На правах рукописи

АРЕПЬЕВ ЕВГЕНИЙ ИВАНОВИЧ

ФОРМИРОВАНИЕ И РАЗВИТИЕ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ТРАДИЦИИ В ФИЛОСОФИИ МАТЕМАТИКИ И МЕТОДОЛОГИИ НАУКИ XX СТОЛЕТИЯ

Специальность 09.00.03 - история философии

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
доктора философских наук

Москва - 2003

Работа выполнена на общеуниверситетской кафедре философии Курского государственного университета

Официальные оппоненты: доктор философских наук,
старший научный сотрудник **Катасонов Владимир Николаевич**

доктор философских наук,
профессор **Колядко Виталий Иванович**

доктор философских наук,
профессор **Князев Виктор Николаевич**

Ведущая организация: Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

Защита состоится «*15*» 09 2003 года в 15 часов на заседании диссертационного совета Д 212.154.06 при Московском педагогическом государственном университете по адресу:
117571, Москва, проспект Вернадского, д. 88, ауд. 818.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Московского педагогического государственного университета по адресу: 119992, Москва, М. Пироговская, д. 1.

Автореферат разослан *«22»* *мая* 2003 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета МИХАЙЛОВ В.В.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования

Тематика данного исследования связана в первую очередь с интерпретацией проблемы обоснования знания на область математических истин и объектов в аналитической традиции XX столетия, а также логико-методологическими вопросами, разрабатываемыми в рамках подобной интерпретации. В частности, под обоснованием математики подразумевается построение онто-гносеологического истолкования основных, исходных идей, составляющих фундамент этой науки.

Оставаясь актуальной и разрабатываемой практически на протяжении всего исторического развития философской мысли, проблема обоснования человеческого знания приобретает в современную эпоху особую остроту. Это обусловлено несколькими факторами.

С одной стороны, разнообразие философских направлений XX столетия предлагает ряд качественно новых подходов к философской проблематике (это и попытка отождествления философии с точными науками, и рассмотрение философских проблем как проблем языка, и попытки обосновать несостоятельность онтологической проблематики, и многое другое). Это приводит к пересмотру многих устоявшихся представлений и служит причиной оживленной полемики как в самой философии, так и на междисциплинарном уровне.

С другой стороны, научно-технический прогресс необходимым образом обуславливает интенсивное развитие такой области исследований, как философия науки, в которой проблема обоснования знания обладает своей спецификой и которая значительно расширяет круг онтологических и гносеологических вопросов.

Компьютеризация общества, развитие физики, информатики и других наук в настоящее время выводят человечество на качественно новую ступень развития. Гуманитарные отрасли, и в первую очередь философия, не могут не испытывать влияния естественнонаучного знания, точных наук. Ориентир на научную рациональность, математизация, формализация методов исследования и языка науки обуславливает не только преобразование и совершенствование способов рассуждения, обоснования положений, отыскания и построения гипотез, но и предполагает эпистемологическое осмысление эффективности принципов тех наук, которые служат в настоящее время образцом точности и стройности, выявление связи этих принципов с реальной действительностью и природой человеческого мышления.

В свете вышеизложенного, на рубеже XX - XXI веков представляется необходимым исследование, систематизация и современная интерпретация творческого наследия мыслителей XX столетия, затрагивающего философские и методологические аспекты науки, в частности - математического знания. Значительную роль в этом должна, на наш взгляд, сыграть история философии, поскольку такое осмысление является ее непосредственной задачей.

Благодаря интенсивной разработке философско-математических проблем, которая происходит в конце XIX - начале XX веков, образуется так называемая область «оснований математики», представляющая собой смешанное поле деятельности философов и математиков и вносящая в проблематику обоснования человеческого знания обособленный круг вопросов. Становление этой области исследований приобретает особую значимость, так как в начале XX столетия назревает кризис оснований, причиной которого послужили многочисленные парадоксы теории множеств. Различные подходы к преодолению этого кризиса приводят к образованию направлений (логицистского, формалистского и интуиционистского), идеи которых ложатся в основу аналитического и конструктивного понимания философии.

Аналитическая традиция, сформировавшаяся в XX веке, представляет собой одно из наиболее крупных направлений современной философской мысли. Предметное поле исследований этого течения включает в себя широкий круг проблем, в том числе и проблем, относящихся к различным вопросам онтологии, гносеологии, методологии и философии науки. Благодаря этому аналитическая традиция выступает в роли одной из основных областей, связывающих философское знание с точными науками.

Актуальность проблемы обоснования математического знания, представляющей собой составную часть проблематики обоснования знания вообще и обоснования научного знания в частности, возрастает в наш век как никогда ранее. Математика, являясь образцом точной науки, в то же время служит универсальным аппаратом исследования для всего естественнонаучного знания. Поэтому ее объекты, язык и методология, универсальная применимость и необходимость ее положений служат предметом пристального внимания философов современности.

Аналитическая же традиция вносит в область философско-математических исследований важнейший вклад, выражающийся в разработке нового подхода к проблемам оснований и реализации идей мыслителей Нового Времени. Это послужило толчком к развитию многих областей математического и философского знания.

В свете вышеизложенного данная работа представляет собой исследование аналитического подхода к философско-методологическим проблемам математического знания.

Степень научной разработанности проблемы.

Говоря о разработанности проблемы формирования и развития аналитической традиции в философии математики и методологии науки, необходимо выделить целый ряд положений. Прежде всего, следует отметить, что развернутого исследования аналитической философии математики, как целостного направления, не было предпринято до настоящего времени ни в отечественной, ни в зарубежной литературе (по крайней мере в поле обозримости автора данной работы). Тем не менее необходимые предпосылки для подобного исследования вполне сформировались.

Так, можно выделить несколько областей, связанных с темой настоящего исследования, разработанность которых позволяет выделить ряд общепризнанных или вполне обоснованных результатов, вошедших в теоретическую основу данной диссертации. Это области, относящиеся к онтологическим и гносеологическим проблемам математического знания, к логико-методологическим вопросам науки и в частности философии и математики. Сюда относятся также область исследований, посвященных осмыслению роли и сущности аналитической традиции философской мысли XX столетия в целом и истолкованию концепций ее отдельных представителей, исследования наследия Новоевропейской философии, ее вклада в становление современной философии и методологии науки вообще и непосредственно математического знания, труды, целью которых является оценка теоретико-познавательного вклада философских течений прошлого века, и др.

Итак, тематика данной работы связана с вопросами философии, логики и методологии научного знания, исследуемыми в трудах таких отечественных и зарубежных авторов, как Асмус В.Ф., Гайденко П.П., Жог В.И., Князев В.Н., Кочергин А.Н., Купцов В.И., Мелюхин С.Т., Микешина Л.А., Петров Ю.А., Печенкин А.А., Рузавин Г.И., Смирнова Е.Д., Сокулер З.А., Степин В.С., Суровцев В.А., Яновская С.А., Яшин Б.Л., Вригт Г., Куайн У., Кун Т., Лакатос И., Ньютон-Смит В., Фейерабенд П., Хинтикка Я. и др.

Исследование проблем, связанных с тематикой настоящей работы, предполагает анализ концепций отдельных представителей аналитической философии и представителей области оснований математического знания. В этом плане прежде всего необходимо отметить таких авторов как Бибихин В.В., Бирюков Б.В., исследующий позицию Фреге, Грязнов А.Ф., Даммит М., труды которого посвящены философскому и философско-математическому наследию Г. Фреге, Захаров В.Д., Козлова М.С., Колесников А.С., Коломейцев А.Е., Колядко В.И. исследующий философское наследие Б. Больцано, Кузьмичева А.А., в работах которой дается критический анализ лингвистической доктрины логической и математической истины Р. Карнапа, Кутыркин А.Б., Мадер В.В., который детально излагает и анализирует логико-арифметическую концепцию Г. Фреге, Макаркина СБ., исследующая теорию определений Г. Фреге, Козлова М.С., в трудах которой анализируется ряд важнейших идей позднего Витгенштейна, Нарский И.С., с его исследованиями позиции Рассела, Панченко А.И., Панченко К.М., Перминов В.Я., Розов М.А., Рузавин Г.И., Самохвалов К.Ф., Смирнов В.А., Смирнова Е.Д., Сокулер З.А., изучающая философско-математические разработки Витгенштейна, Поппера и др., Успенский В.А., рассматривающий связь идей Л. Витгенштейна с основаниями математики, Федоров Б.И. и др.

Проблемы философии математики интенсивно разрабатываются зарубежными (США, Великобритания и пр.) исследователями, среди которых можно отметить таких авторов как Бенацерраф П., Булос Д., Голдфарб В., Даммит М., Девис П., Китчер Ф., Куайн У., Патнем X., Уаилдер Р. и др.

Тема диссертации также связана с исследованиями аналитической традиции XX столетия в целом, которая является предметом изучения таких отечественных авторов, как Боброва Л.А., в трудах которой разрабатываются подходы к определению аналитической философии, изучаются различные периоды ее становления и дальнейшие пути развития, Грязнов А.Ф., ряд трудов которого посвящен исследованию позиции аналитиков (Витгенштейна) по философско-математическим вопросам, Даммит М., Козлова М.С., исследующая идею «языковых игр», Юлина Н.С., Панов М.И., который рассматривает аналитический подход к философии и методологии математики и пути гуманитаризации математического знания, Панченко А.И., исследующий основные тенденции современной аналитической философии, и другие.

Историко-философский характер работы связывает данную тему с исследованиями философского наследия отдельных мыслителей Нового времени. Это труды Быховского Б.Э., который исследует философскую концепцию Дж. Беркли, работы КатасоноваВ.Н., посвященные вопросам философии математики в концепциях Декарта и Лейбница, Майорова Г.Г., Михаленко Ю.П., Ойзермана Т.И., Соколова В.В., Танхилевич О.М., Умова Н.А., Юшкевича А.П., Ягодинского И.И. и др.

На данное исследование значительное влияние оказали также идеи, разрабатываемые в трудах по философским вопросам математического знания и логики. Это работы таких авторов, как Перминов В.Я., разрабатывающий априористскую концепцию математического знания, Панов М.И., исследующий наследие интуиционистского течения, Рузавин Г.И., анализирующий философские проблемы оснований математики, Мануйлов В.Т., исследующий аналитический и конструктивный подход к философско-математическим вопросам, Кузичева З.А., разрабатывающая проблемы оснований математики, связанные со спецификой языка математики, Яновская С.А., с ее исследованиями методологических проблем науки, и в частности математики, Целищев В.В., Беляев Е.А., Карпович В.Н., Асмус В.Ф., Успенский В.А., Поляков И.В., Сисюк Н.П., Медведев Ф.А., Черепанов С.К. и др.

Ряд диссертаций и монографий указывает, так же как и труды вышеупомянутых авторов, на повышенное внимание к проблемам аналитического подхода в философии математики. Однако эти исследования не содержат построения общей картины, позволяющей осветить процесс становления и развития аналитической философии математики и предлагающей развитие онто-гносеологических и логико-методологических результатов этого направления.

Данная диссертация призвана до определенной степени заполнить пробел в рассматриваемой области исследований.

Цель и задачи диссертационного исследования

Целью диссертационного исследования является раскрытие сущности аналитического подхода к проблемам онто-гносеологического обоснования математического знания, выявление его обусловленности и значимости в историко-философском контексте и контексте человеческого знания в целом, а также истолкование природы математического знания на основе результатов, полученных в аналитической философии математики.

Реализация цели предполагает решение следующих задач:

— обобщение основных характеристических черт аналитической традиции мысли XX века;

— проведение концептуального анализа различных подходов к проблемам философии математики на предмет определения наличия в них существенных признаков, характерных для аналитической традиции, и выявление взаимосвязи аналитической традиции с областью оснований математики, обуславливающей формирование течения аналитической философии математики;

— выделение направления аналитической философии математики как пересечения аналитической традиции с областью оснований математики и выявление его основных характеристик;

— выявление исторической обусловленности и историко-философских предпосылок аналитической философии математики;

— выявление обусловленности возникновения, раскрытие сущности и значения формально-логического языкового подхода к проблемам оснований математики, определение объективных причин его развития;

— определение роли и значения формально-логического языкового подхода (как части аналитической философии математики) в математическом и философском знании и выявление причин, ограничивающих возможности применения формальных средств познания;

— раскрытие объективных причин возникновения лингвистической тенденции в аналитической философии математики, выявление сущности лингвистического подхода, его значимости в философии математики и в философском знании вообще;

— выявление проблемно-постановочных результатов исследований аналитической философии математики;

— выявление основных онто-гносеологических аспектов логицистского истолкования природы математических истин;

— экспликация методологических установок аналитической философии математики;

— получение ключевых онто-гносеологических аспектов истолкования природы математических истин на основе обобщения и развития результатов аналитической традиции.

Теоретико-методологические принципы и источники исследования

Решение поставленных задач и реализация цели исследования требует соответствующей методологической базы. В диссертации использовался метод историко-философской реконструкции, который включает в себя методики первичного (при изучении источников) и вторичного (при привлечении различного рода критической литературы) исследования, а также методы интерпретирующего анализа, подразумевающие критическое сопоставление различных концепций и проецирование результатов философского осмысления одной научной области (или их совокупности) на другую. В настоящем исследовании также, на основе результатов аналитической философии математики, разрабатывается и применяется метод «внешнего и внутреннего рассмотрения».

Этот метод предполагает для внешнего рассмотрения проведение сравнительного анализа свойств рассматриваемой научной области (математики) со свойствами и основными особенностями других областей знания и интеллектуальной активности человека. Внутреннее же рассмотрение представляет собой процесс выявления и сопоставления сущностных характеристик объектов и положений, принадлежащих самой рассматриваемой области.

В качестве источников исследования выступают работы отечественных и зарубежных авторов, относящихся к нескольким группам:

— труды, в которых содержатся идейные предпосылки аналитической традиции, и в частности предпосылки аналитической философии математики, а именно, работы Декарта Р., Лейбница Г.В., Беркли Дж., Юма Д. и др.;

— работы, относящиеся непосредственно к аналитическому направлению философии математики, то есть работы Фреге Г., Рассела Б., Витгенштейна Л. и Карнапа Р. и др.;

— работы, относящиеся к проблематике оснований математического знания и вопросам математической логики. Это труды следующих мыслителей: Больцано Б., Дедекинда Р., Кантора Г., Гильберта Д., Уайтхеда А. и др.;

— труды, посвященные исследованию сущности и особенностей аналитической традиции XX века, следующих авторов: Бобровой Л.А., Грязнова А.Ф., Даммита М., Козловой М.С., Панова М.И., Панченко А.И. и некоторых других исследователей данной проблемы;

— помимо этого, в качестве источников были использованы труды отечественных и зарубежных авторов, излагающие содержание непереведенных работ мыслителей последней группы либо излагающие отдельные аспекты их концепций или концепций, непосредственно связанных с их исследованиями. Это работы таких авторов, как Бирюков Б.В., Клайн М., Колесников А.С., Кузьмичева А.А., Кутыркин А.Б., Кутюра Л., Мадер В.В., Нарский И.С., Суровцев В.А., Успенский В.А. и др.

Научная новизна исследования

Научная новизна диссертационной работы состоит в реализации подхода к изучению философско-математического наследия аналитиков XX столетия, рассматривающего аналитическую тенденцию в области обоснования математического знания как целостное направление. В ходе исследования получены результаты, которые представляют собой новое знание об аналитическом истолковании природы математики и о сущности исходных принципов математического знания вообще. А именно:

— в ходе исследования установлено, что философско-математические концепции аналитиков образуют целостное направление, развитие которого подразделяется на два этапа и его важнейшей характеристической чертой служит логико-лингвистическая направленность;

— выявлено, что основная часть теоретических предпосылок аналитической философии математики содержится в концепциях Р. Декарта и Г. Лейбница, в частности, в разработках идеи создания универсального языка науки на логико-математической основе;

— обосновано, что значимая часть приемов и методов, используемых в концепциях аналитической философии математики, может быть упорядочена и подведена под классификацию на основе принципа «внешнего и внутреннего рассмотрения», теоретическое описание которого впервые осуществляется в настоящей работе;

— на основе онто-гносеологических построений аналитиков выдвинуто гипотетическое истолкование математики позволяющее утверждать, что все области математического знания, опирающиеся лишь на производные положения от количественных и порядковых отношений, основываются на исходных, априорно заданных принципах разума, служащих неотъемлемой его составляющей, то есть возможностью его существования, и относящихся к свойствам действительности (материальной, идеальной, потенциальной), выражающим ее непрерывный и дискретный характер;

— выявлено, что геометрические исходные истины, то есть сама возможность построения системы геометрических истин также является неотъемлемой составляющей разума, отражающей в нем формы существования материального мира;

— обосновано, что все разделы математической логики, то есть области, занимающиеся выражением свойств причинно-следственных связей, свойств функционирования разума, процесса рассуждения основываются на необходимой компоненте разума, относящейся к отражению в нем самом возможностей построения и функционирования любых систем, в том числе и математических;

— установлено, что все три компоненты основ математического знания имеют обширные производные области, в которых эти основы пересекаются, однако данные составляющие фундамента математики не тождественны, а специфичны. Общим же, определяющим саму принадлежность к математике для всех исходных областей является то, что они отражают универсальные законы не только всего существующего, не только гипотетического, но и всего возможного вообще.

Наконец, обобщением перечисленных новых положений явилась гипотеза о том, что отношение исходных математических истин и объектов к реальности, сущему, исходя из результатов аналитического течения, тождественно отношению к структуре бытия всех возможностей, всех реализованных и потенциальных форм его существования, преобразования и развития.

Теоретическая и практическая значимость работы

Теоретическая значимость диссертации определяется тем, что ее результаты дополняют картину онтологического и гносеологического истолкования природы математического знания, расширяют методологический аппарат исследования проблем философии науки, способствуют более глубокому и целостному осмыслению философского наследия XX столетия в целом и аналитической традиции в частности. Положения и выводы, полученные в настоящей работе, выявляют основные тенденции одного из наиболее влиятельных направлений философии математики прошлого века, позволяют более полно оценить значимость его результатов, являются продолжением и развитием аналитической интерпретации сущностных основ математики, ее объектов и истин.

Результаты диссертации могут применяться в разработке исследовательских программ, связанных с проблемами обоснования математического и научного знания в целом, программ, затрагивающих историко-философские аспекты осмысления Новоевропейской философии и аналитической традиции XX века, в учебных курсах по истории западной философии, по философии и методологии научного знания, в спецкурсах по философским вопросам математического знания и курсах по истории математики.

Апробация диссертации

Апробация диссертации может быть отражена в нескольких положениях. Эти положения связаны с двумя основными формами критического рассмотрения и одобрения идей.

Основная часть задач настоящего исследования вошла в содержание научно-исследовательских проектов, получивших поддержку различных фондов по итогам конкурсов грантов. Результаты, полученные автором и входящие в данную диссертацию, отражены в публикациях (в том числе центральных) и отчетах, одобренных экспертными советами фондов. В частности, это грант Министерства образования РФ 1997 года по фундаментальным исследованиям в области гуманитарных наук — проект N6 «Концепции конструктивности математического знания в основных направлениях философии науки на пороге XXI века» (завершенный коллективный проект, в котором автор являлся исполнителем); грант РФФИ 2001 года — проект № 01-06-80278 «Конструктивность физико-математического знания в историко-философском аспекте» (продолжающийся коллективный проект, в котором автор является исполнителем); фант РГНФ 2001 года — проект № 01-03-00274 «Аналитическая традиция XX столетия в философии математики и методологии науки» (продолжающийся проект, в котором автор является руководителем).

Диссертация апробирована также в выступлениях автора на научных конференциях и теоретико-методологических семинарах, в частности, на международной научной конференции «Философия в системе духовной культуры на рубеже XXI века» - Курск, 1997 год; международной научной конференции «Илиадиевские чтения» - Курск, 1998 год; международной научной конференции «Вторые илиадиевские чтения» - Курск, 1999 год; научной конференции «Философия 20 века: школы и концепции» - Санкт Петербург, 2000 год; международной научной конференции «Третьи Илиадиевские чтения» - Курск, 2000 год; теоретическом семинаре «Конструктивность физико-математического знания в историко-философском аспекте» - Курск, 2001 год; международной научной конференции «Человек-Культура-Общество. Актуальные проблемы философских, политологических и религиоведческих исследований», посвященной 60-летию воссоздания философского факультета в структуре МГУ им. М.В. Ломоносова - Москва, 2002 год; международной научно-практической конференции «Четвертые Илиадиевские чтения: Цивилизация на рубеже тысячелетий: проблемы, закономерности, тенденции» - Курск, 2002 год, и др.

Основные положения, выносимые на защиту

1. Философско-математические концепции аналитиков образуют целостное направление, образуемое пересечением аналитической традиции философской мысли и области оснований математики начала XX века.

2. Приоритет формально-логической и лингвистической направленности исследований при решении онто-гносеологических и методологических проблем науки в первую очередь относится к математическому знанию, поэтому понимание «аналитичности» в данном случае подразумевает именно лингвистическую тенденцию, или, учитывая неотъемлемость логических средств в математике, логико-лингвистическую направленность.

3. Основная часть теоретических предпосылок аналитической философии математики содержится в концепциях Р. Декарта и Г. Лейбница, в частности, в разработках идеи создания универсального языка науки на логико-математической основе. Попытки логического обоснования арифметики и математики в целом представляют собой проекции идеи универсальной характеристики на отдельные области знания, приобретшие в ходе развития аналитического течения лингвистическую направленность.

4. Несмотря на неоднородность, натуральные числа имеют важнейшую общую особенность, которая состоит в выражении дискретных характеристик действительности. Подобное свойство обуславливает сущностную общность натуральных чисел с целыми, дробными рациональными и иррациональными алгебраическими числами. Эта общность позволяет также сделать вывод о первостепенности выявления онто-гносеологического статуса чисел, выражающих дискретность реального мира (или дискретность нашего восприятия).

5. Вопрос об истолковании действительных чисел не может по своей значимости быть сопоставлен с проблемой перехода от натуральных и целых к дробным и иррациональным алгебраическим числам, так как действительные числа подразумевают выражение уже не дискретности, а непрерывности реального мира. Таким образом, проблемы истолкования натуральных и действительных чисел, натуральной, то есть дискретной, и действительной, то есть непрерывной бесконечностей включают в себя все многообразие вопросов, связанных с переходом от натуральных чисел к целым, от целых к дробным, от ограниченных бесконечных множеств к неограниченным, и других, в том числе формулируемых и разрабатываемых в концепциях аналитиков.

6. Значительная часть приемов и средств, используемых в концепциях аналитической философии математики, может быть упорядочена и подведена под классификацию с помощью принципа, обобщающего ряд методологических установок аналитического истолкования природы математического знания, которому дано название принцип (метод) «внешнего и внутреннего рассмотрения».
7. Внешнее рассмотрение состоит в использовании сравнительного анализа, подразумевающего сопоставление математики или отдельных ее областей с другими, нематематическими (в общепринятом смысле) сферами интеллектуальной активности человека, например, сравнение математических истин с выводами естественных наук, сравнение математики с естественным языком, логикой, шахматной или другой игрой и т.д.

8. Внутреннее рассмотрение подразумевает обращение к объектам и положениям самого математического знания. Примерами такого обращения могут служить сравнительный анализ положений и объектов арифметики и геометрии, рассмотрение геометрических интерпретаций теорем математического анализа, исследования, посвященные выявлению правомерности подведения теоретико-множественной основы под здание всей математики, философское осмысление проблем, возникающих из-за обнаружения парадоксов, противоречий в тех или иных математических исследованиях.

9. Теоретическое описание метода внутреннего и внешнего рассмотрения позволяет заключить, что внутреннее рассмотрение служит средством, используемым для решения частных вопросов, выбор же общей направленности исследований и разработок, выбор исходных установок и ориентиров, на которые опирается сам процесс создания концепции, осуществляются путем внешнего рассмотрения.

10. Онто-гносеологические построения аналитиков служат подтверждением гипотезы о том, что все области математического знания, опирающиеся лишь на производные положения от количественных и порядковых отношений, основываются на исходных, априорно заданных принципах разума, служащих неотъемлемой его составляющей, то есть возможностью его существования, и относящихся к свойствам действительности (материальной, идеальной, потенциальной), выражающим ее непрерывный и дискретный характер.

11. Геометрические исходные истины, то есть сама возможность построения системы геометрических истин также является

неотъемлемой составляющей разума, отражающей в нем формы существования материального мира.

12. Все разделы математической логики, то есть области, занимающиеся выфажением свойств причинно-следственных связей, свойств функционирования разума, процесса рассуждения основываются на необходимой компоненте разума, относящейся к отражению в нем самом возможностей построения и функционирования любых систем, в том числе и математических.

13. Все три компоненты основ математического знания имеют обширные производные области,_ в которых эти основы пересекаются, однако данные составляющие фундамента математики не тождественны, а специфичны. Общим же, определяющим саму принадлежность к математике для всех исходных областей является то, что они отражают универсальные законы не только всего существующего, не только гипотетического, но и всего возможного вообще.

14. Отношение исходных математических истин и объектов к реальности, сущему, исходя из результатов аналитического течения, тождественно отношению к структуре бытия всех возможностей, всех реализованных и потенциальных форм его существования, преобразования и развития.

Структура диссертации

Структура диссертационного исследования определяется его целью и задачами. Работа состоит из введения, шести глав, включающих в себя по три параграфа, заключения и списка литературы.

Основное содержание работы

Во введении обосновывается актуальность темы, анализируется степень разработанности проблемы, формулируются цель и задачи исследования, указываются методологические принципы, источники, обосновывается новизна, формулируются положения, выносимые на защиту, указывается теоретическая и практическая значимость, апробация, структура работы и публикации, в которых отражены основные идеи.

Первая глава «Аналитическая философия математики как часть аналитической традиции» посвящена выявлению основных характеристических черт аналитической традиции философской мысли XX столетия, выделению важнейших признаков аналитического подхода к философской проблематике и общему описанию развития этого направления. В данной части работы дается обзор основных концепций, образующих рассматриваемое течение, проводится выявление ключевых идей и методологических установок, служащих теоретической базой исследований аналитиков. В первой главе также рассматривается область оснований математики, в частности разработки периода конца XIX - начала XX столетий, и ее наиболее значимые философские аспекты, связанные с возникновением кризиса оснований на рубеже веков. Здесь же проводится сравнительный анализ теоретико-методологических установок и принципов указанных полей исследования с целью выявления общих черт, позволяющих обосновать целесообразность рассмотрения аналитического подхода к онто-гносеологическим и логико-методологическим проблемам математического знания, исходящего из наличия целостного направления - аналитической философии математики, возникновение которого связано с разработкой путей преодоления кризиса в основаниях математики.

§ 1 первой главы «Основные черты и представители аналитической философии XX столетия» включает в себя обзор критических исследований аналитической философии, выявление основных, наименее дискуссионных положений, характеризующих это направление. Здесь дается описание процесса становления и развития аналитической философии, выделяется принципиальная новизна подходов, позволяющая говорить о переходе традиции редуктивного анализа на новую ступень развития. В частности, отмечается отличие современных форм анализа от предшествующих, заключающееся в акценте на язык, его семантику, синтаксис и прагматику.

В этом же параграфе проводится анализ основных точек зрения на сущность аналитической философии, характеризующих и классифицирующих входящие в нее концепции на основе разграничения методологических установок, на основе определения предмета и задач философии, а также по историко-философскому принципу, связанному с определением основоположников этого течения и выделением фундаментальных идей. Здесь выявляется, что методологическое разграничение базируется, прежде всего, на различии редуктивных и контекстуальных форм анализа, а также на различии формального и неформального подходов к истолкованию роли языка в решении философских проблем.

В качестве основополагающих рассматриваются концепции таких мыслителей как Г. Фреге, Б. Рассел, Дж. Мур, Л. Витгенштейн, Р. Карнап. Осуществленный в этой части работы анализ приводит к выводу о том, что разнообразие трактовок сущности аналитической традиции, противоположные оценки значения творческого наследия аналитиков, разногласия относительно основателей этого направления - все эти проблемы, характерные для современности, указывают на актуальность исследования данного течения и необходимость более глубокого осмысления и разработки идей, возникших в ходе становления и развития аналитической философии.

§ 2 первой главы «Проблема обоснования математического знания и аналитическая традиция: общность методологических установок, кризис «оснований» на рубеже XIX - XX веков» содержит исследование наиболее значимых проблем, связанных с философскими аспектами разработки оснований математического знания. Здесь анализируется ситуация, сложившаяся в области обоснования математики на рубеже XIX - XX веков, проводится сравнительный анализ тех методологических, общетеоретических и логико-гносеологических установок, которые выявляют взаимосвязь между аналитической философией и философией математики в целом, осуществляется обобщение того, что содержит в себе термин «аналитическая философия», с целью выявления направления в аналитической традиции мысли, которое объединяет исследователей, работающих над философскими вопросами математического знания.

Этот параграф включает в себя также обоснование вывода о том, что возросшая роль языка как сферы исследования, пристальное внимание к семантическим, синтаксическим и прагматическим составляющим языковой действительности - все это находит свое отражение в работах, посвященных непосредственно основаниям математики. Поэтому вполне адекватным является утверждение, что перевод разговора об объектах в разговор о словах и их значениях, об использовании языковых выражений, имеет под собой и логико-математическую основу, в частности - работы Фреге и Рассела по основаниям математики.

В этом же параграфе исследуются методы и теоретические установки аналитиков и обосновывается, что разделение аналитических методов по характеру используемого языка на формальные и неформальные, возникающие на этой основе споры о границах использования формальных методов в философских и научных исследованиях, проблема построения непротиворечивой логической философской теории на основе исходных принципов, построение современного языка по образу языка математической логики, создание «унифицированной области знания» - все эти подходы к решению проблем философского и научного знания в целом были во многом заимствованы из области оснований математики и собственно математических исследований.

Здесь же выясняется, что проблемы, возникшие в области оснований, в частности парадоксы канторовской теории множеств, вызвали наибольший резонанс не среди непосредственно математиков, а именно среди философов математики. Объяснение этого факта опирается на то, что трудности теории множеств Кантора рассматривались не как крах попытки упорядочить арифметику и геометрию, а в первую очередь как провал того способа подведения онтологической и гносеологической основы под понятие числа, который казался наиболее приемлемым.

§ 3 первой главы «Пути преодоления кризиса и становление аналитической философии математики» содержит анализ путей преодоления кризиса в области оснований математики. В нем рассматриваются основные идеи интуиционизма, основанного Дж. Брауэром, ключевые положения формалистского течения, в частности, концепции Д. Гильберта, а также фундаментальные установки и наиболее значимые положения логицистского направления, которое зарождается благодаря исследованиям Г. Фреге и развивается в трудах Б. Рассела и А. Уайтхеда.

Здесь выясняется, что взаимосвязь вышеупомянутых направлений обоснования математического знания во многом обуславливается тем, что их возникновение связано с трудностями теории множеств, порожденными недостаточной строгостью этой теории. Обращение к логике, построение формализованных языковых систем, предъявление требований конструктивности доказательства все это преследует одну цель - увеличение строгости и прояснения сомнительных положений системы, предназначенной стать фундаментом математического знания. Выясняется также, что наибольшее влияние на становление и развитие аналитической традиции оказало логицистское направление (мы включаем в него и работы Фреге).

В этом параграфе проводится обобщение тех результатов, которые были получены в ходе рассмотрения указанных вопросов в первой главе. В частности, указывается, что под аналитической философией математики нужно понимать течение, объединяющее мыслителей конца XIX - XX веков, которые усматривают свою задачу в разрешении философско-методологических проблем математики, связанных с вопросами о достоверности, истинности, строгости и непротиворечивости математических теорий и положений; в выяснении гносеологического статуса математических объектов и отношения этих объектов к реальной действительности;

определении места и роли языка математики в системе математического знания.

Основной чертой, характеризующей эту традицию, можно считать логико-лингвистический акцент ее разработок, поскольку методы разрешения проблем этой обширной области исследований опираются, как правило, на анализ естественного языка, языка математических систем (как содержательных, так и формальных) и языка математики в целом. Помимо этого, исследования данной области носят отпечаток приверженности авторов к научной рациональности и рациональному способу мышления вообще и в их работах можно отметить максимальное внимание к технике аргументации и обоснованности рассуждения.

Вторая глава «Историко-философские предпосылки аналитической философии математики» посвящена выявлению историко-философских предпосылок аналитической философии математики. Она включает в себя рассмотрение Новоевропейской философии, в частности тех вопросов, которые связаны с проблемами языка науки и метода познания. Данное рассмотрение направлено на выявление наиболее значимых аспектов проектирования названных проблем на область математического знания. Здесь наиболее подробно исследуются концепции таких мыслителей, как Р. Декарт, Г.В. Лейбниц, поскольку их работы вносят наибольший вклад в создание теоретического фундамента аналитической философии математики.

В этой главе выявляются также идейные предпосылки рассматриваемого течения, позволяющие сделать вывод о том, что оно представляет собой новый этап развития рационалистической философии и имеет свои корни в трудах философов различных исторических периодов начиная с Античности.

§ 1 второй главы «Новоевропейская философия: проблемы языка науки и метода познания, их логико-математическая интерпретация» содержит исследование вклада представителей философии Нового времени в постановку и разработку проблемы метода познания. В частности, здесь рассматриваются основные идеи Ф. Бэкона, его толкование препятствий, стоящих на пути познания, и способы их преодоления. Основная часть параграфа посвящена выявлению ключевых идей, выдвинутых Р. Декартом и Г.В. Лейбницем, связанных с выработкой единого научного метода.

В этой части работы выясняется, что идея создания научного метода нашла своих последователей именно среди мыслителей аналитической традиции XX века, связанных с философией математики. Совокупность требований и установок, выдвинутых Декартом и Лейбницем, вполне согласуется с теми задачами, которые ставили перед собой представители аналитической философии математики, такие как Фреге и Рассел (в своих формально-логических построениях и философско-математических исследованиях), а также Рудольф Карнап с его идеей о создании унифицированной области знания и языковых каркасов для отдельных областей.

§ 2 второй главы «Гносеологические изыскания Г.В. Лейбница как теоретический фундамент аналитической философии математики» посвящен гносеологическим исследованиям Г.В. Лейбница и их связи с аналитической философии математики. В нем выясняется, что в творчестве Лейбница, так же как и в творчестве Декарта, наблюдается взаимозависимость и взаимодополнение математических изысканий и философских исследований. Эта особенность свойственна и творческой деятельности представителей более позднего течения - аналитической философии математики, таких как Бертран Рассел. Выясняется также, что в исследованиях Рассела и других мыслителей указанного направления (Витгенштейна, Карнапа) влияние математических идей, то есть идей, относящихся к области исследований по обоснованию математического знания, в большой степени служит формированию философских взглядов и по сути является основой общей концепции.

В этом параграфе обосновывается, что объективный характер исходных истин Лейбница вполне соответствует платонистскому пониманию природы математического знания Готлобом Фреге и Бертраном Расселом, а также то, что вместе с тенденцией к логико-математическим методам исследования у Лейбница ясно просматривается идея значимости языка в человеческом познании, развитая позднее в аналитической философии математики. В частности, Лейбниц утверждает возможность употребления естественного языка особым способом, который благодаря внесению в этот язык некоторых правил может служить для точного выражения мыслей и способствовать эффективности мышления. Данное положение указывает, что творчество Лейбница служит идейной основой аналитической философии математики не только посредством его связи с логицистами (Фреге, Расселом), но и благодаря своему влиянию на поздние концепции, сменившие логическую направленность исследований лингвистическим акцентом.

Здесь же выясняется, что идея математизации логики неразрывно связана у Лейбница с убеждением о логической природе математических истин, что непосредственно указывает на зарождение первооснов логицистской тенденции. Философия

Лейбница выдвигает для рассмотрения идеи, частично разрабатываемые уже Декартом, которые станут предметом исследования аналитиков XX столетия, и в первую очередь тех из них, кто пытается общефилософскую проблематику интерпретировать на математическом знании.

§ 3 второй главы «Рационалистическая философия как идейная основа аналитической традиции» посвящен общему обозрению наиболее значимых концепций, в которых содержатся идейные предпосылки аналитической философии математики. Здесь выясняется, что истоки этой традиции содержатся и в трудах мыслителей Нового времени, которые не выдвигают на первый план математическое знание как образец точной науки и достоверного знания вообще.

Так, в философии Дж. Беркли мы можем видеть непосредственное указание на несовершенство нашего знания в силу несовершенства языка. Противоречивость и парадоксальность наших суждений, относящихся к области математического знания, обусловлена, по Беркли, неточностью, нестрогостью языковых средств и неверным использованием знаков языка. Эти положения позволяют говорить о том, что ряд идей Беркли также может быть отнесен к истокам аналитической философии математики. Работы этого мыслителя продолжают в отдельных аспектах линию, образовавшуюся в трудах Р. Декарта и Г.В. Лейбница. Но в отличие от них Беркли акцентирует свое внимание на естественном языке, который используется как в обыденной жизни, так и в философских (и математических) рассуждениях. В этом параграфе выясняется также, что воззрения Д. Юма могут вполне обоснованно быть причислены к идейным предпосылкам аналитической философии математики.

В третьем параграфе подводятся итоги исследований второй главы и формулируются обобщающие их выводы. В частности то, что исчерпывающий перечень идей, являющихся истоками аналитической философии вообще, представить практически невозможно. В трудах многих мыслителей, начиная с Античности и заканчивая XX столетием, можно выявить составляющие компоненты того теоретического фундамента, который лег в основу концепций этого течения. В числе прочих к таким мыслителям относятся и Платон, и Аристотель, и британские схоласты Дунс Скот и Уильям Оккам, и Томас Гоббс, и Джон Локк, и, конечно же, Иммануил Кант, и многие другие.

Говоря же об аналитической философии математики и учитывая ее специфику, можно утверждать более определенно, что основные предпосылки этого направления формируются на основе идей традиции Декарта и Лейбница. Исследования этих мыслителей фактически явились причиной возникновения оформившейся логико-лингвистической тенденции в методологии и обосновании человеческого знания и в частности математического знания.

Возможность сведения математики к логике, возможность построения единой формально-логической языковой системы математического знания, возможность создания на основе такой системы единого алгоритмического метода разрешения математических вопросов, границы применимости естественного языка и перспективы искусственного языка, созданного путем семантических и синтаксических усовершенствований естественного, - все эти проблемы, разрабатываемые в аналитической философии математики, возникают на основе исследований вышеуказанных мыслителей.

Третья глава «Формально-логический подход к философско-математическим и методологическим проблемам» посвящена исследованию формально-логического подхода к проблемам философии математики и исследованию методологических аспектов реализации данного подхода. Здесь выявляются объективные причины, обусловившие необходимость разработки языковых и логических средств исследования в области оснований математического знания на рубеже XIX - XX веков. Здесь также рассматривается формально-логическая доктрина истолкования математики Г. Фреге, кризис и развитие логицистского подхода.

Выявление проблем методологического и общетеоретического характера, послуживших причиной и стимулом развития логико-лингвистического подхода к исследованию вопросов оснований математики, в том числе и философских, опирается на анализ концепций Б. Больцано, Р. Дедекинда и Г. Кантора. Формулировка и обоснование ключевых философско-методологических положений становления и развития логицизма включает в себя критическое рассмотрение разработок Г. Фреге, Б. Рассела и А. Уайтхеда.

§ 1 третьей главы «О необходимости и объективной обусловленности разработки языка науки в свете методологических проблем оснований математики на рубеже XIX - XX столетий» посвящен выявлению объективных факторов, возникших на рубеже XIX-XX столетий в области оснований математики и послуживших причиной формирования логико-лингвистического подхода к исследованию проблем данной области. Здесь выясняется на примере рассмотрения идей и построений Б. Больцано, Р. Дедекинда, Г. Кантора, что парадоксы, обусловившие кризис теории множеств, свидетельствуют не о принципиальной противоречивости, коренящейся в онтологическом, гносеологическом и логико-методологическом фундаменте множественного подхода, а о том, что при построении теории происходит отрыв от этого фундамента. Поэтому сами антиномии носят технический, устранимый характер, что и было подтверждено созданием аксиоматической теории множеств, свободной от противоречий.

В этом параграфе обосновывается утверждение о том, что причину затруднений в области оснований математического знания нельзя свести лишь к недосмотру или недомыслию ученых. Как уже было сказано, здесь налицо отрыв теории от ее изначального фундамента - от онто-гносеологического истолкования природы изучаемых объектов: чисел и множеств. Причем это не только субъективная установка, состоящая в непризнании математиками значимости философских представлений, небрежном отношении исследователей к этим вопросам. Здесь наличествуют и объективные факторы: отсутствие методологического аппарата, способного связать в единое целое теоретические построения с их фундаментом; неразработанность средств универсализации смежных областей исследования. И первое и второе указывает, в первую очередь, на необходимость детальной разработки языка науки.

На примере рассмотрения концепций Дедекинда и Кантора выясняется, что следует учитывать возможность возникновения расхождений и противоречий между онтологическим, гносеологическим, логико-методологическим фундаментом математической (философско-математической) концепции и результатами построения исчисления, или модели, реализующей исходные установки. Обосновывается, что это относится и к фрегевским, и к расселовским построениям.

§ 2 третьей главы «Формально-логическая доктрина Г. Фреге в философии математики и методологии науки» содержит исследование формально-логической концепции математики Г. Фреге, в частности, ее философско-методологическим аспектам. Здесь раскрываются пути реализации идеи Г.В. Лейбница о «всеобщей характеристике» в проекции на арифметику натуральных чисел. В частности, ключевые аспекты построения искусственного символического языка в виде логического исчисления, языка, который, по замыслу Фреге, был бы свободен от всех двусмысленностей, противоречий и неточностей, свойственных естественному языку.

Наиболее значимыми установками, как показано в данном параграфе, являются повышенное внимание к семантическим составляющим языковой системы, неотъемлемость содержательной наполненности логико-математических построений. В этой части работы обосновывается, что в основе подхода Фреге лежит анализ различных определений натуральных чисел, определений других математических терминов и объектов, анализ формулировок основных положений математики (и логики), данных в естественном языке, позволяющий уяснить природу понятий, выявить сущность того, что является смыслом и значением имен и предложений.

§ 3 третьей главы «Кризис и возрождение логицизма» посвящен анализу проблем, послуживших основой противоречий системы Фреге. Здесь выясняется, что вклад Фреге в развитие философии математики и философии науки в целом заключается, помимо прочего, в том, что его система арифметики и обнаружение в ней противоречий явились первым этапом обоснования невозможности полного сведения математики к логике и невозможности полной формализации математического знания. Работы этого мыслителя привлекают внимание к проблемам, занявшим центральное место в аналитической традиции XX века. Это вопросы о значении естественного и искусственного, содержательного и формального, логического и интуитивного в языковых средствах познания и методологических средствах науки вообще.

В этом параграфе также проводится анализ логицисткой концепции Б. Рассела и А. Уайтхеда. Выявляется значение ее основных положений, позволивших преодолеть затруднения, с которыми сталкивается система Фреге. В данном параграфе также обобщаются результаты исследования формально-логического периода аналитической философии математики. В частности, обосновывается, что на данном этапе происходит выявление необходимости разработки языковых средств математики и области ее оснований. На эту необходимость указывают объективные причины, связанные с результатами математических и философско-методологических разработок.

Выясняется также, что исследование языка математики и обращение к символической логике обуславливает тенденцию к логизации математического знания, становится одной из важнейших предпосылок зарождения математической логики. Проведенный анализ показывает, что попытки сведения отдельных областей и всей математики в целом к логическим основам выявляют значимость формальных методов исследования в научном знании, которая не может игнорироваться даже после открытий К. Геделя.

Наконец, обосновывается вывод о том, что вместе с разработкой формальных средств построения теорий происходит переосмысление роли и признание важности естественного языка в теоретических исследованиях. Это обуславливает тенденцию к совершенствованию языка, используемого на содержательном уровне математики (и философском уровне), и подводит по существу к формулировке идеи и попыткам реализации разработки искусственного неформального языка теории, обладающего необходимой строгостью и свободного от недостатков естественного языка.

Глава четвертая «Лингвистическая трактовка философии математики и методологии науки» посвящена исследованию ряда основополагающих аспектов второго этапа развития аналитической философии математики. В этой главе выявляются ключевые положения философско-математической концепции Л. Витгенштейна, представляющей собой лингвистическую (логико-лингвистическую) альтернативу логицизма. Здесь анализируются критика, преобразование и развитие идей Г. Фреге, осуществляемые Л. Витгенштейном при построении концепции языковых игр и в логико-семантических исследованиях Р. Карнапа.

Данная часть работы включает в себя интерпретацию онто-гносеологических проблем математики в свете построения неформализованных языковых систем. В частности систем, предлагаемых представителями аналитической философии математики в поздние периоды творческой деятельности. Это идея языковых игр Л. Витгенштейна, концепция языковых каркасов, предложенная Р. Карнапом, и теория Б. Рассела о создании минимальных словарей.

§ 1 **четвертой главы** «Идеи Л. Витгенштейна как философско-математическая альтернатива программе логицизма» посвящен анализу идей, лежащих в основе истолкования природы математических истин и объектов Л. Витгенштейном. Здесь исследуются причины, обусловившие тенденцию отхода от попыток формально-логического обоснования математики.

В этом параграфе обосновывается, что изменение направленности философско-математических исследований было обусловлено рядом причин. Первая причина состояла в том, что системы, разработанные Фреге и Расселом с Уайтхедом, включали в себя достаточно спорные положения, вызвавшие резкую критику со стороны многих выдающихся математиков, логиков и философов. Вторым является то, что результаты Курта Геделя ясно указали на невозможность полной формализации арифметики и всей математики, то есть выявили принципиальную ограниченность формальных методов и несводимость математического знания к логике. И, наконец, внутри самого течения аналитической философии математики происходит некоторая переориентация, связанная с изменением ряда онтологических, логико-гносеологических и методологических установок, приведшая к выдвижению на первый план лингвистической доктрины.

Исследование, предпринятое в настоящем параграфе, позволяет получить вывод о том, что одной логики недостаточно для обоснования математического знания, что ограниченность формально-логических средств исследования служит аргументом в пользу необходимости содержательного уровня, со всеми относящимися к нему языковыми средствами. Однако успехи математики, связанные с развитием формально-логических языковых методов, и наличие областей математического знания, полностью построенных формально-логическим путем, указывают на неотъемлемость математической логики и на ее важность как для каждого из разделов математики, так и для всего математического знания в целом.

§ 2 четвертой главы «О значении концепции «языковых игр» Л. Витгенштейна и семантических изысканиях Р. Карнапа: критика и развитие идей Г. Фреге» посвящен анализу преобразования и развития основных положений философско-математической доктрины Г. Фреге, опирающегося на лингвистические установки. Здесь обосновывается, что философия Витгенштейна указывает на возможность результативной разработки философско-математических проблем без создания строгой, целостной теоретической системы оснований, что в свою очередь расширяет методологический аппарат исследования в философии вообще и философии математики в частности.

В ходе сравнительного анализа концепций Витгенштейна и Р. Карнапа в этом параграфе выявляется, что философия математики Карнапа имеет лингвистический уклон, подразумевающий также значимость логики. Обосновывается также наличие идейной преемственности в исследованиях этого мыслителя в отношении концепции Г. Фреге, позволяющей отнести творческое наследие Р. Карнапа к аналитической философии математики как характеризующееся прежде всего логико-лингвистической направленностью.

В этом параграфе выявляется, что положения концепции, разрабатываемой Карнапом, указывают на его стремление, аналогичное устремлениям Фреге, реализовать идеи Г.В. Лейбница путем совершенствования естественного языка логико-семантическими и синтаксическими средствами с целью применения усовершенствованной языковой системы в различных областях научного знания, в частности - математике и ее основаниях.

§ 3 четвертой главы «Интерпретация неформализованных языковых систем, пути совершенствования естественного языка в свете онто-гносеологического истолкования математики и методологии науки: языковые игры - языковые каркасы - минимальные словари» посвящен истолкованию онто-гносеологических основ математики в свете методологической переориентации аналитиков. Здесь исследуются основные идеи лингвистического этапа аналитической философии математики, в частности идеи, легшие в основу доктрин языковых игр, языковых каркасов и минимальных словарей.

В этом параграфе формулируются выводы, явившиеся обобщением результатов исследования, предпринятого в настоящей главе. Так, выясняется, что попытка обоснования сводимости онтологических и гносеологических проблем математического знания к практическим, методологическим языковым проблемам обусловила выявление ограниченности средств естественного языка в теоретических исследованиях. Эта ограниченность состоит в том, что ответ на вопрос не может быть более строгим и однозначным, чем сам вопрос.

Здесь обосновывается, что лингвистическая направленность, характерная для более позднего периода развития аналитической философии математики, не может служить причиной отрицания значимости формально-логических методов в математическом знании, его основаниях и методологии. Напротив, благодаря тем философско-математическим исследованиям аналитиков, которые носят лингвистический характер, выявляется диалектическая природа математического знания, в котором необходимо сочетается формальное и неформальное, теоретическое и содержательное, естественное и искусственное, причем это относится как к самой математике, так и к ее философским основаниям.

Данный параграф содержит также обоснование тезиса о том, что значение лингвистического подхода и логико-лингвистической традиции философии математики в целом состоит в том числе в обращении к области, являющейся образцом точного знания, что предполагает максимально строгую интерпретацию идей всей аналитической традиции мысли XX столетия.

Пятая глава «Редукция метафизических проблем к логическим» посвящена исследованию основных аспектов логического истолкования философских проблем математического знания. Здесь рассматриваются ключевые положения, на которых базируется отрицание осмысленности метафизической проблематики, выявляются негативные черты, присущие концепциям и творческой деятельности представителей аналитической философии математики.

В этой главе выявляются наиболее значимые результаты этого течения, носящие проблемно-постановочный характер. Проводится обобщение и истолкование положений, отражающих общие тенденции аналитического истолкования онто-гносеологических и логико-методологических вопросов математического знания.

Пятая глава содержит также анализ основных философских аспектов интерпретации математических истин и объектов, базирующейся на тезисе о их логической природе.

§ 1 пятой главы «Метафизический агностицизм и нигилизм аналитических концепций» включает в себя освещение ряда недостатков, присущих творческой деятельности представителей аналитической философии математики. Здесь выявляется, что одним из наиболее серьезных недостатков является непоследовательность, характерная для некоторых аналитиков и серьезно затрудняющая оценку их теоретического вклада в ту или иную область. В частности выясняется, что Витгенштейн исходит из отрицания необходимости быть строго последовательным в своих рассуждениях.

В рамках критического обозрения аналитической философии математики особо выделяется черта, присущая представителям этого течения, которая состоит в игнорировании и неверном толковании некоторых важных результатов, полученных в теории познания. В частности, привлекает внимание тот факт, что рассмотрение проблем, связанных с критерием истинности знания, страдает именно таким недостатком. Этот факт выражается, например, в неприятии, игнорировании или неверном истолковании роли практики, характерном для Рассела, Витгенштейна и Карнапа. В основу неадекватной трактовки названного гносеологического результата легло прагматическое толкование роли практики.

В этом параграфе выявляется также, что агностицизм и нигилизм в отношении онтологических проблем выступает в роли одной из характерных черт, присущих творчеству мыслителей аналитической философии математики, но выступает в основном в виде проявлений непоследовательности и самопротиворечивости. Поэтому было бы неадекватным приписывать этому направлению отсутствие онто-гносеологических результатов.

§ 2 пятой главы «Аналитическая интерпретация вопросов философии математики» посвящен исследованию постановки комплекса проблем и вопросов, предшествующих созданию аналитической модели философского фундамента математики. Здесь выясняется, что постановка новых и конкретизация, преобразование уже сформулированных вопросов, стоящих на пути осмысления природы математического знания, в аналитической философии математики предполагает опору на логическую и лингвистическую компоненты методологического аппарата. Причем такая установка не сводит роль логики и языка лишь к чисто техническим средствам достижения истины, но и указывает на их сущностную общность с математикой. Это ведет к образованию явной априористской тенденции, которая входит в одну из наиболее влиятельных парадигм математического знания, существующую уже несколько столетий и развивающуюся также в наши дни.

В этом параграфе обосновывается, что само по себе признание априорности математических истин не является окончательным разрешением проблемы онтологического статуса математики. Если исходить из тезиса о том, что математические очевидности, или исходные принципы математики заложены изначально в наш разум и представляют собой доопытные формы мышления (или производные от этих форм), то возникает новый ряд вопросов. Например, вопрос о том, почему заложены в наш разум такие формы восприятия и мышления. То есть являются ли эти формы отражением форм отношений реального мира и, самое главное, является ли это отражение единственным, единственно возможным.

В параграфе также выявляется, что пути разрешения последнего вопроса предполагают по меньшей мере три варианта построения гипотез, опирающихся на априоризм. Первое - это признание математических исходных положений неотъемлемым и необходимым компонентом структуры разума и мышления. Второе - интерпретация природы математики как одной из неотъемлемых, но не единственно возможной априорной составляющей разума. И третье — истолкование математических истин как свойств отношений сущностей реального бытия, действительности, отраженных в исходных формах мышления.

Этот параграф содержит расширение и конкретизацию вопросов истолкования математики, относящихся к внутреннему рассмотрению. В частности выявляется, что онто-гносеологическая интерпретация чисел подразумевает по крайней мере четыре компоненты. Первая - подведение основы под натуральные числа, выражающие дискретные свойства реальности, вторая - истолкование натурального ряда, как математической интерпретации дискретной бесконечности, третья - истолкование действительных чисел, отображающих непрерывность, и четвертая - подведение основы под множество всех действительных чисел, служащее выражением непрерывной бесконечности.

§ 3 пятой главы «Математика как часть логики - основные аспекты» посвящен исследованию проблемы онтологического и гносеологического истолкования того типа моделей логического обоснования математического знания, который может быть получен на основе концепции аналитиков и назван моделями Фреге-Расселевского типа. Здесь рассматриваются также перспективы формально-логических методов в математике и ее основаниях в свете результатов К. Геделя (теорема о неполноте).

В этом параграфе выявляется один из возможных ключевых моментов эвристического поиска разрешения этой проблемы. В частности то, что технической стороной наиболее эффективного решения парадоксов теории множеств было не расширение аксиоматики, а запрет на неограниченное применение принципа сводимости, узаконивающего задания множества произвольным свойством. В свете доказанной невозможности пополнения формализованной системы арифметики путем расширения аксиоматики, представляется необходимым рассмотреть гипотезу о возможности устранения неполноты путем ее сокращения, вернее, введения запрета или ряда запретов в логико-методологическом аппарате.

Выясняется также, что даже если отыскание решения этой логико-математической проблемы малоперспективно, модели, предложенные Г. Фреге, Б. Расселом и А. Уайтхедом, не могут считаться лишенными онто-гносеологической основы и не могут однозначно расцениваться как неадекватные и бесперспективные.

Шестая, заключительная глава «Общеметодологические средства и онто-гносеологическое истолкование математического знания» содержит основные положения, являющиеся результатом обобщения, реконструкции, развития и дополнения идей, разрабатываемых в аналитической философии математики. Здесь эксплицируются методологические установки, неявно входящие в аппарат исследований этого течения, формулируется методологический принцип «внутреннего и внешнего рассмотрения».

В данной главе проводится сравнительный анализ свойств математического знания, в рамках разработанного метода, осуществляется расширение и дополнение онто-гносеологических и методологических результатов аналитиков. В частности, глава включает в себя истолкование природы математических истин и объектов, основывающееся на обобщении и развитии представлений, выработанных в аналитической философии математики.

§ 1 шестой главы «Методологические подходы к объяснению природы математики: внешнее и внутреннее рассмотрение» содержит выявление тех методологических установок и приемов, которые интерпретируются на разработку онтологических и гносеологических представлений о математическом знании. Здесь эксплицируется способ, который неявно используется аналитиками для получения гипотез онтологического и гносеологического характера и обоснования своих выводов о природе математических истин.

В этом параграфе обосновывается, что значительная часть приемов и средств в исследованиях Г. Фреге, Б. Рассела, Р. Карнапа, Л. Витгенштейна, может быть упорядочена и подведена под определенную классификацию в случае принятия общего тезиса. Этот тезис может быть назван подразделением методологических подходов на «внешнее и внутреннее рассмотрение» свойств математики.

К внешнему рассмотрению относится использование сравнительного анализа, подразумевающего сопоставление математики или отдельной ее области, с другими, нематематическими (в общепринятом смысле) сферами интеллектуальной активности человека. Процесс выявления характеристических свойств математического знания с использованием внешнего рассмотрения может включать в себя сравнение математических истин с выводами естественных наук, сравнение математики с естественным языком, логикой, шахматной или другой игрой и т.д.

Внутреннее же рассмотрение подразумевает прежде всего взгляд внутрь самого математического знания. В параграфе рассматриваются примеры такого рассмотрения, в качестве которых выступают и сравнительный анализ положений, объектов арифметики и геометрии, и рассмотрение геометрических интерпретаций теорем математического анализа, и исследования, посвященные выявлению правомерности подведения теоретико-множественной основы под здание всей математики, и многое другое. К внутреннему рассмотрению относится также философское осмысление проблем, возникающих из-за обнаружения парадоксов, противоречий в тех или иных математических исследованиях.

§ 2 шестой главы «Сравнительный анализ свойств математики» включает в себя анализ свойств тех сфер интеллектуальной активности человека, сопоставление математики с которыми позволяет получать значимые результаты. Здесь обосновывается, что внешнее рассмотрение, широко применяемое в аналитической философии математики и не получившее до настоящего времени своего теоретического описания, позволяет тем не менее выделить ряд областей, ряд видов интеллектуальной деятельности человека, сравнительный анализ которых с математикой в тех или иных аспектах представляется перспективным в плане раскрытия ключевых моментов формирования системы философско-математических представлений.

К числу таких областей относятся эмпирические науки, в частности, физическое знание, оперирующее, подобно математике, абстрактными понятиями и идеальными объектами. Основными отличительными чертами, свидетельствующими о различии сущностных основ математики и физики, выступают отсутствие в математическом знании эмпирического уровня исследования, различные степени абстрагирования, различные степени достоверности, абсолютности и универсальности.

Областью, имеющей сходство с математикой во многих аспектах, является логика. Подобно математическим истинам, законы логики универсальны и абсолютны, не эмпиричны и достоверны. Отличительными же чертами математики и логики является большая всеобщность и меньшая абстрактность логических истин и объектов, неявность логической составляющей во многих областях знания.

Еще одной из основных областей интеллектуальной активности человека, сравнимых с математическим знанием, является естественный язык. Близость этих полей исследования состоит и в саморегуляции, и в саморазвитии, и в универсальной применимости, необходимости в научных построениях. Что касается принципиальных отличий, то можно указать на конвенциональную основу естественного языка, его преобразований и развития, на его необходимость и неотъемлемость для любого процесса рассуждения.

Здесь выясняется также, что особой группой полей исследования, в процессе внешнего рассмотрения математического знания, выступают искусственно создаваемые формализованные и неформализованные языковые системы, а также игры, подобные шахматам. Свойства, сближающие названные области с математикой, состоят в предопределенности законов динамики игр и формализованных систем, в значимости формализованных построений для математики, целые разделы которой создаются в виде формально-логических языковых конструкций. Отличие же заключается в содержательности математического знания, его применимости в истолковании действительности.

§ 3 шестой главы «Онто-гносеологическая картина математики» содержит обоснование общих выводов, дополняющих систему онто-гносеологических оснований математики, базирующуюся на аналитических концепциях. В частности обосновывается, что не только арифметика, но и все области математического знания, опирающиеся лишь на производные положения от количественных и порядковых отношений, основываются на исходных априорно заданных принципах разума, служащих неотъемлемой его составляющей, то есть возможностью его существования, и относящихся к свойствам действительности (материальной, идеальной, потенциальной), выражающим ее непрерывный и дискретный характер.

Здесь выявляется, что геометрические исходные истины, вернее сама возможность построения системы геометрических истин, является неотъемлемой составляющей разума, отражающей в нем формы существования материального мира, а также то, что все разделы математической логики, то есть области, занимающиеся выражением свойств причинно-следственных связей, свойств функционирования разума, процесса рассуждения, основываются на необходимой компоненте разума, относящейся к отражению в нем самом возможностей построения и функционирования любых систем, в том числе и математических.

Формулируется вывод, что все три компоненты основ математического знания имеют обширные производные области, в которых эти основы пересекаются. Однако эти составляющие фундамента математики не тождественны, а специфичны. Общим же, определяющим саму принадлежность к математике, для всех областей является то, что они отражают наиболее общие законы не только всего существующего, не только гипотетического, но и всего возможного вообще

Таким образом, попытки сведения основ математики лишь к логическим законам не могут дать обоснованных результатов, кроме тех, которые утверждают неотъемлемость логической составляющей в сущностной природе математического знания. Что же касается вопроса об отношении к бытию разума и вместе с ним основ математического знания, то можно сделать вывод, что объективный разум принадлежит реальности, сущему в той же мере, в которой относятся к реальности все возможности ее развития, преобразования и существования.

В заключении подводятся итоги исследования, освещаются основные результаты.

Основные идеи диссертации отражены в следующих публикациях:

1. Арепьев Е.И. Аналитическая философия математики. - 2 изд-е, доп. - Курск: Изд-во Курск, гос. пед. ун-та, 2003. - 191 с. (11,9 п.л.) Монография.

2. Арепьев Е.И. О методологии аналитической философии математики. // Alma mater Вестник высшей школы. - 2003. - № 1. - С. **41-44.** (0,5 п.л.) Статья.

3. Арепьев Е.И. Интерпретация вопросов философии математики Г. Фреге. // Философские науки. - М.: Гуманитарий, 2003. - № 2. - С. 114-120. (0,5 п. л.) Статья.

4. Арепьев Е.И. О концепции языковых игр Л. Витгенштейна и философии математики. // Феномен игры в культуре и образовании: Материалы Четвертой региональной зимней культурно-антропологической школы молодых ученых «Культура - Образование - Человек». - Курск: Изд-во Курского гос. пед. ун-та, 2003. - С. 80-83. (0,3 п.л.) Тезисы.

5. Арепьев Е.И. Метафизический агностицизм и нигилизм аналитических концепций. // Актуальные проблемы социогуманитарного знания. Сборник научных трудов кафедры философии МПГУ. Выпуск XVI. - М.: «Прометей», 2003. - С. 3-14. (0,7 п.л.) Статья.

6. Арепьев Е.И. К исследованию истоков аналитической философии математики. // Материалы научной конференции «Ломоносовские чтения»: Современные тенденции развития наук об обществе. - М.: Издательство «Университет и школа», 2002. - С. 74-77. (0,2 п.л.) Тезисы.

7. Арепьев Е.И. Аналитическая философия математики. - Курск: Изд-во Курск, гос. пед. ун-та, 2002. - 187 с. (11,7 п.л.) Монография.

8. Арепьев Е.И. О методологических принципах аналитического истолкования природы математики. - Курск, гос. пед. ун-т. - Курск, 2002. - 15 с. Библиогр. назв. 10. Рук. деп. в ИНИОНРАН от 16.12.02. №57671. (0,7 п.л.) Статья.

9. Арепьев Е.И. Аналитическое истолкование онто-гносеологических основ математики. — Курск, гос. пед. ун-т. — Курск, 2002. - 16 с. Библиогр. назв. 10. Рук. деп. В ИНИОН РАН от 16.12.02. № 57672. (0,8 п.л.) Статья.

10. Арепьев Е.И. Преодоление кризиса теории множеств и становление аналитической философии математики. // Актуальные проблемы социогуманитарного знания. Сборник научных трудов кафедры философии МПГУ. Выпуск XIV. - М.: «Прометей», 2002. - С. 12-21. (0,7 п.л.) Статья.

11. Арепьев Е.И. Аналитическая философия математики как этап развития рационалистической традиции. // Актуальные проблемы социогуманитарного знания. Сборник научных трудов кафедры философии МПГУ. Выпуск XIV. - М.: «Прометей», 2002. - С. 5-12. (0,6 п.л.) Статья.

12. Арепьев Е.И. О философско-методологической позиции Г. Фреге и аналитической философии математики. // Четвертые Илиадиевские чтения: Цивилизация на рубеже тысячелетий: проблемы, закономерности, тенденции. Материалы международной научно-практической конференции (Курск, 14-15 мая 2002 г.). - Курск: Изд-во Курск, гос. пед. ун-та, 2002. - С. 9-11.. (0,2 п.л.) Тезисы.

13. Арепьев Е.И. Об основных вопросах философии математики. // Человек-Культура-Общество. Актуальные проблемы философских, политологических и религиоведческих исследований. Материалы Международной конференции, посвященной 60-летию воссоздания философского факультета в структуре МГУ им. М.В. Ломоносова (13-15 февраля 2002 г.). - Том П. - М.: Изд-во «Современные тетради», 2002. - С. 4.. (0,1 п.л.) Тезисы.

14. Арепьев Е.И., Когай Е.А., Левин А.И. Концепции современного естествознания: методическое пособие по изучению курса. - Курск: Изд-во Курск, гос. пед. ун-та, 2002. - 56 с. (2,5 п.л.) Брошюра. (Авторство не разделено).

15. Арепьев Е.И. Философия математики и ее аналитическая трактовка в свете теоретико-множественного подхода к обоснованию математического знания. - Курск: Изд-во Курск, гос. пед. ун-та, 2001. - С. 1-22. (1,3 п.л.) Брошюра.

16. Арепьев Е.И. О философско-методологических аспектах конструирования формально-логических языковых систем математики. // Проблема конструктивности научного и философского знания: Сборнок статей: Выпуск первый. - Курск: Изд-во Курск, гос. пед. ун-та., 2001. - С. 68-76. (0,7 п.л.) Статья.

17. Арепьев Е.И. Гипотеза четырех красок и раскраска карт с бесконечным числом областей. // Третьи Илиадиевские чтения: Тезисы докладов и выступлений международной научной конференции (г. Курск, 4 мая 2000 г.). - Курск: Изд-во Курск, гос. пед. ун-та, 2000. - С. 35-36. (0,2 п.л.) Тезисы.

18. Арепьев Е.И. Философско-математические аспекты становления лингвистической традиции 20 столетия. // Философия 20 века: школы и концепции. - СПб.: Издательство Санкт-Петербургского философского общества, 2000. - С. 404-406. (0,3 п.л.) Тезисы.

19. Арепьев Е.И. О роли Фреге в аналитической философии математики. // Россия и внешний мир. - М., 2000. - С. 61-64. (0,3 п.л.) Тезисы.

20. Арепьев Е.И. К задаче четырех красок. // Вторые илиадиевские чтения: Тезисы докладов и выступлений международной научной конференции. - Курск: Изд-во Курск, гос. пед. ун-та, 1999. - С. 68-70. (0,2 п.л.) Тезисы.

21. Арепьев Е.И. Аналитическая философия математики: язык и математические объекты. // Проблемы истории отечественной и зарубежной философии и современность. - Курск: Изд-во Курск, гос. пед. ун-та, 1999. - С. 90-98. (0,6 п.л.) Статья

22. Арепьев Е.И. Некоторые аспекты философско-математических исследований 19 - начала 20 веков (к проблеме обоснования математического знания в аналитической философии). - Курск: Изд-во Курск, гос. пед. ун-та, 1998. - С. 1-24. (1,2 п.л.) Брошюра.

23. Арепьев Е.И. Язык и объекты математики. Историко-гносеологический анализ. // Илиадиевские чтения: тезисы докладов и выступлений международной научной конференции (3-5 марта 1998 г.). - Курск: Изд-во Курск, гос. пед. ун-та, 1998. - С. 91-94. (0,2 п.л.) Тезисы.

24. Арепьев Е.И. От фундаментализма к анархизму (к вопросу обоснования математического знания в аналитической философии науки). // Философия в системе духовной культуры на рубеже XXI века: тезисы докладов и выступлений международной научной конференции (20-21 мая 1997 г.). - Курск: Изд-во Курск, гос. пед. ун-та, 1997. - С. 12-15. (0,2 п.л.) Тезисы.