На правах рукописи

Сорокина Марина Валерьевна

ИНФИНИТЕЗИМАЛЬНЫЕ АВТОМОРФИЗМЫ МЕТРИЧЕСКИХ СТРУКТУР ФИНСЛЕРОВА ТИПА И ИХ ПРОДОЛЖЕНИЙ НА КАСАТЕЛЬНОЕ РАССЛОЕНИЕ

01.01.04. — геометрия и топология

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Казань – 2006

Работа выполнена на кафедре геометрии Пензенского государственного педагогического университета им. В.Г. Белинского

Научный руководитель:	кандидат физико-математических наук, доцент Паньженский Владимир Иванович
Официальные оппоненты:	доктор физико-математических наук, профессор Евтушик Леонид Евгеньевич
	доктор физико-математических наук, профессор Шапуков Борис Никитович
Ведущая организация:	Московский педагогический государственный университет

Защита состоится ______________ 2006 г. в ______ на заседании Диссертационного совета Д 212.081.10 при Казанском государственном университете им. В.И. Ульянова-Ленина по адресу: 420008, г.Казань, ул.Кремлевская, 18

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского Казанского государственного университета им.В.И. Ульянова-Ленина / г.Казань, ул.Кремлевская. 18/

Автореферат разослан ______________ 2006г.

Ученый секретарь

Диссертационного совета

канд. физ.-мат. наук, доцент /Малахальцев М.А./

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Изучение геометрии финслеровых пространств F^n, их ближайших обобщений (обобщенных финслеровых пространств $\mathcal{F}^n$, лагранжевых пространств L^n, обобщенных лагранжевых пространств $\mathcal{L}^n$) и их касательных расслоений является актуальным направлением математических исследований в связи с многочисленными применениями этих исследований в теоретической физике, в частности, в теории поля и аналитической механике. В последние годы число физических приложений пространств финслерова типа резко возросло. Имеется большое число работ, посвященных финслеровым обобщениям теории гравитационно-электромагнитных полей [11], [12], [15], [16]. К числу первых исследований в этом направлении, по-видимому, следует отнести работу Рандерса [17], в которой была предпринята попытка построения теории гравитационно-электромагнитного поля на основе финслеровой метрики $L = \alpha + \beta$, где $\alpha = \sqrt{a_{ij}(x)y^i y^j}$, $\beta = b_i(x)y^i$, а a_{ij}– компоненты риманова метрического тензора, b_i– компоненты дифференциальной формы.

Лагранжева геометрия является основой аналитической механики. В этой связи отметим, что в теории динамических систем нашла применение еще одна (α, β)-метрика $L = \alpha^2/\beta$– метрика Кропиной [5]. Обширный обзор по геометрии пространств финслерова типа с (α, β)-метриками имеется в работе Мацумото [14].

В физических приложениях рассмотрение различных преобразований играет фундаментальную роль, поскольку с каждым преобразованием связан тот или иной закон сохранения. Это обуславливает актуальность исследований различных преобразований и, в частности, автоморфизмов метрических структур финслерова типа и их продолжений на касательное расслоение, что является естественным, поскольку компоненты дифференциально-геометрических объектов финслерова типа являются функциями точки касательного расслоения.

Теория движений (автоморфизмов) в пространствах финслерова типа с использованием аппарата производной Ли была разработана Б.Л. Лаптевым [6]. Если финслерово пространство F^n положительно определенной метрики допускает группу движений размерности $r > n(n-1)/2+1$, то оно является римановым пространством постоянной кривизны и $r = n(n+1)/2$ (Wang H.S. [19]). Для финслеровых пространств знакопеременной метрики это утверждение имеет место при $r > n(n-1)/2+2$ (А.И. Егоров [1]). Финслеровы пространства с группами движений размерности $n(n-1)/2+1$ найдены Tashiro I. [18] и Ku Chao-hao [13], а с группами движений размерности $n(n-1)/2+2$ А.И. Егоровым [1]. В.И. Паньженским [7] было показано, что размерность группы движений обобщенного финслерова пространства не превосходит $n(n+1)/2$ и найдены все обобщенные финслеровы пространства, допускающие группы движений максимальной размерности. Четырехмерные пространства Рандерса, допускающие группы движений размерности $n(n-1)/2+1$, были найдены З.Н. Четыркиной [9], Л.И. Егоровой [2] были найдены двух- и трехмерные пространства Кропиной, допускающие группы движений. Автоморфизмы различных обобщенных пространств исследовались в работах И.П.Егорова, А.П. Широкова, Б.Н. Шапукова и их учеников.

В работе Б.Н. Шапукова [10] были изучены автоморфизмы произвольных расслоенных пространств, относительно которых инвариантна π-структура, найдено строение тензоров кривизны и кручения для расслоенного многообразия, допускающего максимальную группу автоморфизмов; кроме того, рассматривались автоморфизмы, при которых сохраняется также и заданный объект линейной связности. В.И.Паньженский [8] рассматривал движения в касательном расслоении с метрикой типа Сасаки. Р.Х.Ибрагимовой [3], [4] изучались движения некоторых римановых метрик на касательном расслоении, относительно которых инвариантна ортогональная π-структура и касательная структура.

Целью диссертационной работы является изучение некоторых (α,β)-структур финслерова типа и их автоморфизмов, установление максимальной размерности алгебры Ли различных инфинитезимальных автоморфизмов почти эрмитовых и почти симплектических структур, возникающих на касательном расслоении регулярного обобщенного лагранжева пространства или пространства, наделенного обобщенной почти симплектической структурой.

Методы исследования. Основным методом исследования работы является аппарат тензорного анализа, включая применение производной Ли в неголономном репере. Исследования носят локальный характер и ведутся в классе достаточно гладких функций.

Научная новизна. Результаты работы, выносимые на защиту, являются новыми.

Результаты, выносимые на защиту:

1. Введены пространства финслерова типа, близкие к римановым и указаны необходимые и достаточные условия того, когда коэффициенты усеченной связности Картана совпадают со связностью Леви-Чивита исходного риманова пространства. Приведены примеры.

2. Указан способ построения связности Картана в пространствах финслерова типа, используя естественную последовательность метрических связностей. Применяя этот метод, найдено явное выражение коэффициентов связности Картана для обобщенного финслерова пространства с локально конической метрикой.

3. Построен пример метрики Кропиной, допускающей группу движений максимальной размерности $n(n-1)/2+2$.

4. Исследованы пространства финслерова типа со следующими (α, β)-метриками:

   лагранжево пространство с лагранжианом

   $$L = F(\alpha) + \beta;$$

   обобщенное лагранжево пространство с метрическим тензором

   $$g_{ij} = a_{ij} + b_s y^s a_{ij};$$

обобщенное финслерово пространство с метрическим тензором

$$g_{ij} = a_{ij} + \frac{b_s y^s}{a_{ps} y^p y^s} a_{ij}.$$

Во всех случаях соответствующие уравнения Эйлера приведены к каноническому виду. Для двух последних метрик построена связность Картана.

5. Определяя механическую систему как (α, β)-структуру, где α– некоторый лагранжиан (кинетическая энергия), β– полубазисная дифференциальная форма (силовое поле), найдено силовое поле, инвариантное относительно полной группы n-мерного псевдоевклидова пространства.

6. Установлена максимальная размерность алгебры Ли различных инфинитезимальных автоморфизмов канонической почти комплексной структуры на касательном расслоении гладкого n-мерного многообразия.

7. На касательном расслоении TM гладкого n-мерного многообразия выделены те римановы метрики, которые являются эрмитовыми относительно канонической почти комплексной структуры. Соответствующие фундаментальные 2-формы этих метрик определяют почти симплектические структуры на TM.

   Исследованы инфинитезимальные автоморфизмы этих структур. Для каждой из рассматриваемых в работе почти эрмитовых и почти симплектических структур установлена максимальная размерность алгебры Ли различных инфинитезимальных автоморфизмов этих структур.

8. Найдены инвариантные характеристики почти келеровости или келеровости рассматриваемых почти эрмитовых структур и симплектичности соответствующих почти симплектических структур.

Теоретическая значимость. Работа носит теоретический характер. Полученные результаты могут быть использованы при дальнейшем изучении пространств финслерова типа, геометрии касательного расслоения, а также в теории поля и аналитической механике.

Апробация работы. Результаты диссертации докладывались и обсуждались на геометрическом семинаре физико-математического факультета Пензенского гос. пед. университета (2002-2005гг.), на Международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых "Ломоносов-2002"(Москва, МГУ, апрель 2002г.), на Международной конференции по геометрии и анализу (Пенза, октябрь 2002г), на молодежной школе-конференции "Лобачевские чтения - 2003"(Казань, декабрь 2003г.) и "Лобачевские чтения - 2005"(Казань, декабрь 2005г.), на Международном геометрическом семинаре им. Г.Ф.Лаптева "Лаптевские чтения -2003"(Пенза, январь 2004г.), на Международной научной конференции "Актуальные проблемы математики и механики", посвященной 200-летию Казанского университета и 70-летию НИИ математики и механики им. Н.Г.Чеботарева (Казань, сентябрь 2004г.), на заседании Казанского городского геометрического семинара (Казань, февраль 2006г).

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в 9 работах.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав основного текста, включающего в себя 14 параграфов, и списка литературы, содержащего 70 работ. Диссертация изложена на 126 страницах машинописного текста.

ОБЗОР СОДЕРЖАНИЯ ДИССЕРТАЦИИ

Введение содержит обзор литературы по теме диссертации, обоснование актуальности темы и краткое содержание работы.

Глава 1 (§1-3) носит реферативный характер. В ней вводятся финслеровы пространства F^n и их ближайшие обобщения: обобщенные финслеровы пространства $\mathcal{F}^n$, лагранжевы пространства L^n и обобщенные лагранжевы пространства $\mathcal{L}^n$, обсуждаются различные варианты внесения связности, согласованной с метрической структурой. Выделяются регулярные пространства, для которых связность картановского типа $\nabla^*(\Gamma^{*k}_{ij}, C^k_{ij})$ существует и единственна.

Глава 2 (§§4-8) в основном посвящена пространствам финслерова типа с (α, β)-метриками.

В **§4** вводятся обобщенные лагранжевы и обобщенные финслеровы пространства, близкие к римановым, основываясь на разложении в ряд Тейлора метрического тензора по степеням касательного вектора. Обобщенное лагранжево пространство называется близким к риманову порядка p, если его метрический тензор имеет вид

$$g_{ij}(x, y) = h_{ij} + h_{ijk_1} y^{k_1} + ... + h_{ijk_1...k_p} y^{k^1} ... y^{k^p}, \qquad (1)$$

где $h_{ij}(x)$– компоненты риманова метрического тензора, а $h_{ijk_1}(x), ..., h_{ijk_1...k_p}(x)$ тензоры соответствующей валентности. Доказана

Теорема 4.1. *Усеченная связность Картана ∇^* метрического тензора (1) совпадает со связностью Леви-Чивита ∇ риманова тензора h тогда и только тогда, когда входящие в (1) тензоры ковариантно постоянны.*

Приведены примеры метрик близких к римановым первого и второго порядка.

В **§5** для регулярного пространства финслерова типа строится последовательность инфинитезимальных (нелинейных) связностей: $\text{◸}_0 = \text{◸}, \ \text{◸}_1, \ \text{◸}_2, ...$ и отвечающая ей последовательность линейных финслеровых связностей, согласованных с метрикой: $\nabla_0 = \nabla, \ \nabla_1, \ \nabla_2, ...$ Если существует натуральное k такое, что $\text{◸}_k = \text{◸}_{k-1}$ и, следовательно, $\nabla_k = \nabla_{k-1}$, то обе последовательности стабилизируются на k-ом шаге, а связность ∇_k есть связность Картана. Доказана

Теорема 5.1. *Для локально конической метрики*

$$g_{ij} = h_{ij} + a(x) \frac{y_i y_j}{||y||^2}, \qquad (2)$$

$(y_i = h_{ij} y^j)$ *обе последовательности стабилизируются на втором шаге.*

В **§6** строится пример метрики Кропиной, допускающей максимальную группу движений. А именно, доказана

Теорема 6.1. *Максимальная размерность группы движений пространств F^n с метрикой Кропиной равна $n(n-1)/2+2$. Примером метрической функции этого пространства может служить*

$$L = \frac{y^1 y^2 + {y^3}^2 + ... + {y^n}^2}{y^1}. \tag{3}$$

В **§7** рассматриваются некоторые примеры (α, β)-метрик.

1. Изучается лагранжево пространство L^n с лагранжианом

$$L = F(\alpha) + \beta, \tag{4}$$

где F– функция только аргумента $\alpha = a_{ij} y^i y^j$. Уравнения Эйлера-Лагранжа приведены к каноническому виду. Доказана

Теорема 7.1. *Векторное X является инфинитезимальным движением лагранжева пространства L^n с (α, β)-метрикой (4) тогда и только тогда, когда*

$$\mathcal{L}_X a_{ij} = 0, \ \mathcal{L}_X b_i = 0,$$

где $\mathcal{L}_X$ – производная Ли в направлении векторного поля X.

2. Рассматривается обобщенное лагранжево пространство $\mathcal{L}^n$ с (α, β)-метрикой первого порядка близости

$$g_{ij} = a_{ij} + b_s y^s a_{ij}. \tag{5}$$

Установлено (Теорема 7.2), что если форма β замкнута и ковариантно постоянна в связности Леви-Чивита, то экстремали обобщенного лагранжева пространства $\mathcal{L}^n$ с метрикой (5) совпадают с геодезическими риманова пространства (M, a_{ij}). Доказана

Теорема 7.3. *В обобщенном лагранжевом пространстве с метрикой (5) связность Картана существует и единственна.*

Указано явное выражение коэффициентов этой связности.

3. Далее рассматривается обобщенное финслерово пространство $\mathcal{F}^n$ с (α,β)-метрикой первого порядка близости
$$g_{ij} = a_{ij} + 2\frac{b_s y^s}{\sqrt{a_{ps}y^p y^s}}a_{ij}. \tag{6}$$
Для метрики (6) получены результаты аналогичные результатам, полученным для метрики (5) (Теорема 7.4. и Теорема 7.5).

В **§8** механическая система определяется как (α,β)-структура, заданная на гладком n-мерном многообразии M, где α–некоторый лагранжиан (кинетическая энергия), β– полубазисная форма (силовое поле). Векторное поле X назовем инфинитезимальным автоморфизмом механической системы, если $\mathcal{L}_X\alpha = 0$, $\mathcal{L}_X\beta = 0$. Рассматривается частный случай механической системы, предполагается, что $M = E^n$– псевдоевклидово пространство
$$\alpha = e_1 {y^1}^2 + ... + e_n {y^n}^2,\ e_i = \pm 1,\ \beta = b_i(x,y)dx^i. \tag{7}$$

Доказана

Теорема 8.1. *Максимальный порядок группы автоморфизмов механической системы (7) равен $n(n+1)/2$, а компоненты силового поля имеют вид*
$$b_i = y^i\varphi_i(w),\ \text{(по i нет суммирования)} \tag{8}$$
где $w = e_{23...n}{y^1}^2 + ... + e_{12...\hat{i}...n}{y^i}^2 + e_{12...n-1}{y^n}^2$, $e_{12...\hat{i}...n} = e_1e_2...e_{i-1}e_{i+1}...e_n$.

В **Главе 3** (§§9-14) изучаются инфинитезимальные автоморфизмы почти эрмитовых и почти симплектических структур, естественным образом возникающих на касательном расслоении обобщенного лагранжева или обобщенного почти симплектического пространства.

В **§9** рассматриваются инфинитезимальные автоморфизмы канонической почти комплексной структуры ($J^2 = -id$), определяемой на касательном расслоении TM инфинитезимальной связностью ∇с коэффициентами $N_i^k(x,y)$: $JX^h = X^v, JX^v = -X^h$, где X^h, X^v– горизонтальные и вертикальные лифты векторного поля X базисного многообразия M. Доказано (Теорема 9.1.), для того, чтобы полный лифт X^C векторного поля X был инфинитезимальным автоморфизмом почти комплексной структуры J необходимо и достаточно, чтобы X оставляло инвариантной инфинитезимальную связность ∇.

Векторное поле X на TM называется абсолютным автоморфизмом почти комплексной структуры, если наряду с почти комплексной структурой, оно оставляет инвариантной почти комплексную вполне приводимую связность $\widetilde{\widetilde{\nabla}}$. Доказана

Теорема 9.2. *Размерность алгебры Ли абсолютных инфинитезимальных автоморфизмов не превосходит*

а) $n^2 + 2n$, если алгебра Ли состоит из проектируемых векторных полей;

б) $2n^2 + 2n$, если алгебра Ли состоит из произвольных векторных полей;

в) $2n^2 + n$, если алгебра Ли состоит из вертикальных векторных полей;

г) $n^2 + n$, если алгебра Ли состоит из полей, являющихся вертикальными лифтами векторных полей базы.

В **§10** определяется общий вид эрмитовой метрики на касательном расслоении TM относительно базиса $(\delta x^A) = (dx^k, \delta y^k = dy^k + N_i^k dx^i)$:

$$G_{AB} = \begin{pmatrix} g_{ij}(x,y) & \omega_{ij}(x,y) \\ -\omega_{ij}(x,y) & g_{ij}(x,y) \end{pmatrix}, \tag{9}$$

где $g_{ij}(x,y)$– симметричное финслерово тензорное поле, а $\omega_{ij}(x,y)$– кососимметричное финслерово тензорное поле (полубазисная 2-форма). Фундаментальная 2-форма $\Omega(X,Y) = G(X,JY)$ определяет почти симплектическую структуру на TM.

В работе рассматриваются отдельно два специальных случая

$$G^1 = \begin{pmatrix} g_{ij} & 0 \\ 0 & g_{ij} \end{pmatrix}, \; G^2 = \begin{pmatrix} 0 & \omega_{ij} \\ -\omega_{ij} & 0 \end{pmatrix} \tag{10}$$

и соответственно

$$\Omega^1 = \begin{pmatrix} 0 & g_{ij} \\ -g_{ij} & 0 \end{pmatrix}, \; \Omega^2 = \begin{pmatrix} \omega_{ij} & 0 \\ 0 & \omega_{ij} \end{pmatrix}. \tag{11}$$

Для почти эрмитовых структур (TM, G^1, J) и (TM, G^2, J) найдены инвариантные характеристики их почти келеровости (симплектичности Ω^1 и Ω^2) и келеровости (Теоремы 10.1.– 10.5.)

В **§11** исследуются инфинитезимальные автоморфизмы почти эрмитовых структур (TM, G^1, J). Векторное $X = \xi^A \delta_A$ на TM является инфинитезимальным автоморфизмом почти эрмитовой структуры (G, J), если $\mathcal{L}_X G = 0$ и $\mathcal{L}_X J = 0$. Доказано (Теорема 11.1), что для того, чтобы полный лифт X^C был инфинитезимальным автоморфизмом почти эрмитовой структуры необходимо и достаточно, чтобы векторное поле X было инфинитезимальным автоморфизмом регулярного обобщенного лагранжева пространства $\mathcal{L}^n$ с метрическим тензором g_{ij}. Предполагается также, что инфинитезимальная связность ⧄порождается связностью Картана ∇^*, т.е. $N_i^k = \Gamma_{ij}^{*k} y^j$. Имеет место

Теорема 11.2. *Размерность алгебры Ли абсолютных инфинитезимальных автоморфизмов почти эрмитовых структур* (G^1, J) *не превосходит*

а) $n(n+3)/2$, *если алгебра Ли состоит из проектируемых векторных полей;*

б) $n^2 + 2n$, *если алгебра Ли состоит из произвольных векторных полей;*

в) $n^2 + n$, *если алгебра Ли состоит из вертикальных векторных полей;*

г) $n(n+1)/2$, *если алгебра Ли состоит из полей, являющихся вертикальными лифтами векторных полей базы.*

В **§12** исследуются инфинитезимальные автоморфизмы почти эрмитовых структур (TM, G^2, J). Доказано (Теорема 12.1), если векторное поле X на M является абсолютным инфинитезимальным автоморфизмом почти симплектической структуры ω, то его полный лифт X^C является инфинитезимальным автоморфизмом почти эрмитовой структуры (G^2, J) на TM. Предполагается также, что инфинитезимальная связность ⧄порождается симметрической частью связности ∇^* с коэффициентами Γ_{ij}^{*k}, согласованной с полубазисной 2-формой ω, т.е. $N_i^k = \widehat{\Gamma}_{ij}^{*k} y^j$, $\widehat{\Gamma}_{ij}^{*k} = \Gamma_{(ij)}^{*k}$. Имеет место

Теорема 12.2. *Размерность алгебры Ли абсолютных инфинитезимальных автоморфизмов почти эрмитовых структур* (G^2, J) *не превосходит*

а) $n(n+5)/2$, *если алгебра Ли состоит из проектируемых векторных полей;*

б) $n^2 + 2n$, *если алгебра Ли состоит из произвольных векторных полей;*

в) $n^2 + n$, *если алгебра Ли состоит из вертикальных векторных полей;*

г) $n(n+3)/2$, *если алгебра Ли состоит из полей, являющихся* *вертикальными лифтами векторных полей базы.*

В **§13** исследуются инфинитезимальные автоморфизмы почти симплектической структуры Ω^1. Доказана

Теорема 13.2. *Размерность алгебры Ли абсолютных инфинитезимальных автоморфизмов почти симплектической структуры Ω^1 не превосходит*

а) $n(3n+5)/2$, если алгебра Ли состоит из проектируемых векторных полей;

б) $2n^2+3n$, если алгебра Ли состоит из произвольных векторных полей;

в) $2(n^2+n)$, если алгебра Ли состоит из вертикальных векторных полей;

г) $3n(n+1)/2$, если алгебра Ли состоит из полей, являющихся вертикальными лифтами векторных полей базы.

В **§14** исследуются инфинитезимальные автоморфизмы почти симплектической структуры Ω^2. Доказана

Теорема 14.2 *Размерность алгебры Ли абсолютных инфинитезимальных автоморфизмов почти симплектической структуры Ω^2 не превосходит*

а) n^2+3n, если алгебра Ли состоит из проектируемых векторных полей;

б) $2n^2+3n$, если алгебра Ли состоит из произвольных векторных полей;

в) $2(n^2+n)$, если алгебра Ли состоит из вертикальных векторных полей;

г) n^2+2n, если алгебра Ли состоит из полей, являющихся вертикальными лифтами векторных полей базы.

Список литературы

[1] Егоров, А.И. Максимально подвижные финслеровы пространства/ А.И. Егоров// Движения в обобщенных пространствах. Межвуз. темат. сб. науч. тр. – Рязань, 1974. – С.17-21.

[2] Егорова, Л.И. Движения в пространствах Кропиной/Л.И. Егорова// Пенз. гос. пед. ин-т.– Пенза, 1989.— 11с. — Деп. в ВИНИТИ 12.12.89, N7376-B89.

[3] Ибрагимова, Р.Х. Движения на касательных расслоениях, сохраняющие ортогональную и касательную структуры/ Р.Х. Ибрагимова// Известия ВУЗов. Математика. — 1996.– N8. — С.29-34.

[4] Ибрагимова, Р.Х. Движения на касательных расслоениях со специальной метрикой/ Р.Х. Ибрагимова// Дифференц. геометрия. Межвуз. темат. сб. науч. тр. — Саратов, 1985. — вып.8. — С.17-22.

[5] Кропина, В.К. О проективных финслеровых пространствах с метрикой некоторого специального вида/ В.К. Кропина// Научн. докл. высш. школы. Физ.-мат. н.— 1959. — N2.– С.38-42.

[6] Лаптев, Б.Л. Производная Ли для объектов, являющихся функциями точки и направления/ Б.Л. Лаптев // Изв. физ-мат. общества.– Казань,1938.–N10. – С.3-38.

[7] Паньженский, В.И. О группах изометрий метрических пространств линейных элементов/ В.И. Паньженский //Пенз. гос. пед. ин-т.– Пенза, 1981.— 16с. — Деп. в ВИНИТИ 29.04.81, N1939-81 Деп.

[8] Паньженский, В.И. О движениях в касательном расслоении с метрикой Сасаки/ В.И. Паньженский// Пенз. гос. пед. ин-т.– Пенза, 1989.– 10с. – Деп. в ВИНИТИ 10.02.89, N 1194-В89.

[9] Четыркина, З.Н. Максимально подвижные четырехмерные пространства Рандерса/ З.Н. Четыркина// Движения в обобщенных пространствах. Межвуз. сб. науч. тр. — Рязань, 1985.– С. 44-47.

[10] Шапуков, Б.Н. Автоморфизмы расслоенных пространств/ Б.Н. Шапуков// Труды геометрического семинара. Межвуз. темат. сб. науч. тр. — вып.8. — Казань, 1982. — С.97-108.

[11] Asanov G.S. Finsler Geometry, Relativity and Gauge Theories/G.S. Asanov//D.Reidel Publishing Company, Dordrecht, Holland, 1985.– 370p.

[12] Ikeda, S. Theory of Fields in Finsler Spaces/ S. Ikeda// Semin. mec. Univ. Timisoara. — 1988, N8. — Pp.1-43/

[13] Ku, Chao-hao On Finsler spaces admitting a group of motions of the greatest order/ Chao-hao Ku// Sci. Rec. — 1957.— Vol.1,N4. — Pp.215-218.

[14] Matsumoto M. Theory of Finsler spaces with (α, β)-metric/ M. Matsumoto// Reports of math. phys., vol.31. (1992), No 1. — Pp.43-83.

[15] Miron, R. Geometry of space-time and generalised Lagrange gauge theory/ R. Miron, R.K. Tavakol, V. Balan, I. Roxburgh// Publ. Math. Debrecen.— 1993.— Vol.42/3-4.— Pp.215-224.

[16] Miron, R. On the Finslerian theory of relativity/ R. Miron// Tensor. — 1987. — Vol.44, N1. — Pp. 63-81.

[17] Randers, G. On an asymmetrical metric in the four-space of general relativity/ G. Randers// Phys. Rev. — 1941. — Pp. 195-199.

[18] Tasiro, I. A theory of transformation groups on generalized spaces and applications to Finsler and Cartan spaces/ I. Tasiro// I. Math. Soc. Japan.– 1959.– Vol.11, N11.– Pp.42-71.

[19] Wang, H.S. On Finser spaces with completely integrable equations of Killing/ H.S. Wang// I. London Math. Soc.– 1947. — Vol.22. — Pp.5-9.

РАБОТЫ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

[1] Маштакова, М.В. Движения в пространствах со специальной (α, β)-метрикой/ М.В. Маштакова// Материалы Международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых "Ломоносов".— Вып.7.— М.: МГУ, 2002. — С.257.

[2] Маштакова, М.В. Связность Картана в пространствах со специальной (α, β)-метрикой/ М.В. Маштакова//Движения в обобщенных пространствах. Межвуз. сб. науч. тр. /Пенз. гос. пед. ун-т. — Пенза, 2002. — С.162-168.

[3] Паньженский, В.И. Пространства финслерова типа, близкие к римановым/ В.И. Паньженский, М.В. Сорокина//Труды геометрического семинара. Межвуз. темат. сб. науч. тр. — вып.24. — Казань: Изд-во КГУ, 2003. — С.121-129.

[4] Сорокина, М.В. Уравнения экстремалей в пространствах с (α, β)-метрикой, близкой к римановой/ М.В. Сорокина// Международная конференция по геометрии и анализу. Сборник трудов. — Пенза, 2003. — С.107-110.

[5] Сорокина, М.В. Связность Картана в пространствах с (α, β)-метрикой, близкой к римановой/ М.В. Сорокина// Труды матем. центра им. Н.И. Лобачевского. — Т.21: Материалы международной научной школы-конференции "Лобачевские чтения-2003", Казань, 1-4 декабря 2003. — Казань: Каз. мат общ-во, 2003. — С.198.

[6] Сорокина, М.В. Связность Картана как стабилизирующая связность последовательности связностей локально конического пространства/ М.В. Сорокина //Лаптевские чтения. Сб.тр. Международного геом. семинара им. Г.Ф.Лаптева (26-31 января 2004)— Пенза: ПГПУ, 2004. — С.118-124.

[7] Сорокина, М.В. Об инфинитезимальных автоморфизмах почти симплектической структуры на касательном расслоении обобщенного лагранжева пространства/ М.В. Сорокина // Уч. зап-ки./ Казан. гос. ун-т. — Том 147, кн.1. —Казань: Изд-во КГУ, 2005. — С. 154-158.

[8] Сорокина, М.В. Лагранжевы пространства с (α, β)-метрикой/ М.В. Сорокина//Дифференциальная геометрия многообразий фигур. Межвуз. тематич.сб.науч.тр. — вып.36.— Калининград: Изд-во РГУ им.И.Канта, 2005. — С.114-119.

[9] Сорокина, М.В. Об инфинитезимальных автоморфизмах почти эрмитовой структуры на касательном расслоении гладкого многообразия/ М.В. Сорокина // Движения в обобщенных пространствах. Межвуз. сб. науч. тр. / Пенз. гос. пед. ун-т. — Пенза, 2005. — С.105-111.