнение равновесия, получим его в перемещениях

$$\frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r^2} = -\frac{1-\mu^2}{E}\rho\omega^2 r. \tag{1}$$

Известно, что общее решение уравнения (1) можно представить как сумму решений однородного уравнения u_r^0 и частного решения u_r^1 неоднородного.

Общее решение однородного уравнения будем искать в виде $u_r^0 = r^n$. Подставляя это выражение в однородное уравнение равновесия, получим

$$\left(n^2 - 1\right) r^{n-2} = 0.$$

Значит, $n = \pm 1$ и $u_r^0 = C_1 r + C_2 r^{-1}$, где константы C_1 и C_2 подлежат определению из граничных условий. Частное решение неоднородного уравнения будем искать в виде $u_r^1 = Ar^n$. Подставляя это выражение в (1), имеем

$$\frac{E}{1-\mu^2}\left(n^2 - 1\right) Ar^{n-2} + \rho\omega^2 r = 0,$$

откуда $n = 3$, $A = -\dfrac{1-\mu^2}{8E}\rho\omega^2$. Таким образом, решение уравнения (1) имеет вид

$$u_r = C_1 r + C_2 r^{-1} - \frac{1-\mu^2}{8E}\rho\omega^2 r^3,$$

а соотношения для напряжений приобретают вид

$$\sigma_{rr} = \frac{E}{1-\mu}C_1 - \frac{E}{1+\mu}C_2 r^{-2} - \frac{3+\mu}{8E}\rho\omega^2 r^2, \sigma_{\varphi\varphi} = \frac{E}{1-\mu}C_1 + \frac{E}{1+\mu}C_2 r^{-2} - \frac{1+3\mu}{8E}\rho\omega^2 r^2.$$

Потенциальная энергия деформации определяется в виде

$$\Pi = \int\limits_V \frac{1}{2E}\left(\sigma_{rr}\varepsilon_{rr} + \sigma_{\varphi\varphi}\varepsilon_{\varphi\varphi}\right) dV = \frac{1}{2E}\int\limits_V \left(\sigma_{rr}^2 + \sigma_{\varphi\varphi}^2 - 2\nu\sigma_{rr}\sigma_{\varphi\varphi}\right) dV.$$

2. Диск с центральным отверстием.

Для диска с центральным отверстием простейшие статические условия на внутренней и внешней поверхностях имеют вид $\sigma_{rr}(r_0) = 0$, $\sigma_{rr}(r_1) = 0$.

В этом случае выражения для напряжений примут вид

$$\sigma_{rr}(r) = \sigma_0\left(1 + k^2\left(1 - r_1^2 r^{-2}\right) - r^2 r_1^{-2}\right), \sigma_{\varphi\varphi}(r) = \sigma_0\left(1 + k^2\left(1 + r_1^2 r^{-2}\right) - \beta r^2 r_1^{-2}\right),$$

где введены обозначения

$$\sigma_0 = \frac{3+\mu}{8}\rho\omega^2 r_1^2, \quad \beta = \frac{1+3\mu}{3+\mu}, \quad k = \frac{r_0}{r_1}.$$

Потенциальная энергия деформации может быть записана в виде

$$\Pi = \frac{1}{2E}\int\limits_0^{2\pi}\int\limits_0^{b}\int\limits_{kr_1}^{r_1}\left(\sigma_{rr}^2 + \sigma_{\varphi\varphi}^2 - 2\nu\sigma_{rr}\sigma_{\varphi\varphi}\right) r\,dr\,dz\,d\varphi =$$

$$= \frac{2\pi b\sigma_0^2 r_1^2\left(1-k^2\right)\left[\left(1+k^4\right)\left(7-6\mu-\mu^2\right) + 2k^2\left(17+6\mu+\mu^2\right)\right]}{3E(1+\mu)^2}.$$

Кинетическая энергия вращения диска определяется по формуле

$$K = \frac{\pi b\left(r_1^4 - r_0^4\right)\rho\omega^2}{4} = \frac{\pi b\left(1-k^4\right) r_1^2 r_1^2\rho\omega^2}{4} = \frac{2\pi b\left(1-k^4\right) r_1^2\sigma_0}{3+\mu}.$$

Отношение потенциальной энергии деформации к кинетической энергии будет иметь вид

$$\Pi/K = \frac{\sigma_0\left[\left(1+k^4\right)\left(7-6\mu-\mu^2\right) + 2k^2\left(17+6\mu+\mu^2\right)\right](3+\mu)}{3E(1+\mu)^2\left(1+k^2\right)}.$$

Поскольку масса диска равна $m = \pi b r_1^2\left(1-k^2\right)\rho$, то отношение потенциальной энергии к массе определяется как

$$\Pi/m = \frac{2\sigma_0^2\left[\left(1+k^4\right)\left(7-6\mu-\mu^2\right) + 2k^2\left(17+6\mu+\mu^2\right)\right]}{3E\rho(1+\mu)^2},$$

а отношение кинетической энергии к массе определяется соотношением

$$K/m = \frac{2\left(1+k^2\right)\sigma_0}{(3+\mu)\rho}.$$

Напряжение σ_{rr} положительно и достигает наибольшей величины при $r = \sqrt{r_0 r_1}$:

$$\sigma_{rr}^{\max} = \sigma_0(1-k)^2.$$

Напряжение $\sigma_{\varphi\varphi}$ также положительно при всех значениях и достигает максимума при $r = r_0$:

$$\sigma_{\varphi\varphi}^{\max} = \sigma_0\left(2 + (1-\beta)k^2\right) = 2\sigma_0\frac{3+\mu+(1-\mu)k^2}{3+\mu}.$$

Всегда имеет место неравенство $\sigma_{\varphi\varphi}^{\max} > \sigma_{rr}^{\max}$. Поэтому условие прочности должно быть записано, например, по I теории прочности: $\sigma_{\varphi\varphi}^{\max} \leqslant \sigma_y$.

Тогда соотношения для потенциальной энергии деформации, кинетической энергии вращения, их отношения, а также удельной потенциальной и кинетической энергий могут быть записаны в виде:

$$
\begin{aligned}
&\Pi = \frac{\pi b \sigma_y^2 r_1^2 \left(1-k^2\right)(3+\mu)^2 \left(\left(1+k^4\right)\left(7-6\mu-\mu^2\right)+2k^2\left(17+6\mu+\mu^2\right)\right)}{6E(1+\mu)^2 (3+\mu+(1-\mu)\,k^2)^2},\\
&K = \frac{\pi b \left(1-k^4\right) r_1^2 \sigma_y}{3+\mu+(1-\mu)\,k^2},\\
&\Pi/K = \frac{\sigma_y \left[\left(1+k^4\right)\left(7-6\mu-\mu^2\right)+2k^2\left(17+6\mu+\mu^2\right)\right](3+\mu)^2}{3E(1+\mu)^2\left(1+k^2\right)\left(3+\mu+(1-\mu)\,k^2\right)},\\
&\Pi/m = \frac{\sigma_y^2 (3+\mu)^2 \left(\left(1+k^4\right)\left(7-6\mu-\mu^2\right)+2k^2\left(17+6\mu+\mu^2\right)\right)}{6E\rho(1+\mu)^2 (3+\mu+(1-\mu)\,k^2)^2},\\
&K/m = \frac{\sigma_y \left(1+k^2\right)}{\rho\left(3+\mu+(1-\mu)\,k^2\right)}.
\end{aligned}
\tag{2}
$$

Таким образом, удельная энергоемкость вращающегося диска с осевым отверстием может быть записана в виде

$$
e/m = K/m + \Pi/m = \frac{\sigma_y}{\rho}\frac{\left(1+k^2\right)}{\left(3+\mu+(1-\mu)\,k^2\right)} +
$$
$$
+\frac{\sigma_y^2}{E\rho}\frac{(3+\mu)^2\left(\left(1+k^4\right)\left(7-6\mu-\mu^2\right)+2k^2\left(17+6\mu+\mu^2\right)\right)}{6(1+\mu)^2(3+\mu+(1-\mu)\,k^2)^2}.
$$

3. Сплошной диск

Формулы для определения напряжений в сплошном диске ($r=0$) примут вид

$$
\sigma_{rr}(r) = \sigma_0\left(1-r^2 r_1^{-2}\right),\ \sigma_{\varphi\varphi}(r) = \sigma_0\left(1-\beta r^2 r_1^{-2}\right).
$$

В этом случае радиальные перемещения следует искать в виде

$$
u_r = C_1 r - \frac{1-\mu^2}{8E}\rho\omega^2 r^3,
$$

а соотношения для напряжений приобретают вид

$$
\sigma_{rr} = \frac{E}{1-\mu}C_1 - \frac{3+\mu}{8E}\rho\omega^2 r^2,\ \sigma_{\varphi\varphi} = \frac{E}{1-\mu}C_1 - \frac{1+3\mu}{8E}\rho\omega^2 r^2.
$$

Простейшие статические условия на внешней поверхности имеют вид $\sigma_{rr}(r_1)=0$, а напряжения можно определять по формуле

$$
\sigma_{rr}(r) = \sigma_0\left(1-r^2 r_1^{-2}\right),\ \sigma_{\varphi\varphi}(r) = \sigma_0\left(1-\beta r^2 r_1^{-2}\right).
$$

Оба напряжения положительны и увеличиваются с приближением к оси диска. На оси диска (при $r=0$) оба напряжения максимальны и равны между собой $\sigma_{\varphi\varphi}^{\max} = \sigma_{rr}^{\max} = \sigma_0$.

Поскольку касательные напряжения на любой площадке, включающей ось симметрии диска ($r=0$), равны нулю, то σ_{rr} и $\sigma_{\varphi\varphi}$ являются главными напряжениями, а в случае плоского напряженного состояния $\sigma_{zz}=0$. Тогда для оценки величины напряжений, при котором будет происходить разрушение материала, можно использовать условие прочности по IV теории. В данном случае оно будет выглядеть как

$$
\sqrt{(1/2)\left[\left(\sigma_{rr}^{\max}-\sigma_{\varphi\varphi}^{\max}\right)^2+\left(\sigma_{\varphi\varphi}^{\max}-\sigma_{zz}\right)^2+\left(\sigma_{zz}-\sigma_{rr}^{\max}\right)^2\right]} = \sigma_{\varphi\varphi}^{\max} = \sigma_0 = \sigma_y.
$$

Тогда соотношения для потенциальной энергии деформации, кинетической энергии вращения, их отношения, а также удельной потенциальной и кинетической энергий могут быть переписаны в виде

$$\begin{aligned}
&\Pi = \frac{2\pi b\sigma_y^2 r_1^2\left(7-6\mu-\mu^2\right)}{3E(1+\mu)^2},\\
&K = \frac{2\pi b r_1^2\sigma_y}{3+\mu},\\
&\Pi/K = \frac{\sigma_y\left(7-6\mu-\mu^2\right)(3+\mu)}{3E(1+\mu)^2},\\
&\Pi/m = \frac{2\sigma_y^2\left(7-6\mu-\mu^2\right)}{3E\rho(1+\mu)^2},\\
&K/m = \frac{2\sigma_y}{(3+\mu)\,\rho}.
\end{aligned} \tag{3}$$

Удельная энергоемкость вращающегося сплошного диска может быть записана в виде

$$e/m = K/m + \Pi/m = \frac{\sigma_y}{\rho}\frac{2}{(3+\mu)} + \frac{\sigma_y^2}{E\rho}\frac{2\left(7-6\mu-\mu^2\right)}{3(1+\mu)^2}\,.$$

4. Равной прочности диск

Если диск будет иметь не постоянное по высоте поперечное сечение, то в этом случае можно подобрать такой профиль, что окружные $\sigma_{\varphi\varphi}$ и радиальные σ_{rr} напряжения во всех точках диска будут постоянными и равными σ. В этом случае профиль сечения диска должен быть определен по формуле [4]: $h = h_0\exp\left(-\frac{\rho\omega^2 r^2}{2\sigma}\right)$. Для того чтобы в диске, профиль которого определен по приведенной формуле, напряжение было постоянным, необходимо приложить на наружном контуре нагрузку, вызывающую радиальную нагрузку, равную σ. Тогда для оценки величины напряжений, при котором будет происходить разрушение материала, можно также использовать условие прочности по IV теории. В данном случае оно будет выглядеть как

$$\sqrt{(1/2)\left[(\sigma-\sigma)^2+(\sigma-\sigma_{zz})^2+(\sigma_{zz}-\sigma)^2\right]} = \sqrt{(1/2)\left((\sigma)^2+(\sigma)^2\right)} = \sqrt{(1/2)\,2(\sigma)^2} = \sigma = \sigma_y.$$

Тогда потенциальная энергия деформации может быть записана в виде

$$\Pi = \frac{1}{2E}\int\limits_0^{2\pi}\int\limits_0^{h_0\exp(-\rho\omega^2r^2/2\sigma_y)}\int\limits_0^{r_1}\left(\sigma_{rr}^2+\sigma_{\varphi\varphi}^2-2\mu\sigma_{rr}\sigma_{\varphi\varphi}\right)rdrdzd\varphi =$$
$$= \frac{2\pi h_0\sigma_y^2(1-\mu)}{E}\int\limits_0^{r_1}\exp\left(-\frac{\rho\omega^2r^2}{2\sigma_y}\right)rdr = \frac{2\pi h_0\sigma_y^2(1-\mu)}{E}\frac{\sigma_y\left(1-\exp(-\rho\omega^2r_1^2/2\sigma_y)\right)}{\rho\omega^2}.$$

Кинетическая энергия будет определяться по формуле

$$K = \frac{\omega^2}{2}\int\limits_0^{2\pi}\int\limits_0^{h_0\exp(-\rho\omega^2r^2/2\sigma_y)}\int\limits_0^{r_1}\rho r^2 rdrdzd\varphi = \pi h_0\rho\omega^2\int\limits_0^{r_1}\exp\left(-\frac{\rho\omega^2r^2}{2\sigma_y}\right)r^3dr =$$
$$= \pi h_0\frac{2\sigma_y^2\left(1-\exp(-\rho\omega^2r_1^2/2\sigma_y)\left(1+\rho\omega^2r_1^2/2\sigma_y\right)\right)}{\rho\omega^2},$$

а масса – по формуле

$$m = \int\limits_0^{2\pi}\int\limits_0^{h_0\exp(-\rho\omega^2r^2/2\sigma_y)}\int\limits_0^{r_1}\rho rdrdzd\varphi = 2\pi h_0\rho\int\limits_0^{r_1}\exp\left(-\frac{\rho\omega^2r^2}{2\sigma_y}\right)rdr =$$

$$= 2\pi h_0 \rho \frac{\sigma\left(1-\exp(-\rho\omega^2 r_1^2/2\sigma_y)\right)}{\rho\omega^2}.$$

Тогда соотношения для потенциальной энергии деформации, кинетической энергии вращения и их отношения могут быть записаны в виде

$$\begin{aligned}
\Pi/K &= \frac{\sigma_y\,(1-\mu)\left(1-\exp(-\rho\omega^2 r_1^2/2\sigma_y)\right)}{E\left(1-\exp(-\rho\omega^2 r_1^2/2\sigma_y)\left(1+\rho\omega^2 r_1^2/2\sigma_y\right)\right)},\\
\Pi/m &= \frac{\sigma_y^2\,(1-\mu)}{E\rho},\\
K/m &= \frac{\sigma_y\left(1-\exp(-\rho\omega^2 r_1^2/2\sigma_y)\left(1+\rho\omega^2 r_1^2/2\sigma_y\right)\right)}{\rho\left(1-\exp(-\rho\omega^2 r_1^2/2\sigma_y)\right)}.
\end{aligned}$$

В случае стремления угловой скорости к бесконечности $\omega \to \infty$ первое и третье соотношения упрощаются

$$\Pi/K = \frac{\sigma_y\,(1-\mu)}{E},\;\; K/m = \frac{\sigma_y}{\rho}. \tag{4}$$

Удельная энергоемкость вращающегося сплошного цилиндра может быть записана в виде

$$e/m = \Pi/m + K/m = \frac{\sigma_y^2\,(1-\mu)}{E\rho} + \frac{\sigma_y}{\rho} = \frac{\sigma_y}{\rho}\left(1+\frac{\sigma_y}{E}\,(1-\mu)\right).$$

5. Результаты

Были проведены расчеты для трех дисков (с отверстием, сплошного и равной прочности) для оценки удельной энергоемкости некоторых конструкционных материалов [7], результаты приведены в табл. 1. Зависимость удельной энергоемкости e/m от удельной прочности σ/ρ материала маховика имеет вид:

$$\frac{e}{m} = k\frac{\sigma_y}{\rho},$$

где k − коэффициент формы маховика, характеризующий его эффективность. Соотношения ,,, по которым можно определить коэффициент формы k, совпадают с соотношениями, приведенными в [5], [6].

Структурно формулы для исследуемых форм диска можно представить в виде

$$e/m = K/m + /m = \frac{\sigma_y}{\rho}\Phi_1\,(k,\mu) + \frac{\sigma_y^2}{E\rho}\Phi_2\,(k,\mu)\,, /K = \frac{\sigma_y}{E}\frac{\Phi_2\,(k,\mu)}{\Phi_1\,(k,\mu)},$$

где функции $\Phi_1(k,\mu)$ и $\Phi_2(k,\mu)$ для каждой формы диска свои.

Анализ отношения П/К для всех различных форм маховика показывает, что отношение потенциальной энергии к кинетической больше всего для диска с отверстием, а меньше всего для диска равной прочности. Это объясняется тем, что в случае диска с отверстием основная масса диска распределена дальше от оси вращения, что при прочих равных условиях ведет к росту кинетической энергии. Для равнопрочного диска ситуация меняется на противоположную.

Аналогичный вывод можно сделать и анализируя выражение удельной потенциальной энергии Π/m, т.е. накопленная потенциальная энергия максимальна для диска с большим отверстие, и минимальна для равнопрочного диска. Это, по-видимому, объясняется тем, что чем больше упругий материал работает дальше от оси вращения, тем больше удельной потенциальной упругой энергии накапливается.

Однако оценивая удельную потенциальную энергию $K/m + \Pi/m$, вывод можно сделать совершенно противоположный. В этом случае определяющей является прочность диска, которая для равнопрочного диска наивысшая. А полная удельной накопленная энергия будет больше для дисков с концентрацией массы ближе к оси вращения для всех материалов, кроме резины, но это объясняется большим отношением σ/E , за счет чего доля удельной потенциальной энергии в полной удельной энергии становится

Табл. 1: Удельная энергоемкость дисков разной формы

NN	С отверстием			Сплошной			Равной прочности		
	П/m	К/m	e/m	П/m	К/m	e/m	П/m	К/m	e/m
H.carbon steels	0.003	0.073	0.0756	0.002	0.088	0.090	0.0006	0.146	0.147
Titan.alloys	0.009	0.129	0.138	0.005	0.157	0.162	0.0019	0.259	0.261
Boron carbide	0.087	1.115	1.202	0.054	1.35	1.41	0.019	2.23	2.25
Compos.polymer	0.015	0.328	0.344	0.011	0.404	0.414	0.0034	0.656	0.659
Polyur.elastomers	1.92	0.02	1.94	0.821	0.023	0.844	0.361	0.041	0.401

превалирующей. Но общая накопленная удельная энергия для большинства материалов все равно мала, т.к. мало соотношение σ/ρ. Однако, как показывают расчеты, для резиноподобных материалов, в частности для Polyurethane elastomers [7], накопление энергии происходит за счет потенциальной энергии деформации.

Заключение

В заключении следует отметить, что в работе проведен анализ энергоемкости маховиков различной формы. Ранее подобные исследования уже проводились, но в них давалась оценка только накопленной кинетической энергии вращения, а в данном случае рассчитывалась и накопленная упругая потенциальная энергия деформации. Расчеты проводились для некоторых канонических форм маховиков, для которых можно получить точное значение энергоемкости. Подобный расчет для сложных форм маховиков, в том числе комбинированных и композитных, можно проводить в известных численных пакетах прочностного анализа, в частности, в ANSYS.

Расчет маховиков по удельной кинетической энергоемкости определяется удельной прочностью материала маховика и коэффициентом формы. При оценке упругой потенциальной энергии деформации используется такой параметр, как отношение временного сопротивления материала на разрыв к его модулю Юнга. Этот фактор дает более широкие возможности при конструировании маховичных накопителей энергии, т.к. в ряде случаев накопленная потенциальная энергия деформации может в разы превышать кинетическую энергию вращения, а влияние формы маховика на его энергоемкость (энергоемкость от потенциальной энергии деформации) может быть совершенно противоположным. Кроме того, если маховик будет накапливать больше потенциальной энергии деформации (чем кинетической), можно будет снизить скорость вращения и ее ускорение, что благоприятно скажется на безопасности эксплуатации и сроке службы конструкции и позволит отказаться от герметичного кожуха, создающего вакуум в зоне вращения маховика (или, по крайней мере, обойтись вакуумом меньшего порядка).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Гулиа Н.В.** Маховичные двигатели. — М: Машиностроение, 1976. — 163 с.
2. **Drum T.O.** Energy storage-flywheel, 2011.
3. **Писаренко Г.В., Яковлев А.П., Матвеев В.В.** Справочник по сопротивлению материалов. — Киев: Наукова, 1988. — 736 с.
4. **Работнов Ю.Н.** Сопротивление материалов. — М: Физматгиз, 1962.— 456 с.
5. **Гулиа Н.В.** Накопители энергии. — М: Наука, 1980. — 152 с.
6. **Белых К.В., Филькин Н.М.** К вопросу расчета маховичных накопителей кинетической энергии // Материалы международной научно-практической конференции «Модернизация и научные исследования в транспортном комплексе». — Пермь: Изд-во ПНИПУ, 2012. — С. 281—289

7. **Cambridge University Engineering Department** Materials Data. – Great Britain: Cambridge University, 2003. – 41 с.

REFERENCES

1. **Gulia N.V.** Flywhee engines [Makhovichnyye dvigateli]. – Moscow: Mashinostroyeniye, 1976. – 163 p. (in Russian)
2. **Drum T.O.** Energy storage-flywheel, 2011.
3. **Pisarenko G.V., Yakovlev A.P., Matveyev V.V.** The reference manual on resistance of materials [Spravochnik po soprotivleniyu materialov]. – Kiev: Naukova, 1988. – 736 p. (in Russian)
4. **Rabotnov Y.N.** Resistance of materials [Soprotivleniye materialov]. – Moscow: Fizmatgiz, 1962. – 456 p. (in Russian)
5. **Gulia N.V** Energy accumulation [Nakopiteli energii]. – Moscow: Nauka, 1980.– 152 p. (in Russian)
6. **Belykh K.V., Fil'kin N.M.** The issue of calculating flywheel kinetic energy storage [K voprosu rascheta makhovichnykh nakopiteley kineticheskoy energii] // Materialy mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii «Modernizatsiya i nauchnyye issledovaniya v transportnom komplekse». – Perm: Izd-vo PNIPU, 2012. – P. 281-289. (in Russian)
7. **Cambridge University Engineering Department** Materials Data. – Great Britain: Cambridge University, 2003. – 41 p.