

На правах рукописи

ТАРТЫГАШЕВА АНАСТАСИЯ МИХАЙЛОВНА

**АНАЛИЗ ЭФФЕКТОВ СТЕСНЕНИЯ В ВЕРШИНЕ ТРЕЩИНЫ
ПРИ ДВУХОСНОМ НАГРУЖЕНИИ
С УЧЕТОМ ЧЛЕНОВ ВЫСОКИХ ПОРЯДКОВ**

01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Казань - 2006

Работа выполнена на кафедре Динамики и прочности машин Казанского государственного энергетического университета и в лаборатории Вычислительной механики деформирования и разрушения Исследовательского центра Проблем энергетики Казанского научного центра РАН.

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор
Шлянников Валерий Николаевич

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор
Гурьянов Николай Георгиевич

кандидат технических наук,
старший научный сотрудник
Черников Сергей Константинович

Ведущая организация: Институт механики и машиностроения Казанского
научного центра РАН (г. Казань)

Защита состоится «30» марта 2006 года в 14³⁰ в ауд. физ.2 на заседании диссертационного совета Д212.081.11 при Казанском государственном университете им. В.И. Ульянова-Ленина по адресу: 420008, г. Казань, ул. Кремлевская, 18.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке КГУ им. Н.И.Лобачевского

Автореферат разослан «03» февраля 2006 года

Ученый секретарь
диссертационного совета,
к. ф. - м. н., доцент



А.А.Саченков

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы.

В последние годы в литературе интенсивно обсуждается проблема стеснения при разрушении, которая накладывает ограничения на применение в расчетной и экспериментальной практике определения характеристик сопротивления разрушению материалов и элементов конструкций уже принятых и действующих нормативных документов.

Суть этих ограничений обусловлена недостаточной адекватностью однопараметрического критериального подхода. Долгое время считалось, что классическое решение Хатчинсона-Райса-Розенгрена (ХРР) в пределах зоны его доминантности приемлемо моделирует поля напряжений и деформаций в пластической области вершины трещины. Однако численными исследованиями показано, что удержание в упругом разложении напряжений второго несингулярного T -члена, характеризующего условия внешнего нагружения, способно кратно изменить упруго-пластические поля. В связи с этим внимание специалистов было направлено на совершенствование структуры аналитических решений для пластической области вершины трещины. В результате по аналогии с упругим решением в нелинейном анализе были введены поля параметров напряженно-деформированного состояния (НДС) с учетом членов высоких порядков. Было установлено, что характеристический размер зоны доминирования сингулярных ХРР-полей существенно зависит от геометрии, пластических свойств и условий нагружения тела с трещиной. Следует отметить, что существующие методы исследования эффектов стеснения не делают различия между внутренней и наведенной двухосностью нагружения, кроме того, неоднозначность T -члена обуславливает неопределенность в оценке эффектов стеснения.

Постановка задачи.

В этой связи в настоящей работе поставлена цель провести анализ эффектов стеснения с учетом пластических свойств материалов и разработать метод расчета амплитудных коэффициентов и угловых распределений членов высоких порядков через непосредственный учет наведенной двухосности внешнего нагружения при фиксированном угле исходной ориентации трещины. Настоящая работа принадлежит к анализу поведения деформационно-упрочняющегося материала для формы нормального отрыва (мода I) при плоской деформации (ПД) и плоском напряженном состоянии (ПНС).

Достижение поставленной цели автор видит в:

- проведении комплексного анализа структуры полей параметров НДС в пластической области вершины трещины через члены высоких порядков на основе непосредственного учета условий двухосного нагружения и ориентации трещины;
- установлении различий в поведении материалов, обладающих различным комплексом упругопластических свойств, характеризуемых показателем деформационного упрочнения $n = 5$ и $n = 10$;
- определении различий в характере распределения полей НДС при плоском напряженном состоянии и плоской деформации для двух вариантов

симметричного нагружения в условиях нормального отрыва для углов ориентации трещины $\beta = 0^\circ$ и $\beta = 90^\circ$;

- обосновании понятия параметра стеснения и установлении его зависимости от вида напряженного состояния и свойств упруго-пластической среды.

Научная новизна работы состоит в:

- обосновании необходимости разложения обобщенного параметра нагружения на геометрическую и силовую составляющие, определяемые видом двухосного нагружения и углом ориентации трещины;
- разработке и численном обосновании модели состояния в пластической области вершины трещины;
- количественной оценке влияния вида двухосного нагружения в сочетании с определенной ориентацией трещины и пластических свойств материала на поля НДС и параметры стеснения в области вершины трещины;
- разработке методики и комплекса программ исследования количественных и качественных эффектов стеснения с учетом членов высоких порядков для условий пластичности при плоской деформации и плоском напряженном состоянии.

На защиту выносятся:

- модель напряженно-деформированного состояния упрочняющегося материала в пластической области вершины трещины при двухосном нагружении с учетом членов высоких порядков;
- формулировка граничных условий на внешнем контуре расчетной схемы МКЭ через непосредственный учет геометрической и силовой составляющих номинального двухосного нагружения;
- методика интерпретации и численные результаты решения задач МКЭ в пластической области вершины трещины для полярных распределений параметров НДС и амплитудных коэффициентов;
- сравнительная оценка упруго-пластических параметров НДС второго и третьего порядков в области вершины трещины.

Практическая ценность.

Особая значимость исследуемой проблемы обусловлена практическими приложениями, связанными с интерпретацией упруго-пластических характеристик сопротивления конструкционных материалов разрушению при статическом деформировании. В результате выполненного исследования предоставлена возможность количественной оценки влияния пластических свойств конструкционных материалов, коэффициента двухосности и угла ориентации трещины, а также вида напряженно-деформированного состояния на параметры НДС в пластической области вершины трещины.

Методы исследований.

Аналитические и численные исследования выполнялись на основе деформационной теории пластичности, метода конечных элементов, модифицированного метода граничного слоя, методов математического и компьютерного моделирования и программирования.

Достоверность полученных результатов обеспечивается строгими математическими постановками, установленным совпадением частных численных

решений с аналитическими и данными, полученными другими авторами.

Реализация работы. Результаты работы внедрены в учебные курсы кафедры «Динамика и прочность машин» Казанского государственного энергетического университета и представлены в тематике научных исследований лаборатории Вычислительной механики деформирования и разрушения Исследовательского центра Проблем энергетике Казанского научного центра РАН. Работа в течение трех лет поддерживалась грантами АНТ №05-5.2-266/(Ф) и РФФИ №03-01-96233.

Апробация работы. Результаты работы докладывались на Аспирантско-магистерских научных семинарах (Казань, КГЭУ – 2003,2004,2005 гг); на 11-ом международном симпозиуме «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» (Москва, МАИ - 2005 г.); на 11-ой международной конференции студентов и аспирантов «Радиоэлектроника, электротехника и энергетика» (Москва, МЭИ - 2005 г); на Научном семинаре Исследовательского центра Проблем энергетике Казанского научного центра РАН (Казань – 2005 г).

В полном объеме диссертация докладывалась на кафедре Динамики и прочности машин Казанского государственного энергетического университета, на кафедре Теоретической механики Казанского государственного университета, в лаборатории Моделирования физико-механических процессов и систем Казанского физико-технического института Казанского научного центра РАН.

Публикации. Результаты исследований по теме диссертации опубликованы в 11 печатных работах.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, общих выводов и списка литературы. Материал изложен на 120 страницах, содержит 33 рисунка, 7 таблиц, список литературы состоит из 110 наименований.

Основное содержание работы

Во введении обосновывается актуальность темы диссертационной работы, дается ее общая характеристика, определяются направления исследований, устанавливаются перспективы научного и практического значения решаемой проблемы.

В первой главе дан анализ современного состояния по предмету и направлениям исследований, представленных в диссертации.

Теоретической основой диссертации являются методы и подходы механики разрушения. Становление и развитие этой междисциплинарной отрасли знаний связано с именами выдающихся отечественных и зарубежных ученых Н.И. Мухелишвили, Г.И. Баренблатта, Г.П. Черепанова, В.В. Новожилова, Ю.Н. Работнова, В.В. Болотина, Н.Ф. Морозова, Н.А. Махутова, Р.В. Гольдштейна, Е.М. Морозова, В.З. Партона, В.В. Панасюка, В.С. Ивановой, А.Я. Красовского, А.А. Лебедева, Дж. Райса, Дж. Хатчинсона, Дж. Си, Дж. Ирвина, П.Д. Хилтона, Дж. Нотта, М.Л. Вильямса и др.

На основе анализа литературы установлено, что суть эффектов стеснения при разрушении, прежде всего, связана с обоснованием ограничений, накладываемых на пластические ХРР-поля. Воздействие геометрии и условий нагружения реализуется, в том числе и через второй, несингулярный член (так называемое T -напряжение).

Само понятие T -члена введено Райсом как частный случай упругого разложения напряжений по собственным функциям Вильямса. Ливерсом и Рэдоном величина T -члена определена через коэффициент двухосности и представлены табулированные зависимости этого параметра от длины трещины для шести геометрий образцов, наиболее популярных в экспериментальной механике трещин. Ливерс и Рэдон продолжили исследование Ларссона и Карлссона, которые представили подобные результаты только для одной длины трещины в каждом образце.

Теоретической основой описания полей параметров напряженно-деформированного состояния в пластической области вершины трещины с учетом членов высоких порядков являются исследования Ли и Ванга и Шарма и Араваса. Авторы этих работ на основе двухчленного представления параметров НДС в зоне пластичности впервые установили тип сингулярности, амплитуду сингулярности и безразмерные угловые функции для второго члена разложения. Дальнейшее развитие исследований в этом направлении путем удержания членов более высоких порядков состоялось в работах Никишкова, Цзу и Чао, Янга, Юана и др. Общим итогом работ данного направления является установленная структура полей параметров НДС в пластической области с учетом членов высоких порядков.

Работа Бетегона и Хэнкока положила начало обоснованию двухпараметрического подхода в рамках количественной оценки эффектов стеснения или оценки влияния несингулярного члена. Практически одновременно с этим было выполнено наиболее обстоятельное исследование О'Доуда и Ши, дополненное и обобщенное затем Андерсеном. Объектом этих исследований выступали тела бесконечных размеров и образцы различных конфигураций. В отношении количественной оценки эффектов стеснения в образцах различных геометрий, размеров и схем нагружения в последствии проведены детальные исследования Юана и Брокса, Андрюса и Гарвуда, Тонга, Ванга и др. На основе подобных результатов О'Доудом и Ши предложена упрощенная схема определения амплитуды сингулярности второго члена или параметра стеснения. Нарасимхан и др. и Аяттолахи и др. распространили методологию двухпараметрического подхода на случай смешанных мод деформирования и чистого сдвига соответственно. При этом обнаружены качественные эффекты стеснения, не выявленные в чистой форме нормального отрыва.

Стеснение – это явление перераспределения напряжений в пластической области вершины трещины при изменении обобщенного параметра нагружения T от положительных до отрицательных величин. Установлено, что степень стеснения зависит от геометрии тела с трещиной, условий его нагружения и пластических свойств материала. Высокая степень стеснения опасна тем, что исходно пластичный материал может быть переведен в состояние близкое к хрупкому разрушению.

Подавляющее большинство работ по исследованию эффектов стеснения построено на идеологии модифицированного метода граничного слоя (ММГС), впервые использованного Ларссоном и Карлссоном.

Проведенный анализ литературных данных показал, что

- под действием заданной нагрузки в телах с трещиной имеет место внутренняя двухосность, обусловленная схемой одноосного нагружения образца

конкретной геометрии с заданным положением исходного надреза, а также существует наведенная двухосность, реализуемая за счет приложения растягивающей или сжимающей нагрузки по двум взаимно перпендикулярным направлениям в пластине с трещиной;

- влияние двухосности нагружения не поставлено в соответствие со структурой упруго-пластических решений в области вершины трещины;
- отсутствует комплексная оценка поведения упруго-пластического материала для сочетаний условий двухосности нагружения и определенной ориентации трещины;
- неявно подразумевается, что те ли иные условия нагружения описываются обобщенным параметром нагружения или несингулярным T -членом.

На основе этого анализа сформулирована цель работы и намечены задачи исследования.

Во второй главе разработана модель напряженно-деформированного состояния в области вершины трещины для упрочняющегося материала при двухосном нагружении с учетом членов высоких порядков и разработан алгоритм нахождения элементов ее структуры.

Исследование полей параметров НДС в настоящей работе построено на сочетании аналитических и численных решений. Полное решение получено численно по ММГС на основе МКЭ. В пластической области вершины трещины поля параметров НДС в двухчленном представлении имеют следующий вид:

$$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{\sigma_{ij}(r, \theta)}{\sigma_0} = Kr \frac{1}{n+1} \hat{\sigma}_{ij}(\theta) = \left(\frac{1}{\alpha I_n \bar{r}} \right)^{n+1} \tilde{\sigma}_{ij}^{(0)} + \bar{Q} \bar{r}^{-t} \tilde{\sigma}_{ij}^{(1)} + \dots, \quad (1)$$

где α и n - константы упрочнения, σ_0 - напряжение текучести, r, θ - полярные координаты, \bar{Q} и t - амплитуда и показатель степени второго члена, $\tilde{\sigma}_{ij}^{(0)}, \tilde{\sigma}_{ij}^{(1)}$ - безразмерные угловые функции компонент напряжений первого и второго членов I_n - константа интегрирования Хатчинсона.

Первый член разложения (1) является ХРР-решением, в котором безразмерные угловые функции получены аналитически в результате решения нелинейного дифференциального уравнения совместности деформации четвертого порядка по методу Рунге-Кутты. Угловые безразмерные распределения напряжений второго члена $\tilde{\sigma}_{ij}^{(1)}$ найдены как разность между полным МКЭ-решением и ХРР-решением из уравнения (1):

$$\tilde{\sigma}_{ij}^{(1)}(r, \theta) = \frac{\bar{\sigma}_{ij}(r, \theta) - \left(\frac{1}{\alpha I_n \bar{r}} \right)^{1/(n+1)} \tilde{\sigma}_{ij}^{(0)}(\theta)}{\bar{Q} \bar{r}^{-t}} \quad (2)$$

В уравнении (2) произведение $\bar{Q} \bar{r}^{-t}$ является масштабным множителем, который подбирался так, чтобы безразмерная интенсивность напряжений

второго члена $\tilde{\sigma}_e^{(1)}$ имела максимальное значение $\tilde{\sigma}_e^{(1)}=1$. Амплитудный коэффициент второго члена $\bar{Q}_{\theta\theta}$ (или $\bar{Q}_{\theta\theta}^{sh}$) определялся на следующем этапе расчетов с учетом найденных по уравнению (2) угловых распределений компонент напряжений второго члена разложения $\tilde{\sigma}_{ij}^{(1)}$:

$$\bar{Q}_{\theta\theta}^{sh} = \frac{\bar{\sigma}_{ij}(r, \theta = 0) - \left(\frac{1}{\bar{\alpha} I_n \bar{r}}\right)^{1/(n+1)} \tilde{\sigma}_{\theta\theta}^{(0)}(\theta = 0)}{\bar{r}^n \tilde{\sigma}_{\theta\theta}^{(1)}(\theta = 0)} \quad (3)$$

В данной части работы в качестве параметра стеснения выбран амплитудный коэффициент $\bar{Q}_{\theta\theta}$ (3) при втором члене асимптотического разложения напряжений (1). Далее с целью сравнения решений в двух- и трехчленном представлении введен обобщенный параметр стеснения $\bar{Q}_{\theta\theta}^{tot}$.

Совокупность уравнений (1-3) дала возможность определить безразмерные угловые распределения компонент параметров НДС и амплитудные коэффициенты исходя из двухчленной структуры асимптотического решения (1). Проведенный анализ структуры полей параметров НДС, позволил разработать методику решения задач плоской деформации и плосконапряженного состояния в двухчленном представлении.

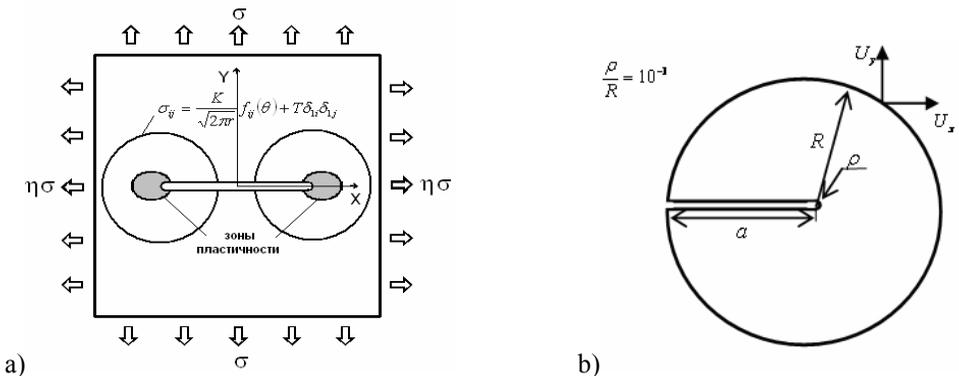


Рис. 1. Пластина с трещиной нормального отрыва при двухосном нагружении (а); выделенная область вершины трещины с граничными перемещениями (б)

Предложенная схема решения была применена к расчету полей НДС в упруго-пластической области вершины трещины. Для непосредственного изучения эффектов стеснения при двухосном нагружении (без наложения влияния конкретной геометрии тела с трещиной) рассматривалась пластина бесконечных размеров, нагруженная системой взаимно перпендикулярных нормальных напряжений $\bar{\sigma}_{xx} = \sigma_{xx}^{\infty} / \sigma_0$ ($\bar{\sigma}_{yy} = \sigma_{yy}^{\infty} / \sigma_0$) и ослабленная внутренней сквозной центральной прямолинейной трещиной, расположенной вдоль оси OX - $\beta = 90^\circ$ или

вдоль оси OY - $\beta = 0^\circ$ (рис.1,a), где $\eta = \sigma_{xx}^\infty / \sigma_{yy}^\infty$ - коэффициент двухосности приложенных номинальных напряжений. Для определения полей полных компонент напряжений, стоящих в левой части уравнения (1) использован модифицированный метод граничного слоя. Согласно этому методу в упругой области пластины проводилась окружность радиусом R , центрированная на вершину трещины, которая служила внешним контуром рассматриваемой области (рис.1,a,b). Вершина трещины сформирована с малым, но конечным радиусом кривизны $\rho = R \cdot 10^{-3}$.

Численные расчеты проводились на основе инженерного компьютерного комплекса программ ANSYS. Для этого была сформирована расчетная схема МКЭ, моделирующая область вершины трещины (рис. 2). В результате численных расчетов получены значения полных компонент параметров НДС. Сходимость результатов с точностью 7-8% была достигнута на трех расчетных схемах одинаковой геометрии.

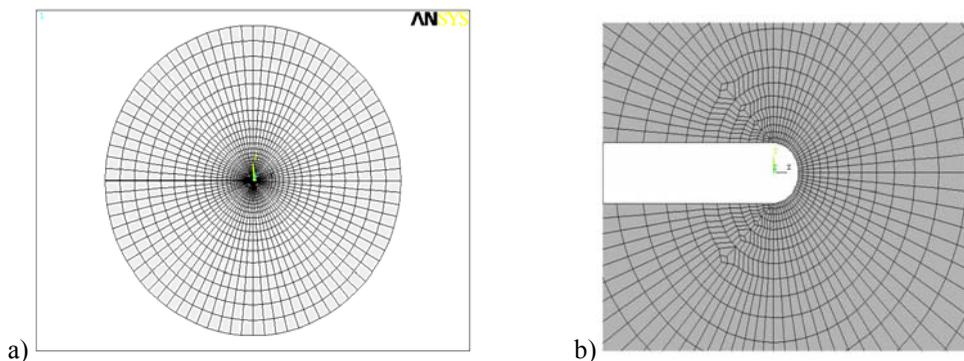


Рис.2. Расчетная схема круговой области с трещиной (a); расчетная схема области вершины трещины с конечным радиусом кривизны (b)

Свойства деформационно-упрочняющихся материалов задавались моделью Рамберга-Осгуда и характеризовались показателем деформационного упрочнения n . Условия нагружения характеризовались обобщенным параметром \bar{T} : $\bar{T} = \bar{\sigma}(1 - \eta)\cos 2\beta$.

Сочетания параметров η , $\bar{\sigma} = \sigma/\sigma_0$ и β варьировались так, чтобы параметр нагружения или несингулярный член \bar{T} , изменялся в пределах от $\bar{T} = +0.53$ до $\bar{T} = -1.0$. Из литературных данных известно, что подобный диапазон изменения \bar{T} полностью покрывает возможную область проявления эффектов стеснения при разрушении. Диапазон значений принимаемых параметром \bar{T} для материалов с показателем деформационного упрочнения $n=5$ и $n=10$ представлен в таблице 1. Все изменения исследуемых условий нагружения воспроизводились через граничные перемещения u_x и u_y , которые задавались на контуре выделенной

области согласно модифицированному методу задания граничных условий и являлись явными функциями коэффициента двухосности, угла ориентации и длины трещины, уровня приложенных напряжений.

Таблица 1. Условия двухосного нагружения пластины для $n = 5$ и $n = 10$

№ Ли- нии	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$n = 5$													
η	2.00	1.75	1.50	1.25	1.00	0.75	0.50	0.25	0.00	-0.25	-0.50	-0.66	-0.90
\bar{T}	0.53	0.39	0.26	0.13	0.00	-0.13	-0.26	-0.39	-0.53	-0.66	-0.79	-0.87	-1.00
$n = 10$													
η	2.38	2.00	1.66	1.33	1.00	0.67	0.34	0.00	-0.37	-0.71	-1.05	-1.25	-1.59
\bar{T}	0.53	0.39	0.26	0.13	0.00	-0.13	-0.26	-0.39	-0.53	-0.66	-0.79	-0.87	-1.00

В данной главе выявлена структура параметров НДС в упруго-пластической области вершины трещины с учетом членов высоких порядков. На основании этого разработана методика и компьютерные программы расчета полей НДС в области вершины. По разработанному алгоритму вычислены поля параметров НДС пластины с трещиной при различных условиях напряженно-деформированного состояния – ПД и ПНС, для двух материалов (с высоким $n = 5$ и умеренно слабым $n = 10$ деформационным упрочнением) при заданных условиях двухосного нагружения для трещин, расположенных под углом $\beta = 0^\circ$ и $\beta = 90^\circ$. Полученные в главе 2 результаты явились основой для дальнейшего анализа эффектов стеснения в широком диапазоне условий двухосного нагружения с учетом пластических свойств деформационно-упрочняющихся материалов по модели, включающей члены высоких порядков в нелинейной области вершины трещины.

Третья глава посвящена анализу эффектов стеснения при двухосном нагружении при плоской деформации.

На рисунках 3 и 4 представлены полученные полярные (радиальные и угловые) распределения компонент тангенциальных $\bar{\sigma}_{\theta\theta}$ нормальных напряжений совместно с ХРР-решением для исследованных вариантов двухосного нагружения и соответствующих значений \bar{T} - члена. На этих графиках кружком обведены цифры обозначающие расстояния от вершины трещины для контуров, в которых вычислялись безразмерные угловые функции компонент напряжений, а именно, для $n = 5.02$ (1- $\bar{r} = 2.3$, 2- $\bar{r} = 4.05$, 3- $\bar{r} = 6.83$, 4- $\bar{r} = 11.3$); для $n = 10.61$ (1- $\bar{r} = 2.45$, 2- $\bar{r} = 4.12$, 3- $\bar{r} = 6.84$, 4- $\bar{r} = 9.44$), где $\bar{r} = (r\sigma_0)/J$, а J - интеграл Черепанова-Райса. На данных рисунках и далее кривые пронумерованы согласно условиям двухосного нагружения, показанным в таблице 1.

Анализ полярного распределения компонент полных напряжений показал, что значения параметров НДС в упруго-пластической области вершины трещины существенным образом зависят от параметра нагружения \bar{T} , коэффициента двухосности η (рис. 3 и рис. 4,а), угла ориентации трещины β (рис. 3,а,с)

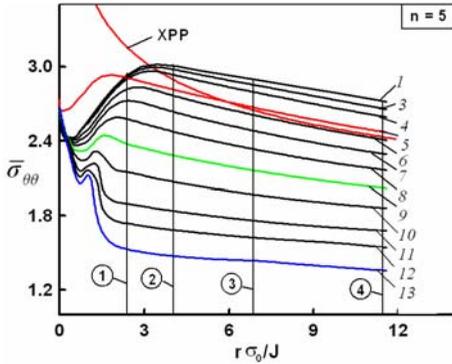
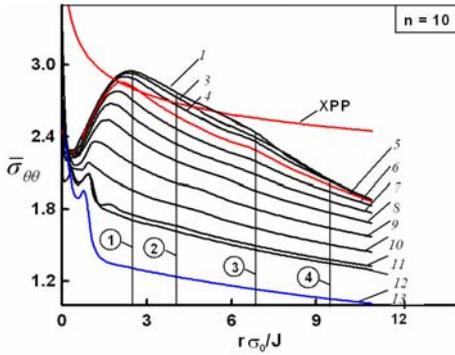
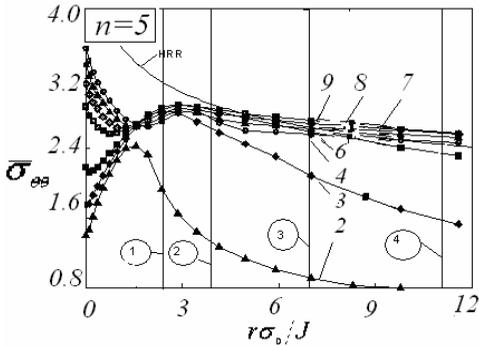
a) при $\beta = 90^\circ$ b) при $\beta = 90^\circ$ c) при $\beta = 0^\circ$

Рис.3. Радиальные распределения полных нормальных напряжений при двухосном нагружении

и пластических свойств материала, выраженных через показатель деформационного упрочнения n (рис.3, a,b). Установлено, что радиальное распределение нормальных напряжений на продолжении плоскости трещины имеет монотонный характер изменения (рис. 3) в зависимости от параметра двухосности η .

Как следует из рис. 3 влияние членов высоких порядков преобладает при расстояниях от вершины трещины, кратных ее радиусу кривизны. Эффект конечных деформаций, выражающийся в разгрузке, связанной с затуплением вершины трещины преобладает внутри области $r\sigma_0/J < 2$, сопоставимой с радиусом кривизны вершины трещины. Координата максимума окружных напряжений зависит от условий нагружения, т.е. наблюдается явление разгрузки.

Из сравнения рис.3,a и рис.3,b установлено, что градиент напряжений в пластической области вершины трещины существенно зависит от показателя деформационного упрочнения. Напомним, что ХРР-решение является частным случаем, когда в решении типа (1) несингулярный член \bar{T} обращается в нуль, например при $\eta = +1; \beta = 90^\circ$. Действительно, из анализа рис.3,a и рис.3,b следует, что в случае $\bar{T} = 0$, наблюдается совпадение ХРР-решения и МКЭ-распределений, что свидетельствует о корректности полученных численных результатов.

Согласно развиваемым представлениям безразмерные угловые распределения $\tilde{\sigma}_{ij}^{(l)}$ компонент напряжений для второго члена разложения (1) определены по уравнению (2) как разность между общим МКЭ-решением (рис. 4,a) и ХРР-полем.

На рис. 4,б в качестве примера приведены распределения окружной компоненты напряжений $\tilde{\sigma}_{ij}^{(0)}$.

Численные результаты показывают, что угловые распределения напряжений второго члена зависят от расстояния до вершины трещины.

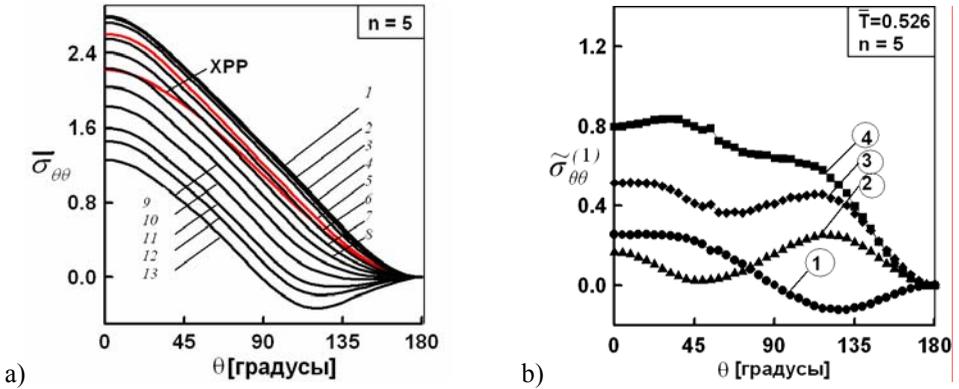


Рис. 4. Угловые распределения полных тангенциальных напряжений (а) и тангенциальных напряжений второго члена (б) при $\bar{r} = 4.15$

Получено, что при переходе к условиям двухосного растяжения-сжатия распределения безразмерных компонент напряжений второго члена для $n = 5.02$ и $n = 10.61$ становятся подобными и, более того, независимыми от расстояния до вершины трещины. Наибольший эффект влияния пластичности и положения контура, охватывающего вершину трещины наблюдается в отношении распределения напряжений при положительной двухосности внешнего нагружения.

Необходимо отметить, что в работе также проведен анализ полярного распределения компонент деформаций и перемещений. Установлено существование зависимости распределений компонент деформаций и перемещений от условий двухосного нагружения и пластических свойств материала. Наибольшая зависимость поведения тела с трещиной от условий нагружения наблюдалась в распределении нормальных деформаций.

Распределения тангенциальных напряжений в окрестности вершины трещины, подобные тем, что представлены на рис. 4,б явились основой для оценки влияния коэффициента двухосности η на проявление эффектов стеснения для моды нормального отрыва в условиях ПД и ПНС.

Согласно уравнению (3) с использованием найденных угловых распределений компонент напряжений $\tilde{\sigma}_{ij}^{(0)}$ и $\tilde{\sigma}_{ij}^{(1)}$ проведены расчеты амплитуды второго члена $\bar{Q}_{\theta\theta}$.

Результаты расчетов показали, что величина амплитуды второго члена $\bar{Q}_{\theta\theta}$ разложения (1) зависит от угла ориентации трещины и расстояния от вершины трещины.

Получено, что показатель деформационного упрочнения материала и условия двухосного внешнего нагружения также оказывают влияние на поведение амплитуды $\bar{Q}_{\theta\theta}$. Установленную зависимость $\bar{Q}_{\theta\theta}$ от гидростатических напряжений $\bar{\sigma}_m = \sigma_m/\sigma_0$ и коэффициента двухосности приложенных номинальных напряжений η в явном виде предложено описывать с помощью следующих функций аппроксимации:

$$\bar{Q}_{\theta\theta} = 2.2988 \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_0} \right) - 5.2033$$

$$\text{для } \beta = 90^\circ \quad \bar{Q}_{\theta\theta} = 0.72621 \ln(\eta + 1) - 0.631 \quad \forall \eta$$

$$\text{для } \beta = 0^\circ \quad \bar{Q}_{\theta\theta} = 0.72621 \ln(\eta + 1) - 0.631 \quad \eta \leq 1$$

$$\bar{Q}_{\theta\theta} = -0.72621 \ln(\eta + 1) + 0.631 \quad \eta > 1$$

В результате выполненного комплекса расчетов найдена непосредственная взаимосвязь параметра стеснения с условиями наведенной двухосности внешнего нагружения. Доказано, что точность определения полей НДС и возможность учета эффекта стеснения в области вершины трещины связаны с удержанием слагаемых высоких порядков.

В четвертой главе дана оценка эффектов стеснения в вершине трещины с учетом свойств материалов и условий деформирования. В данной главе показано, что под действием двухосного нагружения при плоском напряженном состоянии упрочняющийся материал обладает рядом особенностей поведения.

На рис. 5 представлены радиальные распределения полных напряжений при плоском напряженном состоянии. Установлено отсутствие разгрузки в радиальных распределениях полных тангенциальных напряжений, поскольку максимальные напряжения находятся непосредственно на поверхности вершины трещины (рис. 5).

Получено, что распределение полных напряжений существенным образом зависит от условий нагружения, причем в случае ориентации трещины $\beta = 0^\circ$ эта зависимость более существенна. Например, при $\beta = 0^\circ$ напряжения в случае $\eta = +2.0$; $\bar{T} = -0.34$ в два раза выше напряжений по отношению к варианту $\eta = +1.0$; $\bar{T} = 0$ (ХРР-решение). Одновременно с этим показано, что при одном и том же значении \bar{T} имеют место различные, не совпадающие друг с другом распределения компонент напряжений $\bar{\sigma}_{rr}$ и $\bar{\sigma}_{\theta\theta}$.

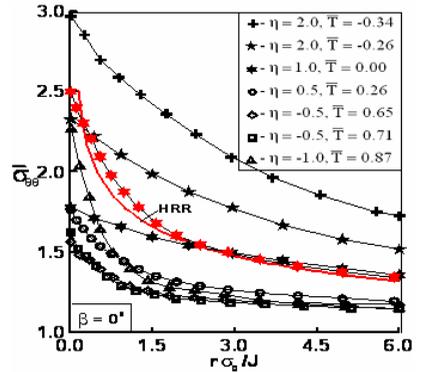
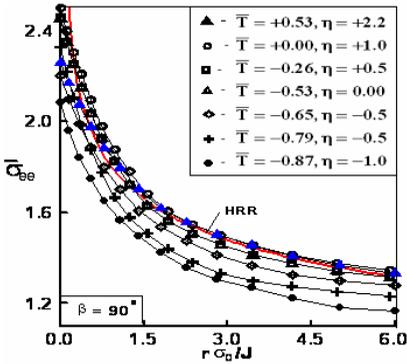


Рис. 5. Радиальные распределения полных тангенциальных напряжений при двухосном нагружении при плоском напряженном состоянии

На рис. 6 продемонстрировано, что одно и тоже значение параметра \bar{T} может быть получено различной комбинацией параметров η , $\bar{\sigma}$ и β . Следовательно, \bar{T} не является однозначной функцией условий нагружения.

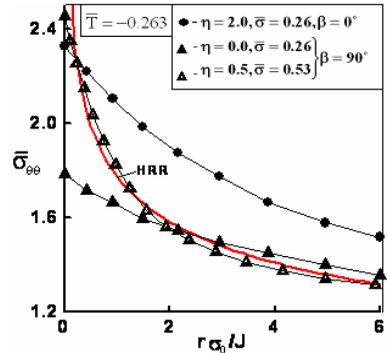
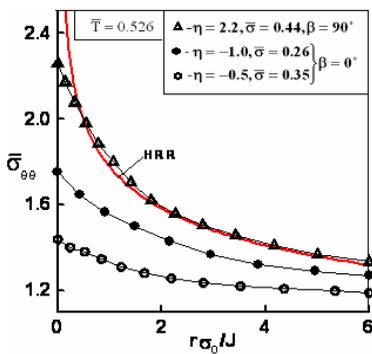


Рис. 6. Радиальные распределения полных тангенциальных напряжений в зависимости от условий нагружения

По результатам расчетов установлено, что параметр стеснения $\bar{Q}_{\theta\theta}$ существенным образом зависит от вида общего НДС. На рис. 7 показаны распределения параметра стеснения на продолжении трещины в случае ПД и ПНС при $n=5$. Из данных графиков видно, что диапазон изменения амплитуды $\bar{Q}_{\theta\theta}$ при плоском напряженном состоянии существенно меньше, чем при плоской деформации. Так при $(r\sigma_0/J) > 3$ эффекты стеснения при плоском напряженном состоянии уже почти не значимы. В отличие от этого при плоской деформации эффекты стеснения сохраняются на значительных расстояниях от вершины трещины. Кроме того, параметр стеснения $\bar{Q}_{\theta\theta}$ проявляет совершенно четкую зависимость от условий двухосного нагружения (рис. 7,b).

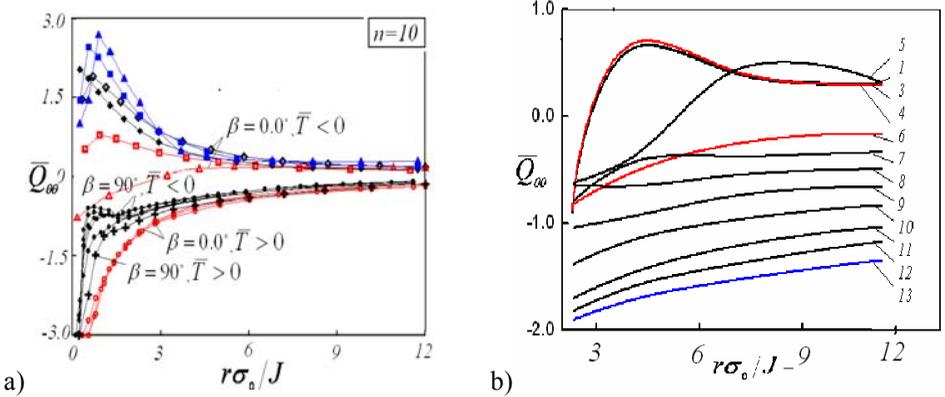


Рис.7. Изменение амплитуды второго члена по радиальной координате (а -плоское напряженное состояние; б - плоская деформация)

Для обоснования предложенной модели было проведено сравнение двух- и трехчленного представления полей параметров НДС по амплитудным коэффициентам. Для сравнения с описанным в главе 2 двухчленным представлением (1) выбрано известное трехчленное разложение типа:

$$\bar{\sigma}_{ij} = \left(\frac{1}{\bar{\alpha} I_n} \right)^{\frac{1}{n+1}} \bar{r}^s \tilde{\sigma}_{ij}^{(0)} + \left(A_1 \bar{r}^t \tilde{\sigma}_{ij}^{(1)} + A_2 \bar{r}^{2t-s} \tilde{\sigma}_{ij}^{(2)} \right), \quad (4)$$

где первый член имеет обозначение $A_0 = (1/(\bar{\alpha} I_n))^{\frac{1}{n+1}}$.

В представлении (4): $A_0, A_1, A_2 = A_1^2/A_0$ - амплитуды, соответственно, первого, второго и третьего членов разложения, $\tilde{\sigma}_{ij}^{(0)}, \tilde{\sigma}_{ij}^{(1)}, \tilde{\sigma}_{ij}^{(2)}$ - безразмерные угловые распределения напряжений первого, второго и третьего членов, зависящие от показателя деформационного упрочнения, через t и $s = -1/(n+1)$ выражены показатели степени членов разложения.

Безразмерные угловые функции напряжений определяются в результате аналитического решения соответствующих краевых задач. Традиционно, первая компонента в многочленном представлении напряжений соответствует ХРР-решению, и считается, что безразмерные функции $\tilde{\sigma}_{ij}^{(0)}$ известны и определены. Рядом авторов предложены возможные способы отыскания безразмерных угловых функций членов второго и третьего порядка $\tilde{\sigma}_{ij}^{(1)}, \tilde{\sigma}_{ij}^{(2)}$.

В настоящей работе использован аналитический метод решения системы уравнений по Никишкову, включающей уравнения равновесия, уравнения Коши и конституционные уравнения описания поведения упруго-пластической среды. В результате решения трех групп систем уравнений при соответствующих граничных

условиях нормального отрыва рассчитаны угловые функции напряжений первого, второго и третьего порядков.

На рис. 8 показаны полученные аналитически полярные распределения безразмерных угловых функций напряжений для материалов с показателями деформационного упрочнения $n=3; 5; 7; 10; 13; 20$ в случае плоской деформации. Далее по известным значениям $\tilde{\sigma}_{ij}^{(0)}(\theta), \tilde{\sigma}_{ij}^{(1)}(\theta)$ и $\tilde{\sigma}_{ij}^{(2)}(\theta)$ совместно со значениями полных компонент напряжений, найденных по МКЭ, были рассчитаны величины амплитудных коэффициентов A_0, A_1 и A_2 в трехчленной модели (4) распределения напряжений в пластической области вершины трещины.

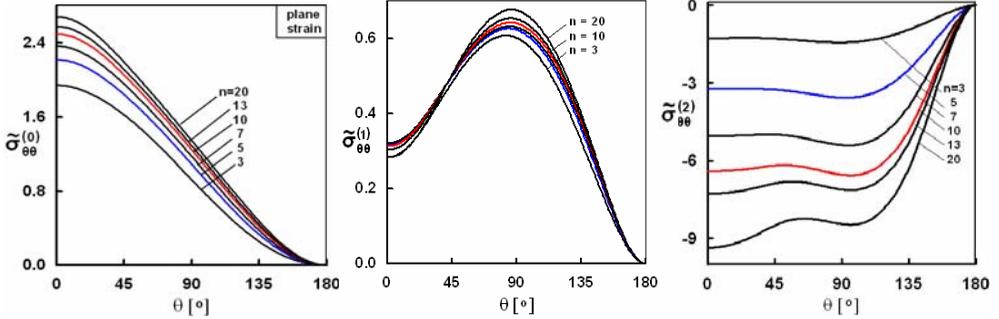


Рис. 8. Угловое распределение безразмерных компонент тангенциальных напряжений для различных показателей упрочнения n

Отличие представленных разложений (1) и (4) состоит в вычислении членов высоких порядков, совокупность которых в каждой рассмотренной модели объединена в рамках введенного обобщенного параметра стеснения $\bar{Q}_{\theta\theta}^{tot}$. Для двухчленного разложения (1) параметр $\bar{Q}_{\theta\theta}^{tot}$ определяется соотношением (5), а для трехчленного (4) соотношением (6):

$$\bar{Q}_{\theta\theta}^{tot} = \bar{Q}_{\theta\theta}^{sh} r^{-t} (\bar{\sigma}_{\theta\theta}^{sh})^{(1)} \quad (5)$$

$$\bar{Q}_{\theta\theta}^{tot} = \left(A_1 r^{-t} \bar{\sigma}_{ij}^{(1)} + \frac{A_1^2}{A_0} r^{-2t-s} \bar{\sigma}_{ij}^{(2)} \right) \quad (6)$$

Введенные по уравнениям (5) и (6) обобщенные параметры стеснения типа О’Дууда–Ши являются удобными количественными характеристиками поведения материалов. Расчетами установлено, что общий вклад членов высоких порядков по отношению к первому члену ХРР-типа достигает 52-58% и зависит от пластических свойств материала, параметра нагружения \bar{T} , расстояния от вершины трещины и угла ориентации исходной трещины.

На рис. 9 показаны зависимости амплитудных коэффициентов $\bar{Q}_{\theta\theta}^{sh}$ и A_1 согласно решениям (1) и (4) от обобщенного параметра нагружения \bar{T} для различных расстояний от вершины трещины. Получено, что условия двухосного нагружения и

пластические свойства материала оказывают существенное влияние на значение амплитудных коэффициентов в зависимости от расстояния до вершины трещины. Менее всего влияние радиальной координаты на $\bar{Q}_{\theta\theta}^{sh}$ и A_1 проявляется при $n=10$ с отрицательным значением $\bar{T} \in [-1; -0.6]$, т.е. в случае двухосного растяжения-сжатия. При $n=5$ наблюдается большая зависимость от радиальной координаты \bar{r} . Установлено, что удержание в упруго-пластическом решении трех членов, вне зависимости от расстояния до вершины трещины, не повышает точности аппроксимации по отношению к двухчленному приближению. Следовательно, двухчленное представление является более предпочтительным по отношению к трехчленному в виду простоты и удобства реализации.

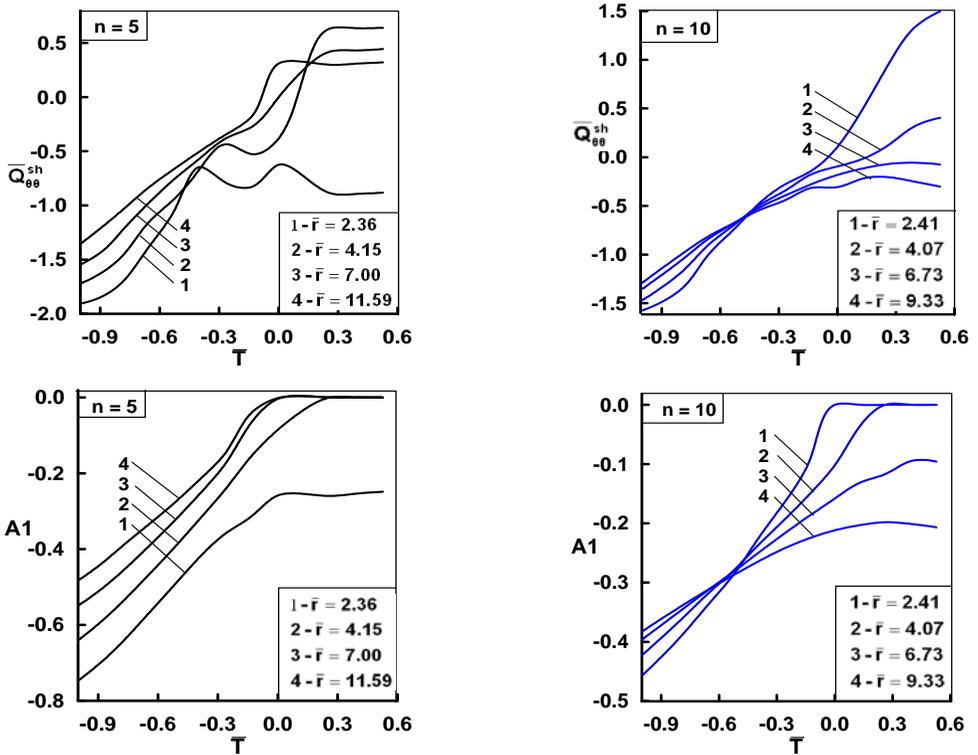


Рис.9. Зависимости амплитудных коэффициентов от условий нагружения и расстояния до вершины трещины

Для математического описания полученных в работе численных результатов, отражающих зависимость параметра стеснения $\bar{Q}_{\theta\theta}^{tot}$ от исследованных факторов нагружения \bar{T} , пластических свойств материалов и радиальной координаты \bar{r} предложено обобщенное аппроксимационное уравнение:

$$\bar{Q}_{\theta\theta}^{tot} = F(\bar{T}; \bar{r}; n) \quad (7)$$

где $F = -1.67739 \cdot F_n \cdot \bar{r}^{-(\tau+1/(n+1))} + F_T \cdot \bar{r}^{-\tau} - 3.47206$;

$$F_n = \frac{1}{n+1}(3.08913 \cdot n + 11.1638); \quad \tau = 1.01041^n - 0.900617; \quad \bar{T} = \frac{\sigma}{\sigma_0}(1-\eta)\cos 2\beta.$$

$$F_T = 10.1155 + 0.780826 \cdot \bar{T} - 0.938127 \cdot \bar{T}^2 + 0.193731 \cdot \bar{T}^3 + 0.127252 \cdot \bar{T}^4 - 0.0780075 \cdot \bar{T}^5.$$

Зависимость параметра стеснения $\bar{Q}_{\theta\theta}^{tot}$, рассчитанного по уравнению (5) от обобщенного параметра нагружения (или упругого несингулярного члена) \bar{T} и коэффициента двухосности η представлена на рис. 10 для различных углов ориентации трещины.

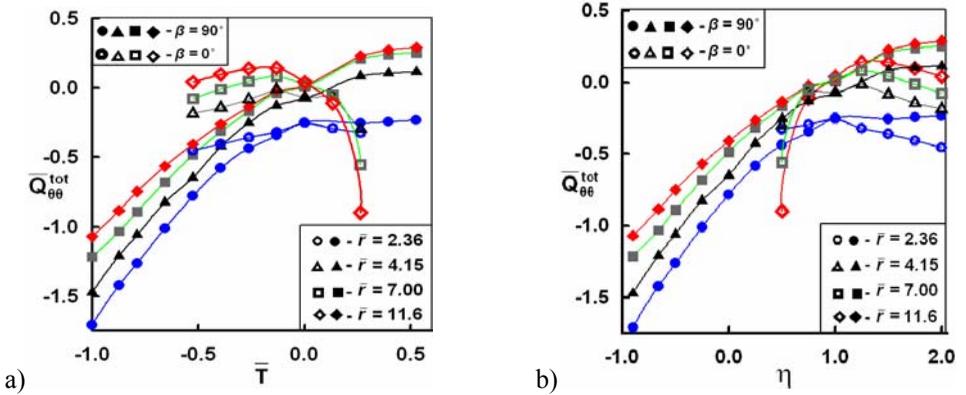


Рис. 10. Зависимость параметра стеснения в двухчленном представлении от упругого несингулярного члена (а) и коэффициента двухосности (б) для различных углов ориентации трещины

Из рис.10,а следует, что для заданных углов ориентации трещины $\beta = 0^\circ$ и $\beta = 90^\circ$ зависимости $\bar{Q}_{\theta\theta}^{tot}$ от \bar{T} демонстрируют различные и не совпадающие друг с другом тенденции изменения при одинаковых \bar{r} . В противоположность этому зависимости обобщенного параметра стеснения $\bar{Q}_{\theta\theta}^{tot}$ от коэффициента двухосности номинальных напряжений η (рис. 10,б) имеют общий характер изменения для различной ориентации трещины при фиксированных значениях \bar{r} . Имея в виду явную структуру обобщенного параметра нагружения $\bar{T} = \bar{\sigma}(1-\eta)\cos 2\beta$ рекомендовано для адекватной оценки и описания эффектов стеснения представление параметра нагружения \bar{T} в виде декомпозиции на силовую $\bar{T} = \bar{T}_1(\bar{\sigma}; \eta)$ и геометрическую $\bar{T} = \bar{T}_2(\beta; a)$ составляющие.

Полученные функции изменения параметра стеснения $\bar{Q}_{\theta\theta}$, доведенные до описания удобными аппроксимационными формулами, предполагают их непосредственное введение в вычислительные комплексы по анализу упруго-

пластического НДС и прогнозирования несущей способности материалов и элементов конструкций при наличии исходных и накопленных повреждений.

Основные выводы

Проведенный в данной работе анализ эффектов стеснения в вершине трещины при двухосном нагружении с учетом членов высоких порядков позволил сделать следующие выводы.

1. Предложена модель напряженного-деформированного состояния в пластической области вершины трещины с учетом членов высоких порядков при ПНС и ПД и дано ее численное и аналитическое обоснование.

2. Разработана и реализована методика исследования поведения упрочняющегося материала при двухосном нагружении с учетом членов высоких порядков.

3. Установлено, что проявление эффектов стеснения в области вершины трещины при нормальном отрыве зависит от вида напряженно-деформированного состояния (ПД или ПНС), пластических свойств материала, угла ориентации исходной трещины и соотношения двухосных номинальных напряжений. Дано аналитическое описание зависимости обобщенного параметра стеснения от исследованных факторов.

4. Представление полей НДС в пластической области вершины трещины с учетом членов высоких порядков показало, что их совокупный вклад может достигать 52-58% по отношению к первому ХРР-члену. Двухчленное представление является приоритетным по отношению к трехчленному в виду простоты, удобства реализации и отсутствия ограничений.

5. При двухосном нагружении с учетом ориентации трещины обобщенный параметр нагружения \bar{T} необходимо представлять как декомпозицию силовой $\bar{T} = \bar{T}_1(\bar{\sigma}; \eta)$ и геометрической $\bar{T} = \bar{T}_2(\beta; a)$ составляющих.

Основные печатные работы по теме диссертации:

1. Тартыгашева А.М. Поля напряжений и деформаций в двухчленном представлении в пластической области вершины трещины / А.М. Тартыгашева // Аспирантско-магистерский научный семинар КГЭУ / тез.докл. – Казань: Изд-во КГЭУ, 2003. – С. 32.

2. Шлянников В.Н. Анализ упруго-пластического состояния вершины трещины при симметричном деформировании / В.Н. Шлянников, Б.В. Ильченко, А.М. Тартыгашева // Проблемы энергетики.- 2003. - № 11-12. - С.124-138.

3. Шлянников В.Н. Пластина с отверстием в состоянии упругости, пластичности и ползучести / В.Н. Шлянников, Б.В. Ильченко, Н.В. Бойченко, А.М. Тартыгашева // Проблемы энергетики.- 2004. - № 1-2. - С.107-116.

4. Тартыгашева А.М. Оценка влияния условий нагружения и пластических свойств при симметричном деформировании / А.М. Тартыгашева // Аспирантско-магистерский научный семинар КГЭУ / тез.докл. – Казань: Изд-во КГЭУ, 2004. – С. 56.

5. Тартыгашева А.М. Анализ упруго-пластического состояния вершины трещины при симметричном деформировании, при показателе деформационного упрочнения $n=5$, $n=10$ / А.М. Тартыгашева // Актуальные проблемы математики и механики / Материалы междунар. науч. конф. / Тр. математ. центра им. Н.И. Лобачевского Т. 25. – Казань: Изд-во Казанск. матем. общ-ва, 2004. - С.256.
6. Шлянников В.Н. Влияние пластических свойств роторных сталей на состояние в вершине трещины / В.Н. Шлянников, А.М. Тартыгашева // Проблемы энергетики.- 2004. - № 11-12. - С.125-138.
7. Шлянников В.Н. Расчет амплитуды второго члена разложения напряжений при пластическом деформировании / В.Н. Шлянников, А.М. Тартыгашева // Ежегодник. Казанский физико-технический институт им. Е.К.Завойского.- 2004. - С.192-197.
8. Тартыгашева А.М. Структура полей напряжений и деформаций в пластической области вершины трещины / А.М. Тартыгашева // Аспирантско - магистерский научный семинар КГЭУ / тез.докл. – Казань: Изд-во КГЭУ, 2005. – С.75.
9. Тартыгашева А.М. Структура полей напряжений и деформаций в двухчленном представлении в пластической области вершины трещины / А.М. Тартыгашева // Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред / материалы XI Междунар. Симп. – Т.1. – М: Изд-во МАИ, 2005. - С. 99-100.
10. Тартыгашева А.М. Оценка влияния несингулярного члена при симметричном деформировании / А.М. Тартыгашева // Радиоэлектроника, электротехника и энергетика / материалы XI Междунар. конф-и. – Т.3. – М: Изд-во МЭИ, 2005. - С. 25.
11. Тартыгашева А.М. Сравнительная оценка двух- и трехчленного представления полей параметров НДС по амплитудным коэффициентам / А.М. Тартыгашева // Труды Академэнерго.- 2005.- №1.- С.99-103.

Отпечатано с готового оригинал-макета
в типографии Издательского центра
Казанского государственного университета
им. В.И. Ульянова-Ленина
Тираж 120 экз. Заказ 10/50

420008, ул. Университетская, 17
тел.: 231-53-59, 292-65-60